ملزمة الاثرائيات

لفيزياء



السادس العلمي

اكثر من (550) مثال محلول

إعداد

المدرس سعيد محي تومان

email/abuhussen_72@yahoo.com
www.facebook.com/saeedmuhi

2015 – 2016 (الطبعة الثالثة)

متسعة واحدة:

مثال1/ ربطت متسعة سعتها 20μF والبعد بين صفيحتيها 0.3cm الى بطارية فرق الجهد بين قطبيها 12V احسب:
1- الشحنة المختزنة في أي من صفيحتيها.
2- المجال الكهربائي بين الصفيحتين.
3- الطاقة المختزنة في المجال الكهربائي بين الصفيحتين.

الحل/

$$1-\quad Q = C.\Delta V = 20\times 12 = 240\mu C \quad , \quad 2-\quad E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{12}{0.3\times 10^{-2}} = 4000V/m$$

$$3-\quad PE = \frac{1}{2}C.(\Delta V)^2 = \frac{1}{2}\times 20\times 10^{-6}(12)^2 = 144\times 10^{-5}J$$

مثال2/ متسعتان سعة الاولى 5μF وفرق الجهد بين صفيحتيها 12V والاخرى سعتها 4μF وفرق الجهد بين صفيحتيها 6V احسب الطاقة المختزنة في المجال الكهربائي بين صفيحتي كل متسعة.

الحل/

$$PE_1 = \frac{1}{2}C_1.(\Delta V_1)^2 = \frac{1}{2}\times 5\times 10^{-6}(12)^2 = \frac{1}{2}\times 5\times 10^{-6}\times 144 = 360\times 10^{-6}J$$

$$PE_2 = \frac{1}{2}C_2.(\Delta V_2)^2 = \frac{1}{2}\times 4\times 10^{-6}(6)^2 = 2\times 10^{-6}\times 36 = 72\times 10^{-6}J$$

مثال3/ ما مقدار المجال الكهربائي بين صفيحتي متسعة مقدار سعتها 20μF والشحنة على أي من صفيحتيها 120μC والبعد بين الصفيحتين 0.3cm

الحل/

$$C = \frac{Q}{\Delta V} \quad \Rightarrow \quad \Delta V = \frac{Q}{C} = \frac{120}{20} = 6V$$

$$E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{6}{0.3\times 10^{-2}} = 2000V/m$$

مثال4/ متسعة سعتها 2μF وشحنتها 100μC والبعد بين صفيحتيها 0.5cm ما شدة المجال الكهربائي بين صفيحتيها ؟

الحل/

$$\Delta V = \frac{Q}{C} = \frac{100}{2} = 50V$$

$$E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{50}{0.5\times 10^{-2}} = \frac{50}{5\times 10^{-3}} = 10000V/m$$

مثال5/ اذا كان المجال الكهربائي بين صفيحتي متسعة مشحونة يساوي 5000V/m والبعد بين الصفيحتين 0.4cm احسب سعة المتسعة اذا علمت ان مقدار الشحنة في أي من صفيحتيها 400μC؟

الحل/

$$E=\frac{\Delta V}{d}\quad\Rightarrow\quad 500=\frac{\Delta V}{0.4\times10^{-2}}\quad\Rightarrow\quad \Delta V=5000\times0.4\times10^{-2}=20V$$

$$C=\frac{Q}{\Delta V}=\frac{400}{20}=20\mu F$$

مثال6/ اذا كان مقدار الشحنة على أي من صفيحتي متسعة 80μC ومقدار سعتها 5μF والمجال الكهربائي بين صفيحتيها 4000V/m فما مقدار البعد بين صفيحتيها؟

الحل/

$$C=\frac{Q}{\Delta V}\quad\Rightarrow\quad \Delta V=\frac{Q}{C}=\frac{80}{5}=16V$$

$$E=\frac{\Delta V}{d}\quad\Rightarrow\quad d=\frac{\Delta V}{E}=\frac{16}{4000}=4\times10^{-3}m=0.4cm$$

مثال7/ متسعة ذات صفيحتين متوازيين المسافة بين صفيحتيها (5mm) ومساحة كل منهما ($1m^2$) فاذا وضعت الصفيحتان بالفراغ وشحنتا حتى أصبح فرق الجهد بينهما (2×10^4 V) احسب :

1- سعة المتسعة 2- الشحنة الختزنة في أي من صفيحتيها

الحل/

$$1)\quad C=\frac{\varepsilon_o A}{d}=\frac{8.85\times10^{-12}\times1}{5\times10^{-3}}=1.77\times10^{-9}F=1770pF$$

$$2)\quad Q=C.\Delta V=1770\times2\times10^4=3540\times10^4pC$$

مثال8/ احسب المجال الكهربائي بين صفيحتي متسعة سعتها 20μF والطاقة المختزنة بين صفيحتيها $4\times10^{-3}J$ اذا علمت ان البعد بين الصفيحتين 0.2cm .

الحل/

$$PE=\frac{1}{2}C.(\Delta V)^2\quad\Rightarrow\quad 4\times10^{-3}=\frac{1}{2}\times20\times10^{-6}(\Delta V)^2$$

$$4\times10^{-3}=10\times10^{-6}(\Delta V)^2\quad\Rightarrow\quad(\Delta V)^2=\frac{4\times10^{-3}}{10\times10^{-6}}=400\quad\Rightarrow\quad\Delta V=20V$$

$$E=\frac{\Delta V}{d}=\frac{20}{0.2\times10^{-2}}=10000V/m$$

مثال9/ اذا كان المجال الكهربائي بين صفيحتي متسعة مشحونة 6000V/m والبعد بين الصفيحتين 0.1cm والطاقة المختزنة بين صفيحتي المتسعة $72\times10^{-5}J$ احسب مقدار سعة المتسعة؟

الحل/

$$E=\frac{\Delta V}{d}\quad\Rightarrow\quad 6000=\frac{\Delta V}{0.1\times10^{-2}}\quad\Rightarrow\quad\Delta V=6000\times10^{-3}=6V$$

$$PE=\frac{1}{2}C.(\Delta V)^2 \quad\Rightarrow\quad 72\times10^{-5}=\frac{1}{2}C.(6)^2 \quad\Rightarrow\quad 72\times10^{-5}=\frac{1}{2}C\times36$$

$$C=\frac{72\times10^{-5}}{18}=4\times10^{-5}F=40\mu F$$

مثال10/ متسعتان البعد بين صفيحتي كل منهما 0.2cm وكانت سعة المتسعة الاولى 20µF وسعة المتسعة الثانية 5µF ربطت الاولى الى بطارية فرق الجهد بين قطبيها 6V وربطت الثانية الى بطارية فرق الجهد بين قطبيها 12V فما مقدار المجال الكهربائي بين صفيحتي كل منهما ؟ وما مقدار الطاقة المختزنة في المجال الكهربائي بين صفيحتي كل منهما ؟

الحل/

$$d=0.2cm=0.2\times10^{-2}=2\times10^{-3}m$$

$$E_1=\frac{\Delta V_1}{d}=\frac{6}{2\times10^{-3}}=3000V/m \qquad , \qquad E_2=\frac{\Delta V_2}{d}=\frac{12}{2\times10^{-3}}=6000V/m$$

$$PE_1=\frac{1}{2}C_1.(\Delta V)^2=\frac{1}{2}\times20\times10^{-6}\times(6)^2=36\times10^{-5}J$$

$$PE_2=\frac{1}{2}C_2.(\Delta V_2)^2=\frac{1}{2}\times5\times10^{-6}(12)^2=36\times10^{-5}J$$

إدخال عازل على متسعة واحدة:

مثال11/ متسعة ذات الصفيحتين المتوازيتين سعتها 16µF وصلت الى بطارية فرق الجهد بين قطبيها 10V احسب :

1- شحنتها والطاقة المختزنة في المجال الكهربائي بين صفيحتيها.

2- لو فصلت المتسعة عن البطارية وادخلت مادة عازله بين صفيحتيها ثابت عزلها (k) انخفض فرق الجهد بين الصفيحتين الى 5V فما مقدار سعة المتسعة بوجود المادة العازلة وما ثابت العزل الكهربائي .

الحل/

$$1-\quad Q=C.\Delta V=16\times10=160\mu C$$

$$PE=\frac{1}{2}C.(\Delta V)^2=\frac{1}{2}\times16\times10^{-6}(10)^2=8\times10^{-4}J$$

$$2-\quad C_k=\frac{Q}{\Delta V_k}=\frac{160}{5}=32\mu F \qquad , \qquad k=\frac{C_k}{C}=\frac{32}{16}=2$$

مثال12/ متسعة ذات الصفيحتين المتوازيتين ربطت الى بطارية فرق الجهد بين قطبيها 12V فاذا فصلت عن البطارية وادخل عازل بين صفيحتيها ثابت عزله 3 ازدادت سعتها بمقدار 60μF احسب :
1- الشحنة المختزنة في أي من صفيحتي المتسعة.
2- فرق الجهد بين صفيحتي المتسعة بعد العازل.
2- الطاقة المختزنة في المجال الكهربائي بين صفيحتيها قبل وبعد العازل.

الحل/

$$1-\quad C_k = C + 60 \quad \Rightarrow \quad kC = C + 60$$

$$3C = C + 60 \quad \Rightarrow \quad 2C = 60 \quad \Rightarrow \quad C = 30\mu F$$

$$Q = C.\Delta V = 30 \times 12 = 360\mu C$$

$$2-\quad \Delta V_k = \frac{\Delta V}{k} = \frac{12}{3} = 4V$$

$$3-\quad PE = \frac{1}{2}\Delta V.Q = \frac{1}{2} \times 12 \times 360 \times 10^{-6} = 2160 \times 10^{-6} J$$

$$PE_k = \frac{1}{2}\Delta V_k.Q = \frac{1}{2} \times 4 \times 360 \times 10^{-6} = 720 \times 10^{-6} J$$

مثال13/ متسعة ذات الصفيحتين المتوازيتين سعتها 15μF وصلت الى بطارية فرق الجهد بين قطبيها 24V فاذا فصلت المتسعة عن البطارية وادخل عازل بين صفيحتيها ثابت عزله (k) هبط فرق الجهد بمقدار 16V احسب:
1- الشحنة المختزنة في أي من صفيحتي المتسعة.
2- سعة المتسعة بوجود العازل.
3- ثابت العزل الكهربائي (k).
4- الطاقة المختزنة في المجال الكهربائي بين صفيحتي المتسعة قبل وبعد العازل.

الحل/

$$1-\quad Q = C.\Delta V = 15 \times 24 = 360\mu C$$

$$2-\quad \Delta V_k = \Delta V - 16 = 24 - 16 = 8V \quad , \quad C_k = \frac{Q}{\Delta V_k} = \frac{360}{8} = 45\mu F$$

$$3-\quad k = \frac{C_k}{C} = \frac{45}{15} = 3$$

$$4-\quad PE = \frac{1}{2}\Delta V.Q = \frac{1}{2} \times 24 \times 360 \times 10^{-6} = 4320 \times 10^{-6} J$$

$$PE_k = \frac{1}{2}\Delta V_k.Q = \frac{1}{2} \times 8 \times 360 \times 10^{-6} = 1440 \times 10^{-6} J$$

مثال14/ ربطت متسعة سعتها 25μF الى بطارية فرق الجهد بين قطبيها 6V ثم ادخل عازل ثابت عزله (k) بين صفيحتيها ومازالت المتسعة متصلة بالبطارية فازدادت شحنتها بمقدار 300μC احسب :
1- سعة المتسعة بوجود المادة العازلة .
2- ثابت العزل الكهربائي (k) .
3- الطاقة المختزنة في المجال الكهربائي بين الصفيحتين بعد إدخال العازل.
4- لو قطع الاتصال بين صفيحتي المتسعة والبطارية بعد ذلك ثم اخرج العازل فما مقدار فرق الجهد والطاقة المختزنة في هذه الحالة ؟

الحل/

$$1-\quad Q = C.\Delta V = 25\times 6 = 150\mu C \quad , \quad Q_k = Q + 300 = 150 + 300 = 450\mu C$$

$$C_k = \frac{Q_k}{\Delta V} = \frac{450}{6} = 75\mu F$$

$$2-\quad k = \frac{C_k}{C} = \frac{75}{25} = 3$$

$$3-\quad PE_k = \frac{1}{2}C_k.(\Delta V)^2 = \frac{1}{2}\times 75\times 10^{-6}\times (6)^2 = 1350\times 10^{-6}J$$

$$4-\quad \Delta V = \frac{Q}{C} = \frac{450}{25} = 18V$$

$$PE = \frac{1}{2}C.(\Delta V)^2 = \frac{1}{2}\times 25\times 10^{-6}(18)^2 = \frac{1}{2}\times 25\times 10^{-6}\times 324 = 4050\times 10^{-6}J$$

مثال15/ متسعة ذات صفيحتين متوازيتين سعتها 5μF وصلت ببطارية فرق جهدها 200V جد :
1- الشحنة التي سوف تتكون على صفيحتي المتسعة .
2- لو ادخل بين صفيحتي المتسعة مادة عازلة ثابت عزلها (2) كم تصبح شحنة المتسعة .
3- لو قطع الاتصال بين صفيحتي المتسعة والمصدر بعد ذلك ثم اخرج العازل كم تصبح الشحنة وكم يصبح فرق الجهد بين صفيحتي المتسعة .

الحل/

1- $Q = C\,.\,\Delta V = 5\times 200 = 1000\mu C$
2- $Q_k = k\,Q = 2\times 1000 = 2000\mu C$
3- $Q = Q_k = 2000\mu C$ (لان المتسعة فصلت عن المصدر)

$$\Delta V = \frac{Q}{C} = \frac{2000}{5} = 400V$$

مثال16/ متسعة ذات الصفيحتين المتوازيتين سعتها (10μF) شحنت بوساطة بطارية فرق الجهد بين قطبيها 12V ثم فصلت عن البطارية وادخل عازل بين الصفيحتين ثابت عزله 2 بحيث يملأ الحيز بين الصفيحتين احسب:
1- الشحنة المختزنة في أي من صفيحتي المتسعة.
2- سعة المتسعة بعد ادخال العازل الكهربائي.
3- فرق الجهد بين صفيحتي المتسعة بعد ادخال العازل.

الحل/

1- $Q = C.\Delta V = 10\times 12 = 120\mu C$
2- $C_k = k\,C = 2\times 10 = 20\mu F$

$$3\text{- } \Delta V_k = \frac{\Delta V}{k} = \frac{12}{2} = 6V$$

$$\text{Or} \quad \Delta V_k = \frac{Q_k}{C_k} = \frac{120}{20} = 6V$$

مثال17/ متسعة سعتها 5μF شحنت بوساطة بطارية بشحنة مقدارها 60μC ثم فصلت عن البطارية وادخل عازل كهربائي ثابت عزله 2 ما مقدار:

1- سعة المتسعة وفرق جهدها بعد العازل .

2- الطاقة المختزنة بين صفيحتيها قبل وبعد العازل.

الحل/

1- $C_k = k\,C = 2 \times 5 = 10\mu F$

$$\Delta V_k = \frac{Q_k}{C_k} = \frac{60}{10} = 6V$$

or

$$\Delta V = \frac{Q}{C} = \frac{60}{5} = 12V$$

$$\therefore \quad \Delta V_k = \frac{\Delta V}{k} = \frac{12}{2} = 6V$$

$$2\text{- } \quad PE = \frac{1}{2}\Delta V.Q = \frac{1}{2} \times 12 \times 60 \times 10^{-6} = 360 \times 10^{-6} = 36 \times 10^{-5} J$$

$$PE_k = \frac{1}{2}\Delta V_k.Q_k = \frac{1}{2} \times 6 \times 60 \times 10^{-6} = 180 \times 10^{-6} = 18 \times 10^{-5} J$$

مثال18/ متسعة سعتها 12μF ومقدار الشحنة على أي من صفيحتيها 600μc وغير متصلة بالمصدر فاذا ادخل عازل ثابت عزله 5 بين صفيحتيها اصبح المجال الكهربائي 10000V/m احسب:

1- سعة المتسعة بعد ادخال العازل.

2- البعد بين صفيحتيها.

الحل/

1- $C_k = k\,C = 5 \times 12 = 60\mu F$

$$2\text{- } \Delta V_k = \frac{Q_k}{C_k} = \frac{600}{60} = 10V$$

$$E_k = \frac{\Delta V_k}{d} \quad \Rightarrow \quad 10000 = \frac{10}{d} \quad \Rightarrow \quad d = 0.001m = 0.1cm$$

مثال19/ متسعة ذات الصفيحتين المتوازيتين سعتها 20μF شحنت بوساطة بطارية فرق الجهد بين قطبيها 6V ثم ادخل عازل كهربائي بين صفيحتيها والمتسعة مازالت متصلة بالبطارية فاصبحت سعتها 60μF ما مقدار:

1- ثابت العزل الكهربائي للوح العازل.

2- الشحنة عل أي من صفيحتي المتسعة بعد ادخال العازل.

3- الطاقة المختزنة في المجال الكهربائي بين الصفيحتين قبل وبعد ادخال العازل.

4- المجال الكهربائي بين الصفيحتين بعد ادخال العازل اذا كان البعد بين الصفيحتين 0.5cm.

الحل/

1- $k = \frac{C_k}{C} = \frac{60}{20} = 3$

2- $Q_k = C_k \cdot \Delta V_k = 60\times6=360\mu C$

or $Q = C \cdot \Delta V = 20 \times 6 = 120\mu C$

$Q_k = k\,Q = 3 \times 120 = 360\mu C$

3- $PE = \frac{1}{2}\Delta V.Q = \frac{1}{2}\times6\times120\times10^{-6} = 360\times10^{-6} = 36\times10^{-5}J$

$PE_k = \frac{1}{2}\Delta V_k.Q_k = \frac{1}{2}\times6\times360\times10^{-6} = 1080\times10^{-6} = 108\times10^{-5}J$

or $PE_k = kPE = 3\times36\times10^{-5} = 108\times10^{-5}J$

4- $E_k = \frac{\Delta V_k}{d} = \frac{6}{0.5\times10^{-2}} = 1200V/m$

مثال20/ متسعة ذات الصفيحتين المتوازيتين شحنت بوساطة بطارية فرق الجهد بين قطبيها 20V فاذا ادخل عازل كهربائي بين الصفيحتين ثابت عزله 4 والمتسعة مازالت متصلة بالبطارية اصبحت شحنتها 400μC احسب مقدار:

1- سعة المتسعة قبل ادخال العازل.
2- مقدار الشحنة قبل ادخال العازل.
3- مقدار الزيادة في الطاقة المختزنة في المجال الكهربائي بين الصفيحتين.

الحل/

1- $C_k = \frac{Q_k}{\Delta V_k} = \frac{400}{20} = 20\mu F$

$C_k = kC \Rightarrow C = \frac{C_k}{k} = \frac{20}{4} = 5\mu F$

2- $Q = C.\Delta V = 5 \times 20 = 100\mu C$

Or $Q_k = k\,Q \Rightarrow 400 = 4Q \Rightarrow Q = 100\mu C$

3- $PE = \frac{1}{2}\Delta V.Q = \frac{1}{2}\times20\times100\times10^{-6} = 10^{-3}J$

$PE_k = \frac{1}{2}\Delta V_k.Q_k = \frac{1}{2}\times20\times400\times10^{-6} = 4\times10^{-3}J$

$\therefore \Delta PE = PE_k - PE = 4\times10^{-3} - 10^{-3} = 3\times10^{-3}J$

مثال21/ ربطت متسعة الى طرفي مصدر فرق جهده 20V ثم ادخل عازل بين صفيحتيها ثابت عزله 4 فأصبحت الطاقة المختزنة بين الصفيحتين $32\times10^{-4}J$ احسب:

1- سعة المتسعة قبل ادخال العازل.
2- المجال الكهربائي بين الصفيحتين بعد ادخال العازل اذا كان البعد بينهما 0.1cm.

الحل/

$$1-\ \ PE_k=\frac{1}{2}C_k.(\Delta V_K)^2 \Rightarrow 32\times10^{-4}=\frac{1}{2}C_k(20)^2 \Rightarrow 64\times10^{-4}=400C_k$$

$$C_k=\frac{64\times10^{-4}}{400}=16\times10^{-6}F=16\mu F$$

C_k=k C $\Rightarrow$ 16 =4C $\Rightarrow$ C=4μF

$$2-\ \ E_k=\frac{\Delta V_k}{d}=\frac{20}{0.1\times10^{-2}}=20\times10^3=20000V/m$$

مثال22/ متسعة مشحونة مقدار شحنتها 300μc وغير متصلة بالمصدر ادخل عازل بين صفيحتيها ثابت عزله الكهربائي 5 فأصبحت الطاقة المختزنة بين الصفيحتين 0.003J احسب:
1- سعة المتسعة قبل ادخال العازل.
2- المجال الكهربائي بعد ادخال العازل اذا علمت ان البعد بين صفيحتيها 0.2cm.

الحل/

$$1-\ \ PE_k=\frac{1}{2}\frac{Q_k^2}{C_k} \Rightarrow 0.003=\frac{(300\times10^{-6})^2}{2C_k} \Rightarrow 6\times10^{-3}C_k=90000\times10^{-12}$$

$$C_k=\frac{90000\times10^{-12}}{6\times10^{-3}}=15\times10^{-6}F=15\mu F$$

C_k =k C $\Rightarrow$ 15=5C $\Rightarrow$ C=3μF

$$2-\ \ \Delta V_k=\frac{Q_k}{C_k}=\frac{300}{15}=20V$$

$$E_k=\frac{\Delta V_k}{d}=\frac{20}{0.2\times10^{-2}}=10000V/m$$

مثال23/ اذا كانت سعة متسعة متصلة بمصدر 10μF ومقدار الشحنة في أي من صفيحتيها 400μC فاذا ادخل عازل ثابت عزله الكهربائي 2 بين الصفيحتين والمتسعة مازالت متصلة بالمصدر ما مقدار:
1- سعة المتسعة بعد ادخال العازل.
2- الطاقة المختزنة بين الصفيحتين قبل وبعد العازل.

الحل/

1- C_k = k C =2 × 10 =20μF

$$2-\ \ \Delta V=\frac{Q}{C}=\frac{400}{10}=40V$$

Q_k =k Q =2 × 400 =800μC

$$PE=\frac{1}{2}\Delta V.Q=\frac{1}{2}\times40\times400\times10^{-6}=8000\times10^{-6}=8\times10^{-3}J$$

$$PE_k=\frac{1}{2}\Delta V_k.Q_k=\frac{1}{2}\times40\times800\times10^{-6}=16000\times10^{-6}=16\times10^{-3}J$$

مثال/24 متسعة سعتها 12μF الهواء عازل بين صفيحتيها شحنت بوساطة بطارية فرق الجهد بين قطبيها 10V ثم فصلت عن البطارية وادخل بين صفيحتيها لوح من مادة عازلة كهربائيا ثابت عزلها 5 ما مقدار:

1- الشحنة المختزنة على أي من صفيحتي المتسعة قبل وبعد العازل.

2- سعة المتسعة بوجود العازل. 3- فرق الجهد بين صفيحتيها بوجود العازل.

4- الطاقة المختزنة في المجال الكهربائي بين الصفيحتين قبل وبعد العازل.

الحل/

1- $Q = C \cdot \Delta V = 12 \times 10 = 120\mu C$

∵ المتسعة فصلت عن البطارية لذلك

$Q_k = Q = 120\mu C$

2- $C_k = kC = 5 \times 12 = 60\mu F$

3- $\Delta V_k = \frac{Q_k}{C_k} = \frac{120}{60} = 2V$

4- $PE = \frac{1}{2}\Delta V.Q = \frac{1}{2} \times 10 \times 120 \times 10^{-6} = 6 \times 10^{-4} J$

$PE_k = \frac{1}{2}\Delta V_k.Q_k = \frac{1}{2} \times 2 \times 120 \times 10^{-6} = 12 \times 10^{-5} J$

مثال/25 متسعة سعتها 20μF مشحونة ومفصولة عن المصدر وكان مقدار الشحنة على أي من صفيحتيها 600μC ، ادخل عازل بين الصفيحتين فازدادت سعتها بمقدار 40μF احسب :

1- ثابت العزل الكهربائي.

2- المجال الكهربائي بين الصفيحتين اذا كان البعد بينهما 0.2cm.

الحل/

1- $C_k = C + \Delta C = 20 + 40 = 60\mu F$

$k = \frac{C_k}{C} = \frac{60}{20} = 3$

2- $\Delta V_k = \frac{Q_k}{C_k} = \frac{600}{60} = 10V$

$E_k = \frac{\Delta V_k}{d} = \frac{10}{0.2 \times 10^{-2}} = 5000V/m$

مثال/26 متسعة ذات الصفيحتين المتوازيتين كل من صفيحتيها مربعة الشكل طول ضلع كل منها 5cm ويفصل بينهما الفراغ فإذا كانت سعة المتسعة 5pF ما مقدار :

1- البعد بين صفيحتيها .

2- الشحنة المختزنة في أي من صفيحتيها بعد تسليط فرق جهد مقداره 12V مع العلم ان سماحية الفراغ

الحل/

1- $A = (5 \times 10^{-2}) = 25 \times 10^{-4} m^2$

$$C=\frac{\varepsilon_o A}{d} \Rightarrow 5\times10^{-12}=\frac{8.85\times10^{-12}\times25\times10^{-4}}{d}$$

$$d=\frac{8.85\times25\times10^{-12}\times10^{-4}}{5\times10^{-12}}=44.25m$$

2- $Q= C . \Delta V =5 \times 12 =60PC$

مثال27/ متسعة ذات الصفيحتين المتوازيتين البعد بينهما 0.5cm ومساحة الصفيحة $25cm^2$ يفصل بينهما عازل ثابت عزله 5 ربطت لمصدر فرق جهده الكهربائي 100V احسب :

1- سعة المتسعة 2- شحنة المتسعة 3- الطاقة المختزنة في المجال الكهربائي بين صفيحتي المتسعة

الحل/

$$1-\ C_k=k\varepsilon_o\frac{A}{d}=5\times8.85\times10^{-12}\times\frac{25\times10^{-4}}{0.5\times10^{-2}}=221.25\times10^{-13}F$$

2- $Q_k =C_k . \Delta V =221.25\times10^{-13} \times 100 =221.25\times10^{-11}C$

$$3-\ PE_k=\frac{1}{2}\Delta V.Q_k=\frac{1}{2}\times100\times221.25\times10^{-11}=11062.5\times10^{-11}J$$

ربط التوازي:

مثال28/ متسعتان $(C_1=1\mu F, C_2=4\mu F)$ موصولتان على التوازي فإذا شحنت المتسعتان حتى أصبح فرق جهد المجموعة 120V احسب :

1- لكل متسعة الشحنة المختزنة في أي من صفيحتيها . 2- السعة المكافئة لهما .

الحل/

∵ الربط توازي لذلك $\Delta V_T = \Delta V_1 = \Delta V_2 =120V$

$Q_1 =C_1 . \Delta V_1 =1 \times 120=120\mu C$, $Q_2 =C_2 . \Delta V_2 =4 \times 120 =480\mu C$

$C_{eq} = C_1 + C_2 =1 + 4 =5\mu F$

مثال29/ ربطت المتسعتان $(C_1=2\mu F , C_2=5\mu F)$ على التوازي وشحنت السعة المكافئة لهما بـ $(280\mu C)$.

احسب لكل متسعة مقدار:

1- الشحنة المختزنة في أي من صفيحتيها. 2- الطاقة المختزنة في المجال الكهربائي بين صفيحتيها.

الحل/

1- $C_{eq} =C_1 + C_2 =2 + 5=7\mu F$

$$\Delta V_T=\frac{Q_T}{C_{eq}}=\frac{280}{7}=40V$$

∵ الربط توازي لذلك $\Delta V_T =\Delta V_1 = \Delta V_2 =40V$

$Q_1 =C_1 . \Delta V_1 =2 \times 40 = 80\mu C$, $Q_2 =C_2 . \Delta V_2 =5 \times 40 =200\mu C$

$$2-\ PE_1=\frac{1}{2}\Delta V_1.Q_1=\frac{1}{2}\times40\times80\times10^{-6}=16\times10^{-4}J$$

$$PE_2=\frac{1}{2}\Delta V_2.Q_2=\frac{1}{2}\times40\times200\times10^{-6}=4\times10^{-3}J$$

مثال30/ متسعتان $(C_1=3\mu F, C_2=5\mu F)$ موصلتان على التوازي ، وصلتا الى بطارية فرق جهدها 12V احسب:
1- السعة المكافئة للمجموعة 2- فرق جهد كل متسعة 3- شحنة كل متسعة والشحنة الكلية.

الحل/

1- $C_{eq}=C_1 + C_2 =3 + 5 =8\mu F$
2- $\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V_T =12V$ (توازي)
3- $Q_1 =C_1 . \Delta V_1 =3 \times 12 =36\mu C$, $Q_2 =C_2 . \Delta V_2 =5 \times 12 =60\mu C$
$Q_T =Q_1 + Q_2 =36 + 60 =96\mu C$
or
$Q_T =C_{eq} . \Delta V_T =8 \times 12 =96\mu C$

مثال31/ ثلاث متسعات $(C_1=2\mu F, C_2=6\mu F, C_3=12\mu F)$ موصولة على التوازي ثم وصلت المجموعة الى بطارية فكانت الشحنة الكلية للمجموعة 120μC احسب :
1- السعة المكافئة للمجموعة 2- فرق جهد البطارية 3- شحنة كل متسعة

الحل/

$$1- \ C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 = 2 + 6 + 12 = 20F$$

$$2- \ \Delta V = \frac{Q_T}{C_{eq}} = \frac{120}{20} = 6V$$

$$3- \ Q_1 = C_1.\Delta V = 2 \times 6 = 12\mu C \quad , \quad Q_2 = C_2.\Delta V = 6 \times 6 = 36\mu C$$

$$Q_3 = C_3.\Delta V = 12 \times 6 = 72\mu C$$

مثال32/ متسعتان $(C_1=8\mu F, C_2=20\mu F)$ وصلتا على التوازي ثم وصلتا الى بطارية فرق الجهد بين قطبيها 6V احسب :
1- الشحنة الكلية وشحنة كل متسعة 2- الطاقة المختزنة في كل متسعة والطاقة الكلية.

الحل/

$$1- \ C_{eq} = C_1 + C_2 = 8 + 20 = 28F$$

$$Q_T = C_{eq}.\Delta V = 28 \times 6 = 168\mu C \quad , \quad Q_1 = C_1.\Delta V = 8 \times 6 = 48\mu C$$

$$Q_2 = C_2.\Delta V = 20 \times 6 = 120\mu C$$

$$2- \ PE_1 = \frac{1}{2} C_1.(\Delta V)^2 = \frac{1}{2} \times 8 \times 10^{-6} (6)^2 = 144 \times 10^{-6} J$$

$$PE_2 = \frac{1}{2} C_2.(\Delta V)^2 = \frac{1}{2} \times 20 \times 10^{-6} (6)^2 = 360 \times 10^{-6} J$$

$$PE_T = \frac{1}{2} C_{eq}.(\Delta V)^2 = \frac{1}{2} \times 28 \times 10^{-6} (6)^2 = 504 \times 10^{-6} J$$

مثال33/ ربطت المتسعتان ($C_1=2\mu F$, $C_2=5\mu F$) على التوازي مع بعضهما ووصلتا الى مصدر فكانت الشحنة على المتسعة الاولى ($96\mu C$) فما مقدار:
1- شحنة وفرق جهد المتسعة الثانية؟
2- المجال الكهربائي بين صفيحتي المتسعة الاولى اذا كان البعد بين صفيحتيها 0.4cm.

الحل/

$$1-\quad \Delta V_1=\frac{Q_1}{C_1}=\frac{96}{2}=48V$$

∵ الربط توازي لذلك $\Delta V_2=\Delta V_1=48V$

$Q_2=C_2 . \Delta V_2=5\times 48=240\mu C$

$$2-\quad E_1=\frac{\Delta V_1}{d}=\frac{48}{0.4\times 10^{-2}}=12000V/m$$

مثال34/ متسعتان ($C_1=4\mu F, C_2=6\mu F$) مربوطتان على التوازي وكانت الشحنة الكلية للمجموعة $120\mu C$ احسب :
1- فرق الجهد الكلي وفرق جهد كل متسعة
2- الشحنة المختزنة في أي من صفيحتي كل متسعة.
3- الطاقة المختزنة في المجال الكهربائي بين صفيحتي كل متسعة والطاقة المختزنة في المجموعة.

الحل/

$1-\quad C_{eq}=C_1+C_2=4+6=10\mu F$

$$\Delta V_T=\frac{Q_T}{C_{eq}}=\frac{120}{10}=12V$$

$\Delta V_1=\Delta V_2=\Delta V_T=12V$ (توازي)

$2-\quad Q_1=C_1 . \Delta V_1=4\times 12=48\mu C$, $Q_2=C_2 . \Delta V_2=6\times 12=72\mu C$

$$3-\quad PE_1=\frac{1}{2}\Delta V_1 . Q_1=\frac{1}{2}\times 12\times 48\times 10^{-6}=288\times 10^{-6}J$$

$$PE_2=\frac{1}{2}\Delta V_2 . Q_2=\frac{1}{2}\times 12\times 72\times 10^{-6}=432\times 10^{-6}J$$

$$PE_T=PE_1+PE_2=288\times 10^{-6}+432\times 10^{-6}=720\times 10^{-6}J$$

or

$$PE_T=\frac{1}{2}\Delta V_T . Q_T=\frac{1}{2}\times 12\times 120\times 10^{-6}=720\times 10^{-6}J$$

مثال35/ متسعتان ($C_1=5\mu F, C_2=10\mu F$) موصولتان على التوازي ثم وصلتا الى بطارية وكانت الشحنة على المتسعة الأولى $200\mu C$ احسب :
1- الشحنة المختزنة في أي من صفيحتي المتسعة الثانية والشحنة الكلية.
2- المجال الكهربائي بين صفيحتي المتسعة الأولى اذا كان البعد بين صفيحتيها 0.5cm.

الحل/

$1-\quad C_{eq}=C_1+C_2=5+10=15\mu F$

$$\Delta V_1=\frac{Q_1}{C_1}=\frac{200}{5}=40V$$

∵ الربط توازي لذلك $\Delta V_1=\Delta V_2=\Delta V_T=40V$

$Q_2 = C_2 . \Delta V_2 = 10 \times 40 = 400\mu C$
$Q_T = Q_1 + Q_2 = 200 + 400 = 600\mu C$

$$2-\quad E_1 = \frac{\Delta V_1}{d} = \frac{40}{0.5\times10^{-2}} = 8000 V/m$$

مثال36/ متسعتان $(C_1, C_2=20\mu F)$ موصولتان على التوازي وكانت السعة المكافئة لهما $30\mu F$ والمجال الكهربائي بين صفيحتي المتسعة (C_1) $5000V/m$ والبعد بين صفيحتيها $0.4cm$ احسب :
1- سعة المتسعة (C_1). 2- فرق جهد كل متسعة وفرق الجهد الكلي 3- الشحنة المختزنة في كل متسعة
4- الطاقة المختزنة في المجموعة .

الحل/

$$1-\quad C_{eq} = C_1 + C_2 \Rightarrow 30 = C_1 + 20 \Rightarrow C_1 = 30 - 20 = 10\mu F$$

$$2-\quad E_1 = \frac{\Delta V_1}{d} \Rightarrow 5000 = \frac{\Delta V_1}{0.4\times10^{-2}} \Rightarrow \Delta V_1 = 5000\times4\times10^{-3} = 20V$$

∵ الربط توازي لذلك $\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V_T = 20V$

$3-\quad Q_1 = C_1 . \Delta V_1 = 10 \times 20 = 200\mu C \quad , \quad Q_2 = C_2 . \Delta V_2 = 20 \times 20 = 400\mu C$
$Q_T = Q_1 + Q_2 = 200 + 400 = 600\mu C$

$$4-\quad PE_T = \frac{1}{2}\Delta V_T . Q_T = \frac{1}{2}\times 20\times600\times10^{-6} = 6\times10^{-3} J$$

مثال37/ متسعتان $(C_1=6\mu F, C_2)$ موصولتان على التوازي ، وصلتا الى بطارية فكانت الطاقة المختزنة في المجال الكهربائي بين صفيحتي المتسعة الثانية $72\times10^{-6}J$ والسعة المكافئة للمجموعة $10\mu F$ جد مقدار:
1- سعة المتسعة C_2 . 2- فرق جهد كل متسعة وفرق الجهد الكلي 3- الشحنة لكل متسعة والشحنة الكلية.

الحل/

$$1-\quad C_{eq} = C_1 + C_2 \Rightarrow 10 = 6 + C_2 \Rightarrow C_2 = 10 - 6 = 4\mu F$$

$$2-\quad PE_2 = \frac{1}{2}C_2 . (\Delta V_2)^2 \Rightarrow 72\times10^{-6} = \frac{1}{2}\times4\times10^{-6}(\Delta V_2)^2$$

$$(\Delta V_2)^2 = \frac{72}{2} = 36 \Rightarrow \Delta V_2 = 6V$$

∵ الربط توازي لذلك $\Delta V_2 = \Delta V_1 = \Delta V_T = 6V$

$3-\quad Q_1 = C_1 . \Delta V_1 = 6 \times 6 = 36\mu C \quad , \quad Q_2 = C_2 . \Delta V_2 = 4 \times 6 = 24\mu C$
$Q_T = Q_1 + Q_T = 36 + 24 = 60\mu C$

مثال38/ اربع متسعات $(C_1=4\mu F, C_2=12\mu F, C_3=8\mu F, C_4=6\mu F)$ مربوطة على التوازي وكانت الطاقة المختزنة في المجال الكهربائي بين صفيحتي المتسعة الثالثة $256\times10^{-6}J$ احسب :
1- السعة المكافئة للمجموعة. 2- فرق جهد كل متسعة وفرق الجهد الكلي 3- شحنة كل متسعة والشحنة الكلية
4- المجال الكهربائي بين صفيحتي المتسعة الأولى اذا كان البعد بين صفيحتيها $0.4cm$.

الحل/

$$1-\quad C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + C_4 = 4 + 12 + 8 + 6 = 30\mu F$$

$$2-\quad PE_3 = \frac{1}{2}C_3 . (\Delta V_3)^2 \Rightarrow 256\times10^{-6} = \frac{1}{2}\times8\times10^{-6}\times(\Delta V_3)^2$$

$$(\Delta V_3)^2 = \frac{256\times10^{-6}}{4\times10^{-6}} = 64 \Rightarrow \Delta V_3 = 8V$$

3- $\Delta V_1=\Delta V_2=\Delta V_3=\Delta V_4=\Delta V_4=8V$

4- $Q_1=C_1.\Delta V_1=4\times 8=32\mu C$, $Q_2=C_2.\Delta V_2=12\times 8=96\mu C$

$Q_3=C_3.\Delta V_3=8\times 8=64\mu C$, $Q_4=C_4.\Delta V_4=6\times 8=48\mu C$

$Q_T=Q_1+Q_2+Q_3+Q_4=32+96+64+48=240\mu C$

مثال39/ اربع متسعات سعة كل واحدة منها (C) وصلت على التوازي ثم وصلت المجموعة الى مصدر فرق الجهد بين قطبية 30V فاذا كانت الشحنة المختزنة في المجموعة 240μC فما سعة كل متسعة وشحنتها؟

الحل/

$$C_{eq}=\frac{Q_T}{\Delta V_T}=\frac{240}{30}=8\mu F$$

$C_{eq}=nC \Rightarrow 8=4C \Rightarrow C=2\mu F$

$Q_1=C_1.\Delta V_1=2\times 30=60\mu C$, $Q_2=C_2.\Delta V_2=2\times 30=60\mu C$

$Q_3=C_3.\Delta V_3=2\times 30=60\mu C$, $Q_4=C_4.\Delta V_4=2\times 30=60\mu C$

ربط التوالي :

مثال40/ متسعتان ($C_1=3\mu F, C_2=6\mu F$) موصولتان على التوالي ثم وصلتا إلى بطارية فرق الجهد بين قطبيها 60V احسب:

1- السعة المكافئة للمجموعة. 2- الشحنة الكلية وشحنة كل متسعة 3- فرق جهد كل متسعة.

الحل/

1- $\frac{1}{C_{eq}}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2} \Rightarrow \frac{1}{C_{eq}}=\frac{1}{3}+\frac{1}{6} \Rightarrow \frac{1}{C_{eq}}=\frac{2+1}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

$\therefore C_{eq}=2\mu F$

2- $Q_T=C_{eq}.\Delta V_T=2\times 60=120\mu C$

$Q_T=Q_1=Q_2=120\mu C$ (توالي)

3- $\Delta V_1=\frac{Q_1}{C_1}=\frac{120}{3}=40V$, $\Delta V_2=\frac{Q_2}{C_2}=\frac{120}{6}=20V$

مثال41/ متسعتان ($C_1=12\mu F, C_2=6\mu F$) مربوطتان على التوالي ، ربطتا إلى بطارية وشحنت مجموعتهما بشحنة كلية مقدارها 60μC احسب :

1- السعة المكافئة للمجموعة. 2- فرق جهد كل متسعة وفرق الجهد الكلي.

3- الطاقة المختزنة في كل متسعة والطاقة الكلية.

الحل/

1- $\frac{1}{C_{eq}}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2} \Rightarrow \frac{1}{C_{eq}}=\frac{1}{12}+\frac{1}{6} \Rightarrow \frac{1}{C_{eq}}=\frac{1+2}{12}=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$

$\therefore C_{eq}=4\mu F$

2- $\Delta V_1=\frac{Q_1}{C_1}=\frac{60}{12}=5V$, $\Delta V_2=\frac{Q_2}{C_2}=\frac{60}{6}=10V$

$\Delta V_T=\Delta V_1+\Delta V_2=5+10=15V$

3- $PE_1=\frac{1}{2}\Delta V_1.Q_1=\frac{1}{2}\times 5\times 60\times 10^{-6}=150\times 10^{-6}J$

$PE_2=\frac{1}{2}\Delta V_2.Q_2=\frac{1}{2}\times 10\times 60\times 10^{-6}=300\times 10^{-6}J$

$PE_T = PE_1 + PE_2 = 150\times10^{-6} + 300\times10^{-6} = 450\times10^{-6} J$

مثال42/ ربطت المتسعتان $(C_1=6\mu F, C_2=3\mu F)$ على التوالي وشحنت المجموعة بشحنة $200\mu C$ احسب :
1- فرق جهد المصدر الشاحن 2- شحنة وفرق جهد كل متسعة
3- الطاقة المختزنة في المجال الكهربائي بين صفيحتي كل متسعة و الطاقة الكلية.

الحل/

$$1-\ C_{eq} = \frac{C_1.C_2}{C_1+C_2} = \frac{6\times3}{6+3} = \frac{18}{9} = 2\mu F$$

$$\Delta V_{total} = \frac{Q_{total}}{C_{eq}} = \frac{200}{2} = 100V$$

بما ان الربط توالي لذلك

$2-\ Q_1 = Q_2 = Q_{total} = 200\mu C$

$$\Delta V_1 = \frac{Q}{C_1} = \frac{200}{6} = \frac{100}{3}V \quad , \quad \Delta V_2 = \frac{Q}{C_2} = \frac{200}{3}V$$

$$3-\ PE_{(1)} = \frac{1}{2}Q\times\Delta V_1 = \frac{1}{2}\times200\times10^{-6}\times\frac{100}{3} = \frac{1}{3}\times10^{-2}J$$

$$PE_{(2)} = \frac{1}{2}Q\times\Delta V_2 = \frac{1}{2}\times200\times10^{-6}\times\frac{200}{3} = \frac{2}{3}\times10^{-2}J$$

$$PE_{total} = \frac{1}{2}Q\times\Delta V_{total} = \frac{1}{2}\times200\times10^{-6}\times100 = 0.01J$$

مثال43/ ربطت ثلاث متسعات سعاتها $(C_1=2\mu F , C_2=3\mu F , C_3=6\mu F)$ على التوالي وربطت المجموعة إلى بطارية فرق جهدها $120V$ احسب :
1- السعة المكافئة للمجموعة 2- شحنة وفرق جهد كل متسعة. 3- الطاقة المختزنة في المجموعة؟

الحل/

$$1-\ \frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3} = \frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6} = \frac{3+2+1}{6} = \frac{6}{6} = 1\mu F \Rightarrow C_{eq}=1\mu F$$

$2-\ Q_T = C_{eq}\,.\,\Delta V_T = 1\times120 = 120\mu C$

∵ الربط توالي لذلك $Q_T = Q_1 = Q_2 = Q_3 = 120\mu C$

$$\Delta V = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{120}{2} = 60V ،\ \Delta V_2 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{120}{3} = 40V ,\ \Delta V_3 = \frac{Q_3}{C_3} = \frac{120}{6} = 20V$$

$$PE_T = \frac{1}{2}\Delta V_T.Q_T = \frac{1}{2}\times120\times120\times10^{-6} = 72\times10^{-4}J$$

مثال44/ ربطت ثلاث متسعات سعاتها $(C_1=12\mu F\ ,\ C_2=36\mu F\ ,\ C_3=18\mu F)$ على التوالي وربطت المجموعة إلى بطارية فرق جهدها $30V$ احسب :
1- السعة المكافئة للمجموعة 2- شحنة وفرق جهد كل متسعة.
3- المجال الكهربائي بين صفيحتي المتسعة الثالثة اذا علمت ان البعد بين صفيحتيها $0.2cm$؟

الحل/

$$1-\frac{1}{C_{eq}}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}=\frac{1}{12}+\frac{1}{36}+\frac{1}{18}=\frac{3+1+2}{36}=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}\mu F$$

$\therefore\ C_{eq}=6\mu F$

2- $Q_T=C_{eq}\,.\,\Delta V_T=6\times 30=180\mu C$

∵ الربط توالي لذلك $Q_T=Q_1=Q_2=Q_3=180\mu C$

$$\Delta V_1=\frac{Q_1}{C_1}=\frac{180}{12}=15V\ ,\ \Delta V_2=\frac{Q_2}{C_2}=\frac{180}{36}=5V\ ,\ \Delta V_3=\frac{Q_3}{C_3}=\frac{180}{18}=10V$$

$$E_3=\frac{\Delta V_3}{d}=\frac{10}{0.2\times10^{-3}}=5000V/m$$

مثال45/ المتسعتان $(C_1,C_2=24\mu F)$ موصولتان على التوالي ثم وصلتا إلى بطارية وكانت السعة المكافئة لهما $6\mu F$ والمجال الكهربائي بين صفيحتي المتسعة الأولى $5000V/m$ والبعد بين الصفيحتين $0.3cm$ احسب :
1- سعة المتسعة C_1 . 2- فرق جهد المتسعة الثانية.

الحل/

$$1-\ \frac{1}{C_{eq}}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\ \Rightarrow\ \frac{1}{6}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{24}\ \Rightarrow\ \frac{1}{C_1}=\frac{1}{6}-\frac{1}{24}$$

$$\frac{1}{C_1}=\frac{4-1}{24}=\frac{3}{24}=\frac{1}{8}\ \Rightarrow\ C_1=8\mu F$$

$$2-\ E_1=\frac{\Delta V_1}{d}\ \Rightarrow\ 5000=\frac{\Delta V_1}{0.3\times10^{-2}}\ \Rightarrow\ \Delta V_1=5000\times3\times10^{-3}=15V$$

$Q_1=C_1\,.\,\Delta V_1=8\times 15=120\mu C$

∵ الربط توالي لذلك $Q_1=Q_2=Q_T=120\mu C$

$$\Delta V_2=\frac{Q_2}{C_2}=\frac{120}{24}=5V$$

مثال46/ متسعتان $(C_1=20\mu F,C_2=30\mu F)$ مربوطتان على التوالي وكانت الطاقة المختزنة في الأولى $36\times10^{-5}J$ فما مقدار السعة المكافئة للمجموعة والمجال الكهربائي بين صفيحتي المتسعة الثانية اذا كان البعد بين صفيحتيها $0.1cm$.

الحل/

$$\frac{1}{C_{eq}}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\ \Rightarrow\ \frac{1}{C_{eq}}=\frac{1}{20}+\frac{1}{30}\ \frac{3+2}{60}=\frac{5}{60}=\frac{1}{12}\ \Rightarrow\ C_{eq}=12\mu F$$

$$PE_1=\frac{1}{2}C_1.(\Delta V_1)^2\ \Rightarrow\ 36\times10^{-5}=\frac{1}{2}\times20\times10^{-6}\times(\Delta V_1)^2$$

$$(\Delta V_1)^2=36\ \Rightarrow\ \Delta V_1=6V$$

$Q_1=C_1\,.\,\Delta V_1=20\times 6=120\mu C$, $\Delta V_2=\frac{Q_2}{C_2}=\frac{120}{30}=4V$

$$E_2=\frac{\Delta V_2}{d}=\frac{4}{0.1\times10^{-2}}=4000V/m$$

توازي بوجود العازل:

مثال47/ متسعتان من ذوات الصفيحتين المتوازيتين $(C_1=26\mu F, C_2=18\mu F)$ مربوطتان على التوازي ومجموعتهما ربطت بين قطبي بطارية فرق الجهد بين قطبيها $(50V)$ ، اذا ادخل لوح من مادة عازلة ثابت عزلها (k) بين صفيحتي المتسعة الاولى ومازالت المجموعة متصلة بالبطارية فكانت الشحنة الكلية للمجموعة $(3500\mu C)$ ما مقدار ؟

1- ثابت العزل (k). 2- الشحنة المختزنة في أي من صفيحتي كل متسعة بعد ادخال المادة العازلة.

الحل/

1- ∵ المجموعة مازالت متصلة بالبطارية لذلك $\Delta V_{Tk} = \Delta V_T = 50V$

$$C_{eqk} = \frac{Q_{Tk}}{\Delta V_{Tk}} = \frac{3500}{50} = 70\mu F$$

$$C_{eqk} = C_{1k} + C_2 \Rightarrow 70 = C_{1k} + 18 \Rightarrow C_{1k} = 70 - 18 = 52\mu F$$

$$k = \frac{C_{1k}}{C_1} = \frac{52}{26} = 2$$

2- ∵ المجموعة مربوطة على التوازي لذلك $\Delta V_{Tk} = \Delta V_{1k} = \Delta V_2 = 50V$

$Q_{1k} = C_{1k} \cdot \Delta V_{1k} = 52 \times 50 = 2600\mu C$, $Q_2 = C_2 \cdot \Delta V_2 = 18 \times 50 = 900\mu C$

مثال48/ المتسعتان $(C_1=2\mu F , C_2=4\mu F)$ مربوطتان مع بعضهما على التوازي ومجموعتهما ربطت الى مصدر للفولطية فرق الجهد بين قطبيه $100V$ ، وضع عازل ثابت عزله (k) بين صفيحتي المتسعة الاولى بدل الهواء (مع بقاء المجموعة متصلة بالمصدر) فاصبحت شحنة المجموعة $(1600\mu C)$ فما مقدار ثابت العزل (k) وما الشحنة المختزنة في أي من صفيحتي كل متسعة قبل وبعد العازل.

الحل/

$$C_{eqk} = \frac{Q_{Tk}}{\Delta V} = \frac{1600}{100} = 16\mu F$$

$$C_{1k} = C_{eqk} - C_2 = 16 - 4 = 12\mu F$$

$$k = \frac{C_{1k}}{C_1} = \frac{12}{2} = 6$$

$Q_1 = C_1 . \Delta V = 2 \times 100 = 200\mu C$, $Q_2 = C_2 . \Delta V = 4 \times 100 = 400\mu C$

$Q_{1k} = C_{1k} . \Delta V = 12 \times 100 = 1200\mu C$, $Q_2 = C_2 . \Delta V = 4 \times 100 = 400\mu C$

مثال49/ متسعتان $(C_1=5\mu F\ ,\ C_2=3\mu F)$ مربوطتان مع بعضهما على التوازي ومجموعتهما ربطت بين قطبي بطارية فرق الجهد بين قطبيها 15V . اذا ادخل لوح من مادة عازلة ثابت عزلها (k) بين صفيحتي المتسعة الاولى وما زالت المجموعة متصلة بالبطارية اصبحت الشحنة الكلية للمجموعة 270μC ما مقدار :
1- ثابت العزل (k) .
2- الشحنة المختزنة في أي من صفيحتي كل متسعة قبل وبعد ادخال المادة العازلة.

الحل/

$$1)\quad C_{eqk}=\frac{Q_{Tk}}{\Delta V}=\frac{270}{15}=18\mu F$$

$$C_{1k}=C_{eqk}-C_2=18-3=15\mu F$$

$$k=\frac{C_{1k}}{C_1}=\frac{15}{5}=3$$

2)

$$Q_1=C_1.\Delta V=5\times15=75\mu C\quad ,\quad Q_2=C_2.\Delta V=3\times15=45\mu C$$

$$Q_{1k}=C_{1k}.\Delta V=15\times15=225\mu C\quad ,\quad Q_2=C_2.\Delta V=3\times15=45\mu C$$

مثال50/ ربطت المتسعتان $(C_1=2\mu F\ ,\ C_2=6\mu F)$ على التوازي ووصلت مجموعتهما الى بطارية فرق الجهد بين قطبيها 40V .
1- احسب لكل متسعة مقدار الشحنة المختزنة في أي من صفيحتيها.
2- اذا ادخل لوح من مادة عازلة كهربائيا ثابت عزله (4) بين صفيحتي المتسعة الاولى (مع بقاء البطارية متصلة بالمجموعة) فما الشحنة المختزنة في أي من صفيحتي كل متسعة بعد ادخال العازل.

الحل/

$$1)\quad Q_1=C_1.\Delta V=2\times40=80\mu C\quad ,\quad Q_2=C_2.\Delta V=6\times40=240\mu C$$

$$2)\quad C_{1k}=k\,C_1=4\times2=8\mu F$$

$$Q_{1k}=C_{1k}.\Delta V=8\times40=320\mu C\quad ,\quad Q_2=C_2.\Delta V=6\times40=240\mu C$$

مثال51/ المتسعتان $(C_1=2\mu F\ ,\ C_2=8\mu F)$ مربوطتان على التوازي ووصلت مجموعتهما الى مصدر فرق الجهد بين قطبيه 90V فاذا فصلت المجموعة عن المصدر وابدل العازل بين صفيحتي المتسعة الاولى بعازل اخر ثابت عزله الكهربائي (2) فما مقدار فرق الجهد على المجموعة وشحنة كل متسعة بعد ابدال العازل.

الحل/

قبل العازل :

$C_{eq}=C_1+C_2=2+8=10\mu F$

$Q_T=C_{eq}\ .\ \Delta V_T=10\times90=900\mu C$

بعد العازل :

$C_{1k}=k\,C_1=2\times2=4\mu F$

$C_{eqk}=C_{1k}+C_2=4+8=12\mu F$

$$\Delta V_{Tk}=\frac{Q_{Tk}}{C_{eqk}}=\frac{900}{12}=75V$$

$Q_{1k}=C_{1k}\ .\ \Delta V_{1k}=4\times75=300\mu C\quad ,\quad Q_2=C_2\ .\ \Delta V_2=8\times75=600\mu C$

مثال52/ ربطت المتسعتان ($C_1=4\mu F$, $C_2=2\mu F$) على التوازي ثم شحنت المجموعة بوساطة مصدر للفولطية المستمرة وفصلت عنه فظهر فرق جهد على المجموعة (40V) ثم ادخلت مادة عازلة سمكها (0.2cm) بين صفيحتي المتسعة الثانية بحيث تملأ الحيز بين صفيحتيها فاصبح فرق جهد المجموعة (12V) فما ثابت عزل العازل ؟ وكم يصبح المجال الكهربائي بين صفيحتي المتسعة الثانية؟

الحل/

قبل العازل :

$C_{eq} = C_1 + C_2 = 4 + 2 = 6\mu F$

$Q_T = C_{eq} . \Delta V_T = 6 \times 40 = 240\mu C$

بعد العازل :

∵ المجموعة منفصلة عن المصدر لذلك $Q_{Tk} = Q_T = 240\mu C$

$$C_{eqk} = \frac{Q_{Tk}}{\Delta V_{Tk}} = \frac{240}{12} = 20\mu F$$

$C_{eqk} = C_1 + C_{2k} \Rightarrow 20 = 4 + C_{2k} \Rightarrow C_{2k} = 20 - 4 = 16\mu F$

$C_{2k} = k\, C_2 \Rightarrow 16 = k \times 2 \Rightarrow k = \frac{16}{2} = 8$

∵ الربط توازي لذلك $\Delta V_{Tk} = \Delta V_1 = \Delta V_{2k} = 12V$

$$E_{2k} = \frac{\Delta V_{2k}}{d} = \frac{12}{0.2\times10^{-2}} = 6000 V/m$$

مثال53/ متسعتان من ذوات الصفيحتين المتوازيتين ($C_1=2\mu F$, $C_2=8\mu F$) مربوطتان مع بعضهما على التوازي فاذا شحنت مجموعتهما بشحنة كلية $600\mu C$ بوساطة مصدر للفولطية المستمرة ثم فصلت عنه.

1- احسب لكل متسعة مقدار الشحنة المختزنة في أي من صفيحتيها و الطاقة المختزنة في المجال الكهربائي بين صفيحتيها.

2- ادخل لوح من مادة عازلة ثابت عزله (k) بين صفيحتي المتسعة الاولى فهبط فرق جهد المجموعة الى 30V احسب ثابت العزل الكهربائي و الشحنة المختزنة في أي من صفيحتي كل متسعة.

الحل/

$$1)\quad C_{eq} = C_1 + C_2 = 2 + 8 = 10\mu F \quad , \quad \Delta V = \frac{Q_T}{C_{eq}} = \frac{600}{10} = 60V$$

$$Q_1 = C_1.\Delta V = 2\times60 = 120\mu C \quad , \quad Q_2 = C_2.\Delta V = 8\times60 = 480\mu C$$

$$PE_1 = \frac{1}{2}\Delta V.Q_1 = \frac{1}{2}\times60\times120\times10^{-6} = 36\times10^{-4} J$$

$$PE_2 = \frac{1}{2}\Delta V.Q_2 = \frac{1}{2}\times60\times480\times10^{-6} = 144\times10^{-4} J$$

$$2)\quad C_{eqk} = \frac{Q_T}{\Delta V_k} = \frac{600}{30} = 20\mu F$$

$$C_{1k} = C_{eqk} - C_2 = 20 - 8 = 12\mu F \quad , \quad k = \frac{C_{1k}}{C_1} = \frac{12}{2} = 6$$

$$Q_{1k} = C_{1k}.\Delta V_k = 12\times30 = 360\mu C \quad , \quad Q_2 = C_2.\Delta V_k = 8\times30 = 240\mu C$$

مثال54/ ربطت المتسعتان $(C_1=2\mu F\ ,\ C_2=6\mu F)$ على التوازي وشحنت السعة المكافئة لهما بشحنة كلية مقدارها $(960\mu C)$ بوساطة مصدر للفولطية ثم فصلت عنه فما مقدار فرق الجهد الذي سيظهر على طرفي المجموعة ؟ واذا وضع عازل بين صفيحتي المتسعة الاولى اصبح فرق الجهد على طرفي المجموعة $(96V)$. ما مقدار ثابت عزل المادة العازلة؟

الحل/

$$C_{eq}=C_1+C_2=2+6=8\mu F$$

$$\Delta V_T=\frac{Q_T}{C_{eq}}=\frac{960}{8}=120V$$

$$C_{eqk}=\frac{Q_T}{\Delta V_k}=\frac{960}{96}=10\mu F\quad ,\quad C_{1k}=C_{eqk}-C_2=10-6=4\mu F$$

$$k=\frac{C_{1k}}{C_1}=\frac{4}{2}=2$$

مثال55/ ربطت المتسعتان $(C_1=2\mu F,\ C_2=8\mu F)$ على التوازي وشحنت المجموعة بشحنة كلية مقدارها $(1000\mu C)$ بوساطة مصدر للفولطية ثم فصلت عنه .

1- ما الشحنة المختزنة في أي من صفيحتي كل متسعة والطاقة المختزنة في المجال الكهربائي بين صفيحتيها ؟ .

2- اذا استبدل الهواء بين صفيحتي المتسعة الاولى بمادة عازلة ثابت عزلها (6) فكم تصبح الشحنة المختزنة في أي من صفيحتي كل متسعة .

الحل/

$$1)\quad C_{eq}=C_1+C_2=2+8=10\mu F$$

$$\Delta V=\frac{Q_T}{C_{eq}}=\frac{1000}{10}=100V$$

$$Q_1=C_1.\Delta V=2\times100=200\mu C\quad ,\quad Q_2=C_2.\Delta V=8\times100=800\mu C$$

$$PE_1=\frac{1}{2}\Delta V.Q_1=\frac{1}{2}\times100\times200\times10^{-6}=10^{-2}J$$

$$PE_2=\frac{1}{2}\Delta V.Q_2=\frac{1}{2}\times100\times800\times10^{-6}=4\times10^{-2}J$$

$$2)\quad C_{1k}=k\,C_1=6\times2=12\mu F$$

$$C_{eqk}=C_{1k}+C_2=12+8=20\mu F$$

$$\Delta V_k=\frac{Q_T}{C_{eqk}}=\frac{1000}{20}=50V$$

$$Q_{1k}=C_{1k}.\Delta V_k=12\times50=600\mu C\quad ,\quad Q_2=C_2.\Delta V_k=8\times50=400\mu C$$

مثال56/ ربطت المتسعتان ($C_1=3\mu F$, $C_2=2\mu F$) على التوازي وشحنة السعة المكافئة لهما بـ ($180\mu C$) بوساطة مصدر للفولطية ثم فصلت عنه .

1- احسب لكل متسعة مقدار الشحنة المختزنة في أي من صفيحتيها والطاقة المختزنة في المجال الكهربائي بين صفيحتيها .

2- ادخل لوح من مادة عازلة كهربائيا ثابت عزله (6) بين صفيحتي المتسعة الثانية فما مقدار الشحنة المختزنة في أي من صفيحتي كل متسعة والطاقة المختزنة في المجال الكهربائي بين صفيحتي كل متسعة بعد ادخال العازل.

الحل/

$$1)\quad C_{eq}=C_1+C_2=3+2=5\mu F$$

$$\Delta V=\frac{Q_T}{C_{eq}}=\frac{180}{5}=36V$$

$$Q_1=C_1.\Delta V=3\times 36=108\mu C \quad , \quad Q_2=C_2.\Delta V=2\times 36=72\mu C$$

$$PE_1=\frac{1}{2}\Delta V.Q_1=\frac{1}{2}\times 36\times 108\times 10^{-6}=1944\times 10^{-6}J$$

$$PE_2=\frac{1}{2}\Delta V.Q_2=\frac{1}{2}\times 36\times 72\times 10^{-6}=1296\times 10^{-6}J$$

$$2)\quad C_{2k}=k\,C_2=6\times 2=12\mu F$$

$$C_{eqk}=C_1+C_{2k}=3+12=15\mu F$$

$$\Delta V_k=\frac{Q_T}{C_{eqk}}=\frac{180}{15}=12V$$

$$Q_1=C_1.\Delta V_k=3\times 12=36\mu C \quad , \quad Q_{2K}=C_{2K}.\Delta V_k=12\times 12=144\mu C$$

$$PE_1=\frac{1}{2}\Delta V_k.Q_1=\frac{1}{2}\times 12\times 36\times 10^{-6}=216\times 10^{-6}J$$

$$PE_{2k}=\frac{1}{2}\Delta V_k.Q_{2k}=\frac{1}{2}\times 12\times 144\times 10^{-6}=864\times 10^{-6}J$$

مثال/57 متسعتان $(C_2=3\mu F \quad , \quad C_1=2\mu F)$ موصولتان على التوازي وشحنت السعة المكافئة لهما بـ $(400\mu C)$ بوساطة مصدر للفولطية ثم فصلت عنه . استعملت مادة عازلة بين صفيحتي المتسعة الثانية بدلا من الهواء فهبط فرق جهد المجموعة بمقدار 60V فما مقدار ثابت العزل الكهربائي وما الشحنة المختزنة في أي من صفيحتي كل متسعة بعد ادخال العازل؟

الحل/

$$C_{eq}=C_1+C_2=2+3=5\mu F$$

$$\Delta V=\frac{Q_T}{C_{eq}}=\frac{400}{5}=80V$$

$$\Delta V_k=\Delta V-60=80-60=20V$$

$$C_{eqk}=\frac{Q_T}{\Delta V_k}=\frac{400}{20}=20\mu F$$

$$C_{2k}=C_{eqk}-C_1=20-2=18\mu F$$

$$k=\frac{C_{2k}}{C_2}=\frac{18}{3}=6$$

$$Q_1=C_1.\Delta V_k=2\times 20=40\mu C \quad , \quad Q_{2k}=C_{2k}.\Delta V_k=18\times 20=360\mu C$$

مثال/58 ربطت المتسعتان $(C_2=8\mu F \quad , \quad C_1=12\mu F)$ على التوازي وشحنة مجموعتهما بشحنة مقدارها $240\mu C$ بوساطة مصدر للفولطية ثم فصلت عنه .

1- احسب لكل متسعة مقدار الشحنة المختزنة في أي من صفيحتيها.

2- اذا استبدل الهواء بين صفيحتي المتسعة الاولى بعازل اخر ثابت عزله (k) اصبح فرق جهد المجموعة 6V احسب ثابت العزل (k) .

الحل/

$$1)\quad C_{eq}=C_1+C_2=12+8=20\mu F$$

$$\Delta V=\frac{Q_T}{C_{eq}}=\frac{240}{20}=12V$$

$$Q_1=C_1.\Delta V=12\times 12=144\mu C \quad , \quad Q_2=C_2.\Delta V=8\times 12=96\mu C$$

$$2)\quad C_{eqk}=\frac{Q_T}{\Delta V_k}=\frac{240}{6}=40\mu F$$

$$C_{1k}=C_{eqk}-C_2=40-8=32\mu F$$

$$k=\frac{C_{1k}}{C_1}=\frac{32}{12}=3$$

مثال59/ متسعتان سعة كل واحدة منهما 2μF وصلتا على التوازي ثم وصلتا الى بطارية فرق الجهد بين قطبيها 50V احسب لكل متسعة الشحنة المختزنة في أي من صفيحتيها فاذا فصلت المجموعة عن البطارية ووضع عازل ثابت عزله (3) بين صفيحتي المتسعة الثانية فما مقدار فرق الجهد بين صفيحتي كل متسعة بعد ادخال العازل والشحنة المختزنة في أي من صفيحتيها.

الحل/

$$Q_1 = C_1.\Delta V = 2\times 50 = 100\mu C \quad , \quad Q_1 = C_1.\Delta V = 2\times 50 = 100\mu C$$

$$Q_T = Q_1 + Q_2 = 100+100 = 200\mu C = Q_{Tk}$$

$$C_{2k} = k\,C_2 = 3\times 2 = 6\mu F$$

$$C_{eqk} = C_1 + C_{2k} = 2+6 = 8\mu F$$

$$\Delta V_k = \frac{Q_{Tk}}{C_{eqk}} = \frac{200}{8} = 25V = \Delta V_1 = \Delta V_{2k}$$

$$Q_1 = C_1.\Delta V_k = 2\times 25 = 50\mu C \quad , \quad Q_{2k} = C_{1k}.\Delta V_k = 6\times 25 = 150\mu C$$

مثال60/ متسعتان سعة كل منهما 2μF وصلتا على التوازي ثم شحنت السعة المكافئة لهما بشحنة كلية مقدارها (120μC) بوساطة مصدر للفولطية ثم فصلت عنه فاذا ادخل لوح من مادة عازلة كهربائيا ثابت عزله (k) بين صفيحتي المتسعة الثانية هبط فرق جهد المجموعة بمقدار 18V فما مقدار ثابت العزل والشحنة المختزنة في أي من صفيحتي كل متسعة بعد العازل؟

الحل/

$$C_{eq} = n\,C = 2\times 2 = 4\mu F$$

$$\Delta V = \frac{Q_T}{C_{eq}} = \frac{120}{4} = 30V$$

$$Q_{Tk} = Q_T = 120\mu C$$

$$\Delta V_k = \Delta V - 18 = 30-18 = 12V$$

$$C_{eqk} = \frac{Q_T}{\Delta V_k} = \frac{120}{12} = 10\mu F$$

$$C_{2k} = C_{eqk} - C_1 = 10-2 = 8\mu F$$

$$k = \frac{C_{2k}}{C_2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$Q_1 = C_1.\Delta V_1 = 2\times 12 = 24\mu C \quad , \quad Q_2 = C_{2k}.\Delta V_k = 8\times 12 = 96\mu C$$

مثال61/ ربطت المتسعتان (C_1=8μF,C_2=4μF) على التوازي ثم شحنت السعة المكافئة لهما بشحنة كلية مقدارها 240μC بوساطة مصدر للفولطية المستمرة ثم فصلت عنه .
1- احسب لكل متسعة الشحنة المختزنة في أي من صفيحتيها.
2- اذا ادخل لوح من مادة عازلة ثابت عزلها (2) بين صفيحتي المتسعة الاولى فما مقدار الشحنة المختزنة في أي من صفيحتي كل متسعة بعد إدخال العازل.

الحل/

$$1- \quad C_{eq} = C_1 + C_2 = 8 + 4 = 12\mu F$$

$$\Delta V = \frac{Q_T}{C_{eq}} = \frac{240}{12} = 20V$$

$$Q_1 = C_1.\Delta V = 8\times 20 = 160\mu C \quad , \quad Q_1 = C_2.\Delta V = 4\times 20 = 80\mu C$$

$$2- \quad C_{1k} = kC_1 = 2\times 8 = 16\mu F$$

$$C_{eq} = C_{1k} + C_2 = 16 + 4 = 20\mu F$$

$$\Delta V_k = \frac{Q_{Tk}}{C_{eqk}} = \frac{240}{20} = 12V$$

$$\therefore \quad Q_{1k} = C_{1k}.\Delta V_k = 16\times 12 = 192\mu C \quad , \quad Q_2 = C_2.\Delta V = 4\times 12 = 48\mu C$$

مثال62/ ربطت المتسعتان (C_2=8μF , C_1=2μF) على التوازي وشحنة مجموعتهما بشحنة مقدارها 100μC بوساطة مصدر لفرق الجهد ثم فصلت عنه احسب :
1- الشحنة المختزنة في أي من صفيحتي كل متسعة .
2- اذا وضع لوح من مادة عازلة ثابت عزله (6) بين صفيحتي المتسعة الاولى فما فرق جهد الكلي والطاقة المختزنة في المجال الكهربائي بين صفيحتي كل متسعة ؟

الحل/

$$1) \quad C_{eq} = C_1 + C_2 = 2 + 8 = 10\mu F$$

$$\Delta V = \frac{Q_T}{C_{eq}} = \frac{100}{10} = 10V$$

$$Q_1 = C_1.\Delta V = 2\times 10 = 20\mu C \quad , \quad Q_2 = C_2.\Delta V = 8\times 10 = 80\mu C$$

$$2) \quad C_{1k} = k\,C_1 = 6\times 2 = 12\mu F$$

$$C_{eqk} = C_{1k} + C_2 = 12 + 8 = 20\mu F$$

$$\Delta V_k = \frac{Q_k}{C_{eq}} = \frac{100}{20} = 5V$$

$$PE_1 = \frac{1}{2}C_1.(\Delta V_k)^2 = \frac{1}{2}\times 12\times 10^{-6}\times (5)^2 = 6\times 10^{-6}\times 25 = 150\times 10^{-6}J$$

$$PE_{2k} = \frac{1}{2}C_2.(\Delta V_k)^2 = \frac{1}{2}\times 8\times 10^{-6}\times (5)^2 = 4\times 10^{-6}\times 25 = 100\times 10^{-6}J$$

مثال63/ ربطت المتسعتان $(C_1=2\mu F \;,\; C_2=3\mu F)$ على التوازي وشحنة مجموعتهما بشحنة مقدارها $60\mu C$ بوساطة مصدر لفرق الجهد ثم فصلت عنه احسب :
1- الشحنة المختزنة في أي من صفيحتي كل متسعة والطاقة المختزنة في المجال الكهربائي بين صفيحتيها .
2- اذا وضع لوح من مادة عازلة ثابت عزله (6) بين صفيحتي المتسعة الثانية فما فرق جهد كل متسعة بعد العازل والطاقة المختزنة في المجال الكهربائي بين صفيحتيها ؟

الحل/

$$1)\quad C_{eq}=C_1+C_2=2+3=5\mu F$$

$$\Delta V=\frac{Q_T}{C_{eq}}=\frac{60}{5}=12V$$

$$Q_1=C_1.\Delta V=2\times12=24\mu C \qquad , \qquad Q_2=C_2.\Delta V=3\times12=36\mu C$$

$$PE_1=\frac{1}{2}C_1.(\Delta V)^2=\frac{1}{2}\times2\times10^{-6}\times(12)^2=144\times10^{-6}J$$

$$PE_2=\frac{1}{2}C_2.(\Delta V)^2=\frac{1}{2}\times3\times10^{-6}\times(12)^2=216\times10^{-6}J$$

$$2)\quad C_{2k}=k\,C_2=6\times3=18\mu F$$

$$C_{eqk}=C_1+C_{2k}=2+18=20\mu F$$

$$\Delta V_k=\frac{Q_k}{C_{eq}}=\frac{100}{20}=5V=\Delta V_1=\Delta V_{2k}$$

$$PE_1=\frac{1}{2}C_1.(\Delta V_k)^2=\frac{1}{2}\times2\times10^{-6}\times(5)^2=25\times10^{-6}J$$

$$PE_{2k}=\frac{1}{2}C_2.(\Delta V_k)^2=\frac{1}{2}\times18\times10^{-6}\times(5)^2=225\times10^{-6}J$$

مثال64/ متسعتان $(C_1=4\mu F \,,\, C_2=6\mu F)$ موصولتان على التوازي ثم وصلتا الى بطارية فرق الجهد بين قطبيها $80V$ فاذا فصلت المجموعة عن البطارية وادخل عازل بين صفيحتي المتسعة الثانية هبط فرق جهد المجموعة الى $50V$ جد ثابت العزل والشحنة المختزنة في أي من صفيحتي كل متسعة بعد ادخال العازل.

الحل/

$$C_{eq}=C_1+C_2=4+6=10\mu F \qquad , \qquad Q_T=C_{eq}.\Delta V=10\times80=800\mu C$$

$$Q_{Tk}=Q_T=800\mu C \qquad , \qquad C_{eqk}=\frac{Q_{Tk}}{\Delta V_k}=\frac{800}{50}=16\mu F$$

$$C_{2k}=C_{eqk}-C_1=16-4=12\mu F$$

$$k=\frac{C_{2k}}{C_2}=\frac{12}{6}=2$$

$$Q_1=C_1.\Delta V_k=4\times50=200\mu C \qquad , \qquad Q_{2k}=C_{2k}.\Delta V_k=12\times50=600\mu C$$

مثال65/ متسعتان $(C_1=4\mu F , C_2=6\mu F)$ موصولتان على التوازي ثم وصلتا الى بطارية فرق الجهد بين قطبيها 60V فاذا فصلت المجموعة عن البطارية وادخل عازل بين صفيحتي المتسعة الثانية هبط فرق جهد المجموعة بمقدار 45V جد ثابت العزل والشحنة المختزنة في أي من صفيحتي كل متسعة بعد ادخال العازل.

الحل/

$$C_{eq} = C_1 + C_2 = 4 + 6 = 10\mu F$$

$$Q_T = C_{eq}.\Delta V = 10 \times 60 = 600\mu C$$

$$Q_{Tk} = Q_T = 600\mu C \quad , \quad \Delta V_{Tk} = \Delta V_T - 45 = 60 - 45 = 15V$$

$$C_{eqk} = \frac{Q_{Tk}}{\Delta V_k} = \frac{600}{15} = 40\mu F$$

$$C_{2k} = C_{eqk} - C_1 = 40 - 4 = 36\mu F$$

$$k = \frac{C_{2k}}{C_2} = \frac{36}{6} = 6$$

$$Q_1 = C_1.\Delta V_k = 4 \times 15 = 60\mu C \quad , \quad Q_{2k} = C_{2k}.\Delta V_k = 36 \times 15 = 540\mu C$$

مثال66/ متسعتان $(C_1=4\mu F , C_2=2\mu F)$ موصولتان على التوازي ثم وصلتا الى مصدر فرق الجهد بين قطبيه 100V فاذا فصلت المجموعة عن المصدر وادخل عازل ثابت عزله (k) بين صفيحتي المتسعة الثانية هبط فرق جهد المجموعة بمقدار 40V جد ثابت العزل والشحنة المختزنة في أي من صفيحتي كل متسعة بعد ادخال العازل.

الحل/

$$C_{eq} = C_1 + C_2 = 4 + 2 = 6\mu F$$

$$Q_T = C_{eq}.\Delta V = 6 \times 100 = 600\mu C$$

$$Q_{Tk} = Q_T = 600\mu C \quad , \quad \Delta V_{Tk} = \Delta V_T - 40 = 100 - 40 = 60V$$

$$C_{eqk} = \frac{Q_{Tk}}{\Delta V_k} = \frac{600}{60} = 10\mu F$$

$$C_{2k} = C_{eqk} - C_1 = 10 - 4 = 6\mu F$$

$$k = \frac{C_{2k}}{C_2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$Q_1 = C_1.\Delta V_k = 4 \times 60 = 240\mu C \quad , \quad Q_{2k} = C_{2k}.\Delta V_k = 6 \times 60 = 360\mu C$$

مثال67/ متسعتان $(C_1=15\mu F\ ,\ C_2=30\mu F)$ موصولتان على التوازي ثم وصلتا الى مصدر فرق الجهد بين قطبيه 100V فاذا فصلت المجموعة عن المصدر وادخل عازل ثابت عزله (k) بين صفيحتي المتسعة الاولى هبط فرق جهد المجموعة الى 75V جد ثابت العزل والشحنة المختزنة في أي من صفيحتي كل متسعة بعد ادخال العازل.

الحل/

$$C_{eq}=C_1+C_2=15+30=45\mu F$$

$$Q_T=C_{eq}.\Delta V=45\times100=4500\mu C$$

$$Q_{Tk}=Q_T=4500\mu C$$

$$C_{eqk}=\frac{Q_{Tk}}{\Delta V_k}=\frac{4500}{75}=60\mu F$$

$$C_{1k}=C_{eqk}-C_2=60-30=30\mu F$$

$$k=\frac{C_{1k}}{C_1}=\frac{30}{15}=2$$

$$Q_1=C_{1K}.\Delta V_k=30\times75=2250\mu C\quad ,\quad Q_2=C_2.\Delta V_k=30\times75=2250\mu C$$

مثال68/ متسعتان $(C_1=5\mu F,C_2=15\mu F)$ موصولتان على التوازي شحنتا بوساطة بطارية بشحنة كلية مقدارها 1000μC ثم فصلتا عن البطارية .

1- احسب الشحنة المختزنة في أي من صفيحتي كل متسعة.

2- اذا ادخل لوح من مادة عازلة ثابت عزلها (k) بين صفيحتي المتسعة الثانية انخفض فرق جهد المجموعة الى 20V احسب ثابت العزل (k) والطاقة المختزنة في كل متسعة.

الحل/

$$1-\quad C_{eq}=C_1+C_2=5+15=20\mu F$$

$$\Delta V=\frac{Q_T}{C_{eq}}=\frac{1000}{20}=50V$$

$$Q_1=C_1.\Delta V=5\times50=250\mu F\quad ,\quad Q_2=C_2.\Delta V=15\times50=750\mu C$$

$$2-\ C_{eqk}=\frac{Q_T}{\Delta V_k}=\frac{1000}{20}=50\mu F$$

$$C_{2k}=C_{eqk}-C_1=50-5=45\mu F$$

$$\therefore\quad k=\frac{C_{2k}}{C_2}=\frac{45}{15}=3$$

$$PE_1=\frac{1}{2}C_1.(\Delta V_k)^2=\frac{1}{2}\times5\times10^{-6}(20)^2=10^{-3}J$$

$$PE_{2k}=\frac{1}{2}C_{2k}.(\Delta V_k)^2=\frac{1}{2}\times45\times10^{-6}(20)^2=9\times10^{-3}J$$

مثال69/ متسعتان $(C_1=2\mu F, C_2=8\mu F)$ موصولتان على التوازي ثم وصلتا الى بطارية فرق الجهد بين قطبيها 24V فاذا ادخل لوح من مادة عازلة ثابت عزلها (k) بين صفيحتي المتسعة الاولى والمجموعة مازالت متصلة بالبطارية فازدادت الشحنة المختزنة في المجموعة بمقدار 48μC فما مقدار:

1- ثابت العزل (k).

2- الشحنة المختزنة في أي من صفيحتي كل متسعة قبل وبعد إدخال المادة العازلة.

الحل/

$$1-\quad C_{eq}=C_1+C_2=2+8=10\mu F$$

$$Q_T=C_{eq}.\Delta V=10\times 24=240\mu C \quad , \quad Q_{Tk}=Q_T+48=240+48=288\mu F$$

$$C_{eqk}=\frac{Q_{Tk}}{\Delta V}=\frac{288}{24}=12\mu F$$

$$C_{1k}=C_{eqk}-C_2=12-8=4\mu F$$

$$\therefore \quad k=\frac{C_{1k}}{C_1}=\frac{4}{2}=2$$

$$1-\quad Q_1=C_1.\Delta V=2\times 24=48\mu C \quad , \quad Q_2=C_2.\Delta V=8\times 24=192\mu C$$

$$Q_{1k}=C_{1k}.\Delta V=4\times 24=96\mu C \quad , \quad Q_2=C_2.\Delta V=8\times 24=192\mu C$$

مثال70/ متسعتان $(C_1=8\mu F, C_2=16\mu F)$ مربوطتان مع بعضهما على التوازي فاذا شحنت مجموعتهما بشحنة كلية مقدارها 480μC بوساطة مصدر للفولطية المستمرة ثم فصلت عنه .

1- احسب لكل متسعة الشحنة المختزنة في أي من صفيحتيها والطاقة المختزنة في المجال الكهربائي بين الصفيحتين.

2- ادخل لوح من مادة عازلة ثابت عزلها (2) بين صفيحتي المتسعة الثانية فما مقدار الشحنة المختزنة في أي من صفيحتي كل متسعة والطاقة المختزنة في المجال الكهربائي بين صفيحتي كل متسعة بعد إدخال العازل.

الحل/

$$1-\quad C_{eq}=C_1+C_2=8+16=24\mu F \quad , \quad \Delta V=\frac{Q_T}{C_{eq}}=\frac{480}{24}=20V$$

$$Q_1=C_1.\Delta V=8\times 20=160\mu C \quad , \quad Q_2=C_2.\Delta V=16\times 20=320\mu C$$

$$PE_1=\frac{1}{2}\Delta V.Q_1=\frac{1}{2}\times 20\times 160\times 10^{-6}=16\times 10^{-4}J$$

$$PE_2=\frac{1}{2}\Delta V.Q_2=\frac{1}{2}\times 20\times 320\times 10^{-6}=32\times 10^{-4}J$$

$$2-\quad C_{2k}=kC_2=2\times16=32\mu F$$

$$C_{eqk}=C_1+C_{2k}=8+32=40\mu F \quad , \quad \Delta V_k=\frac{Q_T}{C_{eqk}}=\frac{480}{40}=12V$$

$$Q_1=C_1.\Delta V_k=8\times12=96\mu C \quad , \quad Q_{2k}=C_{2k}.\Delta V_k=32\times12=384\mu F$$

$$PE_1=\frac{1}{2}\Delta V_k.Q_1=\frac{1}{2}\times12\times96\times10^{-6}=576J$$

$$PE_{2k}=\frac{1}{2}\Delta V_k.Q_{2k}=\frac{1}{2}\times12\times384\times10^{-6}=2304\times10^{-6}J$$

مثال71/ ربطت المتسعتان (C_1=4μF,C_2=8μF) على التوازي ثم شحنت مجموعتهما بشحنة كلية مقدارها 600μC بوساطة مصدر للفولطية المستمرة ثم فصلت عنه .

1- احسب لكل متسعة الشحنة المختزنة في أي من صفيحتيها والطاقة المختزنة في المجال الكهربائي بين الصفيحتين.

2- اذا ادخل لوح من مادة عازلة ثابت عزلها (k) بين صفيحتي المتسعة الاولى انخفض فرق جهدها الى 30V فما مقدار ثابت العزل الكهربائي (k) والشحنة المختزنة في أي من صفيحتي المتسعة الثانية بعد إدخال العازل.

الحل/

$$1-\quad C_{eq}=C_1+C_2=4+8=12\mu F$$

$$\Delta V_T=\frac{Q_T}{C_{eq}}=\frac{600}{12}=50V$$

$$Q_1=C_1.\Delta V=4\times50=200\mu C \quad , \quad Q_2=C_2.\Delta V=8\times50=400\mu C$$

$$PE_1=\frac{1}{2}\Delta V.Q_1=\frac{1}{2}\times50\times200\times10^{-6}=5\times10^{-3}J$$

$$PE_2=\frac{1}{2}\Delta V.Q_2=\frac{1}{2}\times50\times400\times10^{-6}=10^{-2}J$$

$$2-\quad C_{eqk}=\frac{Q_{Tk}}{\Delta V_{TK}}=\frac{600}{30}=20\mu F$$

$$C_{1k}=C_{eqk}-C_2=20-8=12\mu F$$

$$k=\frac{C_{1k}}{C_1}=\frac{12}{4}=3$$

$$Q_2=C_2.\Delta V_2=8\times30=240\mu C$$

مثال/72 متسعتان $(C_1=6\mu F, C_2=12\mu F)$ موصولتان على التوازي ، شحنت مجموعتهما بشحنة كلية مقدارها $540\mu C$ بوساطة مصدر للفولطية ثم فصلت عنه .

1- احسب لكل متسعة الشحنة المختزنة في أي من صفيحتيها والطاقة المختزنة في المجال الكهربائي بين صفيحتي كل متسعة.

2- اذا ادخل لوح من مادة عازلة ثابت عزلها (k) بين صفيحتي المتسعة الاولى انخفض فرق الجهد بين صفيحتيها الى $18V$ فما مقدار ثابت العزل ؟ وما شحنة كل متسعة بعد العازل.

الحل/

$$1-\quad C_{eq}=C_1+C_2=6+12=18\mu F$$

$$\Delta V=\frac{Q_T}{C_{eq}}=\frac{540}{18}=30V$$

$$Q_1=C_1.\Delta V=6\times 30=180\mu C \quad , \quad Q_2=C_2.\Delta V=12\times 30=360\mu C$$

$$PE_1=\frac{1}{2}\Delta V.Q_1=\frac{1}{2}\times 30\times 180\times 10^{-6}=27\times 10^{-4}J$$

$$PE_2=\frac{1}{2}\Delta V.Q_2=\frac{1}{2}\times 30\times 360\times 10^{-6}=54\times 10^{-4}J$$

$$2-\quad \Delta V_{Tk}=\Delta V_{1k}=18V$$

$$C_{eqk}=\frac{Q_{Tk}}{\Delta V_{Tk}}=\frac{540}{18}=30\mu F$$

$$C_{1k}=C_{eqk}-C_2=30-12=18\mu F$$

$$k=\frac{C_{1k}}{C_1}=\frac{18}{6}=3$$

$$Q_{1k}=C_{1k}.\Delta V_{1k}=18\times 18=324\mu C \quad , \quad Q_2=C_2.\Delta V_2=12\times 18=216\mu C$$

مثال/73 وصلت المتسعتان $(C_1=2\mu F, C_2=4\mu F)$ على التوازي ثم وصلتا الى بطارية فرق الجهد بين قطبيها $50V$.

1- احسب الشحنة الكلية والشحنة المختزنة في أي من صفيحتي كل متسعة والطاقة المختزنة في المجال الكهربائي بين صفيحتيها.

2- اذا فصلت المجموعة عن البطارية وادخل لوح من مادة عازلة ثابت عزلها (k) بين صفيحتي المتسعة الثانية انخفض فرق جهد المجموعة الى $30V$ فما مقدار ثابت العزل (k)؟ وما شحنة كل متسعة بعد العازل؟

الحل/

$$1-\quad C_{eq}=C_1+C_2=2+4=6\mu F \quad , \quad Q_T=C_{eq}.\Delta V_T=6\times 50=300\mu C$$

$$Q_1=C_1.\Delta V=2\times 50=100\mu C \quad , \quad Q_2=C_2.\Delta V=4\times 50=200\mu C$$

$2- \quad C_{eqk}=\dfrac{Q_{Tk}}{\Delta V_{Tk}}=\dfrac{300}{30}=10\mu F \quad , C_{2k}=C_{eqk}-C_1=10-2=8\mu F$

$k=\dfrac{C_{2k}}{C_2}=\dfrac{8}{4}=2$

$Q_1=C_1.\Delta V_1=2\times 30=60\mu C \quad , \quad Q_{2k}=C_{2k}.\Delta V_{2k}=8\times 30=240\mu C$

مثال/74 متسعتان من ذوات الصفيحتين المتوازيتين $(C_1=6\mu F, C_2=2\mu F)$ مربوطتان مع بعضهما على التوازي ومجموعتهما ربطت بين قطبي بطارية فرق الجهد بين قطبيها (12V) ، احسب مقدار:

1- شحنة كل متسعة والشحنة الكلية.

2- ادخل لوح عازل كهربائي ثابت عزله (2) بين صفيحتي المتسعة الاولى (مع بقاء البطارية مربوطة بين طرفي المجموعة) فما مقدار الشحنة المختزنة في أي من صفيحتي كل متسعة بعد إدخال المادة العازلة والشحنة الكلية؟

الحل/

$1- \quad Q_1=C_1.\Delta V=6\times 12=72\mu C \quad , \quad Q_2=C_2.\Delta V=2\times 12=24\mu C$

$Q_T=Q_1+Q_2=72+24=96\mu C$

$C_{1k}=kC_1=2\times 6=12\mu F$

$Q_{1k}=C_{1k}.\Delta V=12\times 12=144\mu C \quad , \quad Q_2=C_2.\Delta V=2\times 12=24\mu C$

$Q_{Tk}=Q_{1k}+Q_2=144+24=168\mu C$

مثال/75 متسعتان من ذوات الصفائح المتوازية $(C_1=4\mu F, C_2=6\mu F)$ مربوطتان مع بعضهما على التوازي ومجموعتهما ربطت بين قطبي بطارية فرق الجهد بين قطبيها (20V) ثم فصلت عنها ، احسب مقدار :

1- الشحنة الكلية وشحنة كل متسعة .

2- ادخل لوح عازل كهربائي ثابت عزله (k) بين صفيحتي المتسعة الثانية فهبط فرق الجهد الكلي الى 5V فما مقدار ثابت العزل (k) وشحنة كل متسعة بعد العازل؟

الحل/

$1- \quad C_{eq}=C_1+C_2=4+6=10\mu C$

$Q_T=C_{eq}.\Delta V=10\times 20=200\mu C$

$Q_1=C_1.\Delta V=4\times 20=80\mu C \quad , \quad Q_2=C_2.\Delta V=6\times 20=120\mu C$

$2- \quad C_{eqk}=\dfrac{Q_{Tk}}{\Delta V_{Tk}}=\dfrac{200}{5}=40\mu F$

$C_{2k}=C_{eqk}-C_1=40-4=36\mu F$

$k=\dfrac{C_{2k}}{C_2}=\dfrac{36}{6}=6$

$Q_1=C_1.\Delta V_1=4\times 5=20\mu C \quad , \quad Q_{2k}=C_{2k}.\Delta V_{2k}=36\times 5=180\mu C$

مثال76/ متسعتان $(C_1=6\mu F, C_2=12\mu F)$ مربوطتان على التوازي ومجموعتهما ربطت بين قطبي بطارية فرق الجهد بين قطبيها 6V فاذا ادخل لوح من مادة عازلة كهربائيا ثابت عزلها (k) بين صفيحتي المتسعة الاولى ومازالت المجموعة متصلة بالبطارية فازدادت الشحنة الكلية الى 180μC فما مقدار :

1- ثابت العزل الكهربائي (k).

2- شحنة كل متسعة قبل وبعد العازل.

الحل/

$$1-\ C_{eqk} = \frac{Q_{Tk}}{\Delta V_{Tk}} = \frac{180}{6} = 30\mu F$$

$$C_{1k} = C_{eqk} - C_2 = 30 - 12 = 18\mu F$$

$$k = \frac{C_{1k}}{C_1} = \frac{18}{6} = 3$$

$$2-\ Q_1 = C_1.\Delta V = 6\times 6 = 36\mu C \quad , \quad Q_2 = C_2.\Delta V = 12\times 6 = 72\mu C$$

$$Q_{1k} = C_{1k}.\Delta V = 18\times 6 = 108\mu C \quad , \quad Q_2 = C_2.\Delta V = 12\times 6 = 72\mu C$$

مثال77/ متسعتان $(C_1=3\mu F, C_2=2\mu F)$ ربطتا على التوازي ثم شحنت السعة المكافئة لهما بشحنة كلية مقدارها 120μC بوساطة بطارية ثم فصلت عنها وادخل لوح من مادة عازلة ثابت عزلها (6) بين صفيحتي المتسعة الثانية فما مقدار شحنة كل متسعة والطاقة المختزنة فيها بعد العازل.

الحل/

$$C_{2k} = kC_2 = 6\times 2 = 12\mu F$$

$$C_{eqk} = C_1 + C_{2k} = 3 + 12 = 15\mu F$$

$$\Delta V_k = \frac{Q_{Tk}}{C_{eqk}} = \frac{120}{15} = 8V$$

$$Q_1 = C_1.\Delta V_k = 3\times 8 = 24\mu C \quad , \quad Q_{2k} = C_{2k}.\Delta V_k = 12\times 8 = 96\mu C$$

$$PE_1 = \frac{1}{2}\Delta V_k.Q_1 = \frac{1}{2}\times 8\times 24\times 10^{-6} = 96\times 10^{-6} J$$

$$PE_{2k} = \frac{1}{2}\Delta V_k.Q_{2k} = \frac{1}{2}\times 8\times 96\times 10^{-6} = 384\times 10^{-6} J$$

مثال78/ ربطت المتسعتان $(C_1=14\mu F, C_2=16\mu F)$ على التوازي ثم ربطت مجموعتهما الى مصدر فرق الجهد بين قطبيه 5V .

1- احسب الشحنة الكلية وشحنة كل متسعة من المتسعات.

2- اذا ادخل لوح من مادة عازلة كهربائيا ثابت عزلها (k) بين صفيحتي المتسعة الثانية والمجموعة مازالت متصلة بالبطارية فازدادت الشحنة المختزنة في المجموعة الى 390μC فما مقدار ثابت العزل ؟ وما شحنة كل متسعة بعد العازل؟

الحل/

$$1- \quad C_{eq} = C_1 + C_2 = 14 + 16 = 30\mu F$$

$$Q_T = C_{eq}.\Delta V = 30 \times 5 = 150\mu C$$

$$Q_1 = C_1.\Delta V = 14 \times 5 = 70\mu C \quad , \quad Q_2 = C_2.\Delta V = 16 \times 5 = 80\mu C$$

$$2- \quad C_{eqk} = \frac{Q_{Tk}}{\Delta V} = \frac{390}{5} = 78\mu F$$

$$C_{2k} = C_{eqk} - C_1 = 78 - 14 = 64\mu F$$

$$k = \frac{C_{2k}}{C_2} = \frac{64}{16} = 4$$

$$Q_1 = C_1.\Delta V = 14 \times 5 = 70\mu C \quad , \quad Q_{2k} = C_{2k}.\Delta V = 64 \times 5 = 320\mu C$$

مثال79/ المتسعتان $(C_1=12\mu F, C_2=3\mu F)$ موصولتان على التوازي ثم وصلت مجموعتهما الى بطارية فكانت الشحنة الكلية $300\mu C$.

1- احسب الشحنة المختزنة في اي من صفيحتي كل متسعة .

2- اذا فصلت المجموعة عن البطارية وادخل لوح من مادة عازلة كهربائيا ثابت عزلها (k) بين صفيحتي المتسعة الثانية انخفض فرق جهد المجموعة الى 10V فما مقدار ثابت العزل (k) ؟ وشحنة كل متسعة بعد العازل ؟

الحل/

$$1- \quad C_{eq} = C_1 + C_2 = 12 + 3 = 15\mu F$$

$$\Delta V = \frac{Q_T}{C_{eq}} = \frac{300}{15} = 20V$$

$$Q_1 = C_1.\Delta V = 12 \times 20 = 240\mu C \quad , \quad Q_2 = C_2.\Delta V = 3 \times 20 = 60\mu C$$

$$2- \quad C_{eqk} = \frac{Q_{Tk}}{\Delta V} = \frac{300}{10} = 30\mu F$$

$$C_{2k} = C_{eqk} - C_1 = 30 - 12 = 18\mu F$$

$$k = \frac{C_{2k}}{C_2} = \frac{18}{3} = 6$$

$$Q_1 = C_1.\Delta V = 12 \times 10 = 120\mu C \quad , \quad Q_{2k} = C_{2k}.\Delta V = 18 \times 10 = 180\mu C$$

مثال80/ متسعتان من ذوات الصفيحتين المتوازيتين $(C_1=6\mu F\ ,\ C_2=14\mu F)$ مربوطتان مع بعضهما على التوازي ومجموعتهما ربطت الى طرفي بطارية فرق الجهد بين قطبيها (30V) ، فاذا فصلت المجموعة عن البطارية ثم ادخل لوحا من مادة عازلة ثابت عزلها (k) بين صفيحتي المتسعة الاولى هبط فرق جهد المجموعة بمقدار (18V) فما مقدار:

1- ثابت العزل الكهربائي   2- الشحنة المختزنة في أي من صفيحتي كل متسعة بعد ادخال العازل.

الحل/

قبل العازل

$C_{eq} = C_1 + C_2 = 6 + 14 = 20\mu F$
$Q_T = C_{eq} \cdot \Delta V_T = 20 \times 30 = 600\mu C$

بعد العازل

$Q_{Tk} = Q_T = 600\mu C$
$\Delta V_k = \Delta V - 18 = 30 - 18 = 12V$

$$C_{eqk} = \frac{Q_{Tk}}{\Delta V_{Tk}} = \frac{600}{12} = 50\mu F$$

$C_{eqk} = C_{1k} + C_2 \quad \Rightarrow \quad 50 = C_{1k} + 14 \quad \Rightarrow \quad C_{1k} = 50 - 14 = 36\mu F$
$C_{1k} = kC_1 \quad \Rightarrow \quad 36 = k \times 6 \quad \Rightarrow \quad k = 6$

∵ الربط توازي لذلك $\Delta V_{Tk} = \Delta V_{1k} = \Delta V_2 = 12V$

$Q_{1k} = C_{1k} \cdot \Delta V_{1k} = 36 \times 12 = 432\mu C$
$Q_2 = C_2 \cdot \Delta V_2 = 14 \times 12 = 168\mu C$

مثال81/ متسعتان من ذوات الصفائح المتوازية $(C_1=4\mu F\ ,\ C_2=6\mu F)$ موصولتان مع بعضهما على التوازي ثم وصلت مجموعتهما الى بطارية فرق الجهد بين قطبيها 40V .
1- ما مقدار شحنة كل متسعة و الشحنة الكلية المختزنة في المجموعة.
2- اذا فصلت المجموعة عن البطارية ثم وضع عازل ثابت عزله 6 بين صفيحتي المتسعة الثانية بحيث يملأ الحيز بينهما فكم يصبح مقدار الشحنة المختزنة في أي من صفيحتي كل متسعة؟

الحل/

1- $\Delta V_T = \Delta V_1 = \Delta V_2 = 40V$ (توازي)
$Q_1 = C_1 \cdot \Delta V_1 = 4 \times 40 = 160\mu C \quad , \quad Q_2 = C_2 \cdot \Delta V_2 = 6 \times 40 = 240\mu C$
$Q_T = Q_1 + Q_2 = 160 + 240 = 400\mu C$
2- $C_{2k} = k\ C_2 = 6 \times 6 = 36\mu F$
$C_{eqk} = C_1 + C_{2k} = 4 + 36 = 40\mu C$

∵ البطارية مفصولة عن المجموعة لذلك $Q_{Tk} = Q_T = 400\mu C$

$$\Delta V_{Tk} = \frac{Q_{Tk}}{C_{eqk}} = \frac{400}{40} = 10V$$

∵ الربط توازي لذلك $\Delta V_{Tk} = \Delta V_1 = \Delta V_{2k} = 10V$

$Q_1 = C_1 \cdot \Delta V_1 = 4 \times 10 = 40V \quad , \quad Q_{Tk} = C_{2k} \cdot \Delta V_{2k} = 36 \times 10 = 360\mu C$

مثال82/ متسعتان من ذوات الصفيحتين المتوازيتين $(C_1=2\mu F\ ,\ C_2=8\mu F)$ مربوطتان مع بعضهما على التوازي فاذا شحنت مجموعتهما بشحنة كلية $600\mu C$ بوساطة مصدر للفولطية المستمرة ثم فصلت عنه.
1- احسب لكل متسعة مقدار الطاقة المختزنة في المجال الكهربائي بين صفيحتيها.
2- اذا فصلت المجموعة عن البطارية وادخل لوح من مادة عازلة ثابت عزله (k) بين صفيحتي المتسعة الاولى ازدادت شحنتها بمقدار $240\mu C$ فما مقدار ثابت العزل (k).

الحل/

1- $C_{eq} = C_1 + C_2 = 2 + 8 = 10\mu F$

$$\Delta V_T = \frac{Q_T}{C_{eq}} = \frac{600}{10} = 60V = \Delta V_1 = \Delta V_2$$

$$PE_1 = \frac{1}{2} C_1.(\Delta V_1)^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-6} \times (60)^2 = 36 \times 10^{-4} J$$

$$PE_2 = \frac{1}{2} C_2.(\Delta V_2)^2 = \frac{1}{2} \times 8 \times 10^{-6} \times (60)^2 = 144 \times 10^{-4} J$$

2-

قبل العازل:

$Q_1 = C_1 . \Delta V_1 = 2 \times 60 = 120\mu C$, $Q_2 = C_2 . \Delta V_2 = 8 \times 60 = 480\mu C$

بعد العازل:

∵ المجموعة فصلت عن البطارية لذلك $Q_{Tk} = Q_T = 600\mu C$

$Q_{1k} = Q_1 + 240 = 120 + 240 = 360\mu C$, $Q_2 = Q_{Tk} - Q_1 = 600 - 360 = 240\mu C$

$$\Delta V_2 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{240}{8} = 30V = \Delta V_{1k}$$

$$C_{1k} = \frac{Q_{1k}}{\Delta V_{1k}} = \frac{360}{30} = 12\mu F$$

$$C_{1k} = k\, C_1 \Rightarrow 12 = k \times 2 \Rightarrow k = \frac{12}{2} = 6$$

مثال83/ المتسعتان (C_1=2μF , C_2=4μF) موصولتان على التوازي مع بعضهما ، وضع عازل ثابت عزله (6) بين صفيحتي المتسعة الاولى بدل الهواء ثم وصلت المجموعة بمصدر فكانت شحنة المجموعة (1600μC) فما فرق جهد المصدر وشحنة كل متسعة ؟

الحل/

بعد العازل :

$C_{1k} = k\, C_1 = 6 \times 2 = 12\mu F$

$C_{eqk} = C_{1k} + C_2 = 12 + 4 = 16\mu F$

$$\Delta V_T = \frac{Q_{Tk}}{C_{eqk}} = \frac{1600}{16} = 100V$$

∵ الربط توازي لذلك $\Delta V_T = \Delta V_{1k} = \Delta V_2 = 100V$

$Q_{1k} = C_{1k} . \Delta V_{1k} = 12 \times 100 = 1200\mu C$, $Q_2 = C_2 . \Delta V_2 = 4 \times 100 = 400\mu C$

مثال84/ المتسعة (2μF) يفصل بين صفيحتيها الهواء وضعت مادة عازلة بدل الهواء بين صفيحتيها ثم وصلت على التوازي بالمتسعة (3μF) ثم شحنت المجموعة فكانت الشحنة الكلية (1800μC) وفرق الجهد بين طرفي المجموعة (120V) . ما مقدار :

1- ثابت عزل المادة العازلة . 2- الشحنة المختزنة في أي من صفيحتي كل متسعة.

الحل/

1-

∵ المجموعة منفصلة عن المصدر الشاحن لذلك $Q_{Tk} = Q_T = 1800\mu C$

$$C_{eqk} = \frac{Q_{Tk}}{\Delta V_{Tk}} = \frac{1800}{120} = 15\mu F$$

$$C_{eqk} = C_{1k} + C_2 \Rightarrow 15 = C_{1k} + 3 \Rightarrow C_{1k} = 15 - 3 = 12\mu F$$

$$C_{1k} = k\, C_1 \Rightarrow 12 = k \times 2 \Rightarrow k = \frac{12}{2} = 6$$

2-

∵ الربط توازي لذلك $\Delta V_{Tk} = \Delta V_{1k} = \Delta V_2 = 120V$

$Q_{1k}=C_{1k} . \Delta V_{1k} =12 \times 120 =1440\mu C$

$Q_2 =C_2 . \Delta V_2 =3 \times 120 =360\mu C$

مثال85/ متسعة سعتها (2μF) والبعد بين صفيحتيها (0.1cm) ربطت على التوازي مع متسعة سعتها (3μF) يفصل الهواء بين صفيحتي كل منهما . استعملت مادة عازلة بين صفيحتي المتسعة الثانية بدلا من الهواء ثم وصلت المجموعة بمصدر فرق جهده (20V) فاصبحت شحنة الثانية (360μC) فما :

1- ثابت العزل وشحنة المتسعة الاولى ؟ 2- المجال الكهربائي بين صفيحتي المتسعة الاولى؟

الحل/

1-

∵ الربط توازي لذلك $\Delta V_{Tk} = \Delta V_1 = \Delta V_{2k} =20V$

$$C_{2k} = \frac{Q_{2k}}{\Delta V_{2k}} = \frac{360}{20} = 18\mu F$$

$$C_{2k} = k\, C_2 \quad \Rightarrow \quad 18 = k \times 3 \quad \Rightarrow \quad k = \frac{18}{3} = 6$$

$Q_1 =C_1 . \Delta V_1 =2 \times 20 =40\mu C$

$$2- \quad E_1 = \frac{\Delta V_1}{d} = \frac{20}{0.1\times10^{-2}} = 20000V/m$$

مثال86/ اربع متسعات $(C_1=4\mu F,C_2=2\mu F,C_3=8\mu F,C_4=6\mu F)$ وصلت على التوازي ، فاذا شحنت المجموعة بشحنة كلية (600μC) بوساطة مصدر للفولطية المستمرة ثم فصلت عنه .

1- احسب لكل متسعة مقدار الشحنة المختزنة في أي من صفيحتيها والطاقة المختزنة في المجال الكهربائي بين الصفيحتين.

2- ادخل لوح من مادة عازلة كهربائيا ثابت عزلها (6) بين صفيحتي المتسعة الثالثة فما مقدار الشحنة المختزنة في أي من صفيحتي كل متسعة والطاقة المختزنة في المجال الكهربائي بين صفيحتي كل متسعة بعد إدخال العازل.

الحل/

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + C_4 = 4+2+8+6 = 20\mu F$$

$$\Delta V = \frac{Q}{C_{eq}} = \frac{600}{20} = 30V$$

$Q_1 = C_1.\Delta V = 4\times30 = 120\mu C$, $Q_2 = C_2.\Delta V = 2\times30 = 60\mu C$

$Q_3 = C_3.\Delta V = 8\times30 = 240\mu C$, $Q_4 = C_4.\Delta V = 6\times30 = 180\mu C$

$$PE_1 = \frac{1}{2}\Delta V.Q_1 = \frac{1}{2}\times30\times120\times10^{-6} = 18\times10^{-4}J$$

$$PE_2 = \frac{1}{2}\Delta V.Q_2 = \frac{1}{2}\times30\times60\times10^{-6} = 9\times10^{-4}J$$

$$PE_3 = \frac{1}{2}\Delta V.Q_3 = \frac{1}{2}\times30\times240\times10^{-6} = 36\times10^{-4}J$$

$$PE_4 = \frac{1}{2}\Delta V.Q_4 = \frac{1}{2}\times30\times180\times10^{-6} = 27\times10^{-4}J$$

$$2- \quad C_{3k} = kC_3 = 6\times 8 = 48\mu F$$

$$C_{eqk} = C_1 + C_2 + C_{3k} + C_4 = 4+2+48+6 = 60\mu F$$

$$\Delta V_k = \frac{Q_{Tk}}{C_{eqk}} = \frac{600}{60} = 10V$$

$$Q_1 = C_1.\Delta V_k = 4\times 10 = 40\mu C \quad , \quad Q_2 = C_2.\Delta V_k = 2\times 10 = 20\mu C$$

$$Q_{3k} = C_{3k}.\Delta V_k = 48\times 10 = 480\mu C \quad , \quad Q_4 = C_4.\Delta V_k = 6\times 10 = 60\mu C$$

$$PE_1 = \frac{1}{2}\Delta V_k.Q_1 = \frac{1}{2}\times 10\times 40\times 10^{-6} = 2\times 10^{-4} J$$

$$PE_2 = \frac{1}{2}\Delta V_k.Q_2 = \frac{1}{2}\times 10\times 20\times 10^{-6} = 10^{-4} J$$

$$PE_{3k} = \frac{1}{2}\Delta V_k.Q_{3k} = \frac{1}{2}\times 10\times 480\times 10^{-6} = 24\times 10^{-4} J$$

$$PE_4 = \frac{1}{2}\Delta V_k.Q_4 = \frac{1}{2}\times 10\times 60\times 10^{-6} = 3\times 10^{-4} J$$

توالي بوجود العازل:

مثال87/ متسعتان $(C_1=3\mu F \ , \ C_2=6\mu F)$ ربطتا على التوالي وشحنت المجموعة بمصدر ثم فصلت عنه فظهر فرق جهد بين طرفي المجموعة $(90V)$.

1- احسب فرق جهد كل متسعة .

2- واذا استعملت مادة عازلة ثابت عزلها (2) وسمكها $(0.6cm)$ في المتسعة الاولى بدل الهواء فكم يصبح فرق الجهد عبر كل متسعة ؟ وكم هو مقدار المجال الكهربائي بين صفيحتي المتسعة الاولى ؟

الحل/

$$1- \quad \frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2+1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad C_{eq} = 2\mu F$$

$$Q_T = C_{eq} \,.\, \Delta V_T = 2\times 90 = 180\mu C$$

$\because$ الربط توالي لذلك $Q_T = Q_1 = Q_2 = 180\mu C$

$$\Delta V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{180}{3} = 60V \quad , \quad \Delta V_2 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{180}{6} = 30V$$

$$2- \quad C_{1k} = k\,C_1 = 2\times 3 = 6\mu F$$

$$\frac{1}{C_{eqk}} = \frac{1}{C_{1k}} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1+1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad \Rightarrow \quad C_{eqk} = 3\mu F$$

$\because$ المجموعة فصلت عن المصدر الشاحن لذلك $Q_{Tk} = Q_T = 180\mu C$

$\because$ الربط توالي لذلك $Q_{Tk} = Q_{1k} = Q_2 = 180\mu C$

$$\Delta V_{1k} = \frac{Q_{1k}}{C_{1k}} = \frac{180}{6} = 30V \quad , \quad \Delta V_2 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{180}{6} = 30V$$

$$E_{1k}=\frac{\Delta V_{1k}}{d}=\frac{30}{0.6\times10^{-2}}=5000V/m$$

مثال88/ المتسعتان $(C_1=2\mu F, C_2=3\mu F)$ موصولتان على التوالي ، وصلتا الى بطارية فرق الجهد بين قطبيها 24V
1- احسب لكل متسعة فرق الجهد بين صفيحتيها .
2- ادخل لوح من مادة عازلة ثابت عزلها (3) بين صفيحتي المتسعة الاولى (والمجموعة مازالت متصلة بالبطارية) فما مقدار فرق الجهد بين صفيحتي كل متسعة بعد إدخال المادة العازلة؟

الحل/

$$1-\ C_{eq}=\frac{C_1.C_2}{C_1+C_2}=\frac{2\times3}{2+3}=\frac{6}{5}=1.2\mu F$$

$$Q=C_{eq}.\Delta V_T=1.2\times24=28.8\mu C$$

$$\Delta V_1=\frac{Q}{C_1}=\frac{28.8}{2}=14.4V\quad,\quad \Delta V_2=\frac{Q}{C_2}=\frac{28.8}{3}=9.6$$

$$2-\ C_{1k}=kC_1=3\times2=6\mu F$$

$$C_{eqk}=\frac{C_{1k}.C_2}{C_{1k}+C_2}=\frac{6\times3}{6+3}=\frac{18}{9}=2\mu F$$

$$Q_k=C_{eqk}.\Delta V_{Tk}=2\times24=48\mu C$$

$$\Delta V_{1k}=\frac{Q_k}{C_{1k}}=\frac{48}{6}=8V\quad,\quad \Delta V_2=\frac{Q_k}{C_2}=\frac{48}{3}=16V$$

مثال89/ متسعتان من ذوات الصفيحتين المتوازيتين $(C_1=20\mu F\ ,\ C_2=30\mu F)$ مربوطتان مع بعضهما على التوالي. ربطت مجموعتهما الى طرفي بطارية فرق الجهد بين قطبيها 30V وكان الهواء عازلا بين صفيحتي كل متسعة ، ادخل لوح من مادة عازلة كهربائيا ثابت عزله 3 بين صفيحتي المتسعة C_1 (مع بقاء المجموعة متصلة بالبطارية) احسب مقدار فرق جهد كل متسعة والطاقة المختزنة فيها.
1- قبل العازل 2- بعد العازل

الحل/

$$1-\ C_{eq}=\frac{C_1.C_2}{C_1+C_2}=\frac{20\times30}{20+30}=\frac{600}{50}=12\mu F$$

$$Q=C_{eq}.\Delta V_T=12\times30=360\mu C$$

$$\Delta V_1=\frac{Q}{C_1}=\frac{360}{20}=18V\quad,\quad \Delta V_2=\frac{Q}{C_2}=\frac{360}{30}=12V$$

$$PE_1=\frac{1}{2}\Delta V_1.Q=\frac{1}{2}\times18\times360\times10^{-6}=324\times10^{-5}J$$

$$PE_2=\frac{1}{2}\Delta V_2.Q=\frac{1}{2}\times12\times360\times10^{-6}=216\times10^{-5}J$$

$2-\quad C_{1k}=kC_1=3\times 20=60\mu F$

$$C_{eqk}=\frac{C_{1k}.C_2}{C_{1k}+C_2}=\frac{60\times 30}{60+30}=\frac{1800}{90}=20\mu F$$

$$Q_k=C_{eqk}.\Delta V_{Tk}=20\times 30=600\mu C$$

$$\Delta V_{1k}=\frac{Q_k}{C_{1k}}=\frac{600}{60}=10V \quad , \quad \Delta V_2=\frac{Q_k}{C_2}=\frac{600}{30}=20V$$

$$PE_{1k}=\frac{1}{2}\Delta V_{1k}.Q_k=\frac{1}{2}\times 10\times 600\times 10^{-6}=3\times 10^{-3}J$$

$$PE_2=\frac{1}{2}\Delta V_2.Q_k=\frac{1}{2}\times 20\times 600\times 10^{-6}=6\times 10^{-3}J$$

مثـال90/ متسعتان من ذوات الصفائح المتوازية ($C_1=9\mu F, C_2=18\mu F$) مربوطتان على التوالي وربطت مجموعتهما الى نضيدة فرق الجهد بين قطبيها 12V .

1- احسب شحنة وفرق جهد كل متسعة.

2- ادخل لوح من مادة عازلة كهربائيا بين صفيحتي المتسعة الأولى (مع بقاء البطارية متصلة بالمجموعة) فأصبحت الشحنة الكلية للمجموعة $144\mu C$ احسب ثابت العزل الكهربائي وفرق جهد كل متسعة؟

الحل/

1- $\frac{1}{C_{eq}}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}=\frac{1}{9}+\frac{1}{18}=\frac{2+1}{18}=\frac{3}{18}=\frac{1}{6} \Rightarrow C_{eq}=6\mu F$

$Q_T=C_{eq}\,.\,\Delta V_T=6\times 12=72\mu C$

$\because$ الربط توالي لذلك $Q_T=Q_1=Q_2=72\mu C$

$$\Delta V_1=\frac{Q_1}{C_1}=\frac{72}{9}=8V \quad , \quad \Delta V_2=\frac{Q_2}{C_2}=\frac{72}{18}=4V$$

2-

$\because$ البطارية متصلة بالمجموعة لذلك $\Delta V_{Tk}=\Delta V_T=12V$

$$C_{eqk}=\frac{Q_{Tk}}{\Delta V_{Tk}}=\frac{144}{12}=12V$$

$$\frac{1}{C_{eqk}}=\frac{1}{C_{1k}}+\frac{1}{C_2} \Rightarrow \frac{1}{12}=\frac{1}{C_{1k}}+\frac{1}{18} \Rightarrow \frac{1}{C_{1k}}=\frac{1}{12}-\frac{1}{18}=\frac{3-2}{36}=\frac{1}{36}$$

$\therefore\ C_{1k}=36\mu F$

$C_{1k}=k\,C_1 \Rightarrow 36=k\times 9 \Rightarrow k=\frac{36}{9}=4$

$$\Delta V_{1k}=\frac{Q_{1k}}{C_{1k}}=\frac{144}{36}=4V \quad , \quad \Delta V_2=\frac{Q_2}{C_2}=\frac{144}{18}=8V$$

مثال91/ متسعتان من ذوات الصفيحتين المتوازيتين $(C_1=6\mu F, C_2=3\mu F)$ مربوطتان مع بعضهما على التوالي ومجموعتهما ربطت بين قطبي بطارية فرق الجهد بين قطبيها (12V) ، احسب مقدار:
1- فرق جهد بين صفيحتي كل متسعة.
2- ادخل لوح عازل كهربائي ثابت عزله (k) بين صفيحتي المتسعة الثانية (مع بقاء البطارية مربوطة بين طرفي المجموعة) فازدادت الشحنة الكلية الى $48\mu C$ فما مقدار ثابت العزل؟ وفرق جهد كل متسعة بعد العازل؟

الحل/

$$1- \quad C_{eq}=\frac{C_1.C_2}{C_1+C_2}=\frac{3\times 6}{3+6}=\frac{18}{9}=2\mu F$$

$$Q=C_{eq}.\Delta V_T=2\times 12=24\mu C$$

$$\Delta V_1=\frac{Q}{C_1}=\frac{24}{6}=4V \quad , \quad \Delta V_2=\frac{Q}{C_2}=\frac{24}{3}=8V$$

$$2- \quad C_{eqk}=\frac{Q_k}{\Delta V_{Tk}}=\frac{48}{12}=4\mu F$$

$$\frac{1}{C_{2k}}=\frac{1}{C_{eqk}}-\frac{1}{C_1}=\frac{1}{4}-\frac{1}{6}=\frac{3-2}{12}=\frac{1}{12} \quad \Rightarrow \quad C_{2k}=12\mu F$$

$$k=\frac{C_{2k}}{C_2}=\frac{12}{3}=4$$

$$\Delta V_1=\frac{Q_k}{C_1}=\frac{48}{6}=8V \quad , \quad \Delta V_{2k}=\frac{Q_k}{C_{2k}}=\frac{48}{12}=4V$$

مثال92/ متسعتان من ذوات الصفائح المتوازية $(C_1=12\mu F, C_2=6\mu F)$ مربوطتان مع بعضهما على التوالي ومجموعتهما ربطت بين قطبي بطارية فرق الجهد بين قطبيها (60V) احسب مقدار :
1- فرق الجهد بين صفيحتي كل متسعة .
2- ادخل لوح عازل كهربائي ثابت عزله (k) بين صفيحتي المتسعة الثانية والمجموعة مازالت متصلة بالبطارية فازدادت الشحنة الكلية الى $480\mu C$ فما مقدار ثابت العزل (k) وفرق جهد كل متسعة بعد العازل؟

الحل/

$$1- \quad C_{eq}=\frac{C_1.C_2}{C_1+C_2}=\frac{12\times 6}{12+6}=\frac{12\times 6}{6(2+1)}=4\mu F$$

$$Q=C_{eq}.\Delta V_T=4\times 60=240\mu C$$

$$\Delta V_1=\frac{Q}{C_1}=\frac{240}{12}=20V \quad , \quad \Delta V_2=\frac{Q}{C_2}=\frac{240}{6}=40V$$

$$2-\quad C_{eqk}=\frac{Q_k}{\Delta V_{Tk}}=\frac{480}{60}=8\mu F$$

$$\frac{1}{C_{2k}}=\frac{1}{C_{eqk}}-\frac{1}{C_1}=\frac{1}{8}-\frac{1}{12}=\frac{3-2}{24}=\frac{1}{24}\quad\Rightarrow\quad C_{2k}=24\mu F$$

$$k=\frac{C_{2k}}{C_2}=\frac{24}{6}=4$$

$$\Delta V_1=\frac{Q_k}{C_1}=\frac{480}{12}=40V\quad,\quad \Delta V_{2k}=\frac{Q_k}{C_{2k}}=\frac{480}{24}=20V$$

مثال93/ متسعتان $(C_1=24\mu F, C_2=12\mu F)$ مربوطتان على التوالي ومجموعتهما ربطت بين قطبي بطارية فرق الجهد بين قطبيها 6V فاذا ادخل لوح من مادة عازلة كهربائيا ثابت عزلها (k) بين صفيحتي المتسعة الثانية وما زالت المجموعة متصلة بالبطارية فازدادت الشحنة الكلية الى 96μC فما مقدار :

1- ثابت العزل الكهربائي (k).

2- فرق جهد كل متسعة قبل وبعد العازل.

الحل/

$$1-\quad C_{eqk}=\frac{Q_k}{\Delta V_{Tk}}=\frac{96}{6}=16\mu F$$

$$\frac{1}{C_{2k}}=\frac{1}{C_{eqk}}-\frac{1}{C_1}=\frac{1}{16}-\frac{1}{24}=\frac{3-2}{48}=\frac{1}{48}\quad\Rightarrow\quad C_{2k}=48\mu F$$

$$k=\frac{C_{2k}}{C_2}=\frac{48}{12}=4$$

$$2-\quad C_{eq}=\frac{C_1.C_2}{C_1+C_2}=\frac{24\times12}{24+12}=\frac{24\times12}{12(2+1)}=8\mu F$$

$$Q=C_{eq}.\Delta V_T=8\times6=48\mu C$$

$$\Delta V_1=\frac{Q}{C_1}=\frac{48}{24}=2V\quad,\quad \Delta V_2=\frac{Q}{C_2}=\frac{48}{12}=4V$$

$$\Delta V_1=\frac{Q_k}{C_1}=\frac{96}{24}=4V\quad,\quad \Delta V_{2k}=\frac{Q_k}{C_{2k}}=\frac{96}{48}=2V$$

مثال94/ متسعتان $(C_1=12\mu F, C_2=4\mu F)$ ربطتا على التوالي ثم وصلت المجموعة الى بطارية فرق الجهد بين قطبيها 24V .

1- احسب فرق جهد كل متسعة .

2- ادخل لوح من مادة عازلة ثابت عزلها (k) بين صفيحتي المتسعة الثانية والمجموعة مازالت متصلة بالبطارية فازدادت الشحنة الكلية الى 192μCفما مقدار ثابت العزل (k) وما فرق جهد كل متسعة؟

الحل/

$$1-\quad C_{eq}=\frac{C_1.C_2}{C_1+C_2}=\frac{12\times 4}{12+4}=\frac{48}{16}=3\mu F$$

$$Q=C_{eq}.\Delta V_T=3\times 24=72\mu C$$

$$\Delta V_1=\frac{Q}{C_1}=\frac{72}{12}=6V \quad , \quad \Delta V_2=\frac{Q}{C_2}=\frac{72}{4}=18V$$

$$2-\quad C_{eqk}=\frac{Q_k}{\Delta V_{Tk}}=\frac{192}{24}=8\mu F$$

$$\frac{1}{C_{2k}}=\frac{1}{C_{eqk}}-\frac{1}{C_1}=\frac{1}{8}-\frac{1}{12}=\frac{3-2}{24}=\frac{1}{24} \quad \Rightarrow \quad C_{2k}=24\mu F$$

$$k=\frac{C_{2k}}{C_2}=\frac{24}{4}=6$$

$$\Delta V_1=\frac{Q_k}{C_1}=\frac{192}{12}=16V \quad , \quad \Delta V_{2k}=\frac{Q_k}{C_{2k}}=\frac{192}{24}=8V$$

مثال95/ ربطت المتسعتان $(C_1=9\mu F, C_2=18\mu F)$ على التوالي ثم ربطت مجموعتهما الى مصدر فرق الجهد بين قطبيه 6V .

1- احسب فرق جهد كل متسعة من المتسعات.

2- اذا ادخل لوح من مادة عازلة كهربائيا ثابت عزلها (k) بين صفيحتي المتسعة الاولى والمجموعة مازالت متصلة بالبطارية فازدادت الشحنة المختزنة في المجموعة الى $72\mu C$ فما مقدار ثابت العزل ؟ وما فرق جهد كل متسعة بعد العازل؟

الحل/

$$1-\quad C_{eq}=\frac{C_1.C_2}{C_1+C_2}=\frac{9\times 18}{9+18}=\frac{9\times 18}{9(1+2)}=6\mu F$$

$$Q=C_{eq}.\Delta V_T=6\times 6=36\mu C$$

$$\Delta V_1=\frac{Q}{C_1}=\frac{36}{9}=4V \quad , \quad \Delta V_2=\frac{Q}{C_2}=\frac{36}{18}=2V$$

$$2-\quad C_{eqk}=\frac{Q_k}{\Delta V_{Tk}}=\frac{72}{6}=12\mu F$$

$$\frac{1}{C_{1k}}=\frac{1}{C_{eqk}}-\frac{1}{C_2}=\frac{1}{12}-\frac{1}{18}=\frac{3-2}{36}=\frac{1}{36} \quad \Rightarrow \quad C_{1k}=36\mu F$$

$$k=\frac{C_{1k}}{C_1}=\frac{36}{9}=4 \quad , \quad \Delta V_{1k}=\frac{Q_k}{C_{1k}}=\frac{72}{36}=2V \quad , \quad \Delta V_2=\frac{Q_k}{C_2}=\frac{72}{18}=4V$$

مثال96/ المتسعتان (C_1=36μF,C_2=18μF) موصولتان على التوالي ثم وصلت مجموعتهما الى بطارية فرق الجهد بين قطبيها 30V.
1- احسب فرق جهد كل متسعة .
2- ادخل لوح من مادة عازلة كهربائيا ثابت عزلها (k) بين صفيحتي المتسعة الثانية والمجموعة مازالت متصلة بالبطارية فازدادت الشحنة الكلية الى 720μC فما مقدار ثابت العزل (k) ؟ وفرق جهد كل متسعة بعد العازل ؟

الحل/

$$1- \quad C_{eq} = \frac{C_1.C_2}{C_1+C_2} = \frac{36\times18}{36+18} = \frac{36\times18}{18(2+1)} = 12\mu F$$

$$Q = C_{eq}.\Delta V_T = 12\times30 = 360\mu C$$

$$\Delta V_1 = \frac{Q}{C_1} = \frac{360}{36} = 10V \quad , \quad \Delta V_2 = \frac{Q}{C_2} = \frac{360}{18} = 20V$$

$$2- \quad C_{eqk} = \frac{Q_k}{\Delta V_{Tk}} = \frac{720}{30} = 24\mu F$$

$$\frac{1}{C_{2k}} = \frac{1}{C_{eqk}} - \frac{1}{C_1} = \frac{1}{24} - \frac{1}{36} = \frac{3-2}{72} = \frac{1}{72} \quad \Rightarrow \quad C_{2k} = 72\mu F$$

$$k = \frac{C_{2k}}{C_2} = \frac{72}{18} = 4$$

$$\Delta V_1 = \frac{Q_k}{C_1} = \frac{720}{36} = 20V \quad , \quad \Delta V_{2k} = \frac{Q_k}{C_2} = \frac{720}{72} = 10V$$

مثال97/ ربطت المتسعتان (C_1=20μF ، C_2=5μF) على التوالي ووصلت مجموعتهما الى بطارية فرق الجهد بين قطبيها 20V .
1- احسب لكل متسعة فرق الجهد بين صفيحتيها والطاقة المختزنة في المجال الكهربائي بين صفيحتيها.
2- ادخل لوح عازل كهربائي ثابت عزله (k) بين صفيحتي المتسعة الثانية (مع بقاء البطارية مربوطة بين طرفي المجموعة) فاصبحت شحنة المجموعة 240μC احسب ثابت العزل (k) وفرق جهد كل متسعة بعد ادخال العازل.

الحل/

$$1- \quad C_{eq} = \frac{C_1.C_2}{C_1+C_2} = \frac{20\times5}{20+5} = \frac{100}{25} = 4\mu F$$

$$Q = C_{eq}.\Delta V_T = 4\times20 = 80\mu C$$

$$\Delta V_1 = \frac{Q}{C_1} = \frac{80}{20} = 4V \quad , \quad \Delta V_2 = \frac{Q}{C_2} = \frac{80}{5} = 16V$$

$$PE_1 = \frac{1}{2}\Delta V_1.Q = \frac{1}{2}\times4\times80\times10^{-6} = 16\times10^{-5} J$$

$$PE_2 = \frac{1}{2}\Delta V_2.Q = \frac{1}{2}\times16\times80\times10^{-6} = 64\times10^{-5} J$$

$$2-\quad C_{eqk}=\frac{Q_k}{\Delta V_{Tk}}=\frac{240}{20}=12\mu F$$

$$\frac{1}{C_{2k}}=\frac{1}{C_{eqk}}-\frac{1}{C_1}=\frac{1}{12}-\frac{1}{20}=\frac{5-3}{60}=\frac{1}{30}\quad\Rightarrow\quad C_{2k}=30\mu F$$

$$k=\frac{C_{2k}}{C_2}=\frac{30}{5}=6$$

$$\Delta V_1=\frac{Q_k}{C_1}=\frac{240}{20}=12V\quad,\quad\Delta V_{2k}=\frac{Q_k}{C_{2k}}=\frac{240}{30}=8V$$

مثال98/ ربطت المتسعتان (C_1=15μF,C_2=30μF) على التوالي وربطت مجموعتهما الى بطارية فرق الجهد بين قطبيها 24V .

1- احسب لكل متسعة فرق الجهد بين صفيحتيها.

2- ادخل لوح من مادة عازلة ثابت عزلها (4) بين صفيحتي المتسعة الاولى (والبطارية مازالت متصلة بالمجموعة) فما مقدار فرق الجهد بين صفيحتي كل متسعة بعد إدخال المادة العازلة ؟

الحل/

$$1-\quad C_{eq}=\frac{C_1.C_2}{C_1+C_2}=\frac{15\times30}{15+30}=\frac{450}{45}=10\mu F$$

$$Q=C_{eq}.\Delta V_T=10\times24=240\mu C$$

$$\Delta V_1=\frac{Q}{C_1}=\frac{240}{30}=8V\quad,\quad\Delta V_2=\frac{Q}{C_2}=\frac{240}{15}=16V$$

$$2-\quad C_{1k}=kC_1=4\times15=60\mu F$$

$$C_{eqk}=\frac{C_{1k}.C_2}{C_{1k}+C_2}=\frac{60\times30}{60+30}=\frac{1800}{90}=20\mu F$$

$$2-\quad Q_k=C_{eqk}.\Delta V_{Tk}=20\times24=480\mu C$$

$$\Delta V_{1k}=\frac{Q_k}{C_{1k}}=\frac{480}{60}=8V\quad,\quad\Delta V_2=\frac{Q_k}{C_2}=\frac{480}{30}=16V$$

مثال99/ ربطت المتسعتان $(C_1=20\mu F \ , \ C_2=5\mu F)$ على التوالي ووصلت مجموعتهما الى بطارية فرق الجهد بين قطبيها 20V .

1- احسب لكل متسعة فرق الجهد بين صفيحتيها والطاقة المختزنة في المجال الكهربائي بين صفيحتيها.

2- ادخل لوح عازل كهربائي ثابت عزله (k) بين صفيحتي المتسعة الثانية (مع بقاء البطارية مربوطة بين طرفي المجموعة) فاصبحت شحنة المجموعة 240μC احسب ثابت العزل (k) وفرق جهد كل متسعة بعد ادخال العازل.

الحل/

$$1)\quad C_{eq}=\frac{C_1.C_2}{C_1+C_2}=\frac{20\times5}{20+5}=\frac{20\times5}{5(4+1)}=4\mu F$$

$$Q=C_{eq}.\Delta V_T=4\times20=80\mu C$$

$$\Delta V_1=\frac{Q}{C_1}=\frac{80}{20}=4V \quad , \quad \Delta V_2=\frac{Q}{C_2}=\frac{80}{5}=16V$$

$$PE_1=\frac{1}{2}\Delta V_1.Q=\frac{1}{2}\times4\times80\times10^{-6}=160\times10^{-6}J$$

$$PE_2=\frac{1}{2}\Delta V_2.Q=\frac{1}{2}\times16\times80\times10^{-6}=640\times10^{-6}J$$

$$2)\quad C_{eqk}=\frac{Q_k}{\Delta V_{Tk}}=\frac{240}{20}=12\mu F$$

$$\frac{1}{C_{eqk}}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_{2k}} \Rightarrow \frac{1}{12}=\frac{1}{20}+\frac{1}{C_{2k}} \Rightarrow \frac{1}{C_{2k}}=\frac{1}{12}-\frac{1}{20}$$

$$\frac{1}{C_{2k}}=\frac{5-3}{60}=\frac{2}{60}=\frac{1}{30} \Rightarrow C_{2k}=30\mu F$$

$$k=\frac{C_{2k}}{C_2}=\frac{30}{5}=6$$

$$\Delta V_1=\frac{Q_k}{C_1}=\frac{240}{20}=12V \quad , \quad \Delta V_{2k}=\frac{Q_k}{C_{2k}}=\frac{240}{30}=8V$$

مثال100/ ربطت المتسعتان $(C_1=80\mu F\ ,\ C_2=20\mu F)$ على التوالي ووصلت مجموعتهما الى بطارية فرق الجهد بين قطبيها 10V .

1- احسب لكل متسعة فرق الجهد بين صفيحتيها.

2- ادخل لوح عازل كهربائي ثابت عزله (6) بين صفيحتي المتسعة الثانية (مع بقاء البطارية مربوطة بين طرفي المجموعة) فما مقدار فرق الجهد بين صفيحتي كل متسعة بعد ادخال العازل.

الحل/

$$1)\ C_{eq}=\frac{C_1.C_2}{C_1+C_2}=\frac{80\times 20}{80+20}=\frac{80\times 20}{20(4+1)}=\frac{80}{5}=16\mu F$$

$$Q=C_{eq}.\Delta V_T=16\times 10=160\mu C$$

$$\Delta V_1=\frac{Q}{C_1}=\frac{160}{80}=2V \quad , \quad \Delta V_2=\frac{Q}{C_2}=\frac{160}{20}=8V$$

$$2)\quad C_{2k}=k\,C_2=6\times 20=120\mu C$$

$$C_{eqk}=\frac{C_1.C_{2k}}{C_1+C_{2k}}=\frac{80\times 120}{80+120}=\frac{80\times 120}{40(2+3)}=\frac{240}{5}=48\mu F$$

$$Q_k=C_{eqk}.\Delta V_T=48\times 10=480\mu C$$

$$\Delta V_1=\frac{Q_k}{C_1}=\frac{480}{80}=6V \quad , \quad \Delta V_{2k}=\frac{Q_k}{C_{2k}}=\frac{480}{120}=4V$$

مثال101/ المتسعتان $(C_1=20\mu F\ ,\ C_2=60\mu F)$ موصولتان على التوالي ومجموعتهما وصلت الى بطارية فرق الجهد بين قطبيها 20V .

1- احسب فرق جهد كل متسعة .

2- اذا ادخل لوح عازل كهربائيا بين صفيحتي المتسعة الاولى ثابت عزله (k) بين صفيحتي المتسعة الاولى والمجموعة مازالت متصلة بالبطارية اصبحت شحنة المجموعة 600μC فما مقدار ثابت العزل الكهربائي؟

الحل/

$$1)\ C_{eq}=\frac{C_1.C_2}{C_1+C_2}=\frac{20\times 60}{20+60}=\frac{20\times 60}{20(1+3)}=\frac{60}{4}=15\mu F$$

$$Q=C_{eq}.\Delta V_T=15\times 20=300\mu C$$

$$\Delta V_1=\frac{Q}{C_1}=\frac{300}{20}=15V \quad , \quad \Delta V_2=\frac{Q}{C_2}=\frac{300}{60}=5V$$

2) $\Delta V_{Tk} = \Delta V_T = 20V$

$$C_{eqk} = \frac{Q_k}{\Delta V_T} = \frac{600}{20} = 30\mu F$$

$$\frac{1}{C_{1k}} = \frac{1}{C_{eqk}} - \frac{1}{C_2} = \frac{1}{30} - \frac{1}{60} = \frac{2-1}{60} = \frac{1}{60} \quad \Rightarrow \quad C_{1k} = 60\mu F$$

$$\therefore \quad k = \frac{C_{1k}}{C_1} = \frac{60}{20} = 3$$

مثال102/ متسعتان متواليتان من ذوات الصفائح المتوازية سعة الاولى $6\mu F$ وسعة الثانية $3\mu F$ ربطت المجموعة إلى مصدر فرق جهده 24V وكان الفراغ عازلا بين صفيحتي كل متسعة . ثم فصلت المجموعة عن المصدر وادخل عازل ثابت عزله 2 بين صفيحتي كل متسعة احسب فرق جهد كل متسعة :
1- قبل وضع العازل 2- بعد وضع العازل

الحل/

1- قبل العازل :

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1+2}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad C_{eq} = 2\mu F$$

$Q_T = C_{eq} \,.\, \Delta V_T = 2 \times 24 = 48\mu C$

∵ الربط توالي لذلك $Q_T = Q_1 = Q_2 = 48\mu C$

$$\Delta V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{48}{6} = 8V \quad , \quad \Delta V_2 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{48}{3} = 16V$$

2- بعد العازل :

$C_{1k} = k\, C_1 = 2 \times 6 = 12\mu F \quad , \quad C_{2k} = k\, C_2 = 2 \times 3 = 6\mu F$

$$\frac{1}{C_{eqk}} = \frac{1}{C_{1k}} + \frac{1}{C_{2k}} = \frac{1}{12} + \frac{1}{6} = \frac{1+2}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} \quad \Rightarrow \quad C_{eqk} = 4\mu F$$

∵ المجموعة فصلت عن المصدر لذلك $Q_{Tk} = Q_T = 48\mu C$

∵ الربط توالي لذلك $Q_{Tk} = Q_{1k} = Q_{2k} = 48\mu C$

$$\Delta V_{1k} = \frac{Q_{1k}}{C_{1k}} = \frac{48}{12} = 4V \quad , \quad \Delta V_{2k} = \frac{Q_{2k}}{C_{2k}} = \frac{48}{6} = 8V$$

مثال103/ متسعتان من ذوات الصفيحتين المتوازيتين $(C_1=9\mu F \,,\, C_2=18\mu F)$ مربوطتان مع بعضهما على التوالي ومجموعتهما ربطت بين قطبي بطارية فرق الجهد بين قطبيها (6V) ، ادخل لوح من مادة عازلة كهربائيا بين صفيحتي كل منهما ثابت عزله 2 والمجموعة مازالت متصلة بالبطارية فما مقدر فرق جهد كل متسعة :
1- قبل العازل 2- بعد العازل.

الحل/

قبل العازل:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{9} + \frac{1}{18} = \frac{2+1}{18} = \frac{3}{18} = \frac{1}{6} \quad \Rightarrow \quad C_{eq} = 6\mu F$$

$Q_T = C_{eq} \,.\, \Delta V_T = 6 \times 6 = 36\mu C$

∵ الربط توالي لذلك $Q_T = Q_1 = Q_2 = 36\mu C$

$$\Delta V_1=\frac{Q_1}{C_1}=\frac{36}{9}=4V \quad , \quad \Delta V_2=\frac{Q_2}{C_2}=\frac{36}{18}=2V$$

بعد العازل:

$C_{1k}=kC_1=2\times 9=18\mu F \quad , \quad C_{2k}=kC_2=2\times 18=36\mu F$

$$\frac{1}{C_{eqk}}=\frac{1}{C_{1k}}+\frac{1}{C_{2k}}=\frac{1}{18}+\frac{1}{36}=\frac{2+1}{36}=\frac{3}{36}=\frac{1}{12} \Rightarrow C_{eqk}=12\mu F$$

∵ المجموعة متصلة بالبطارية لذلك $\Delta V_{Tk}=\Delta V_T=6V$

$Q_{Tk}=C_{eqk}\cdot\Delta V_{Tk}=12\times 6=72\mu C$

∵ الربط توالي لذلك $Q_{Tk}=Q_{1k}=Q_{2k}=72\mu C$

$$\Delta V_{1k}=\frac{Q_{1k}}{C_{1k}}=\frac{72}{18}=4V \quad , \quad \Delta V_{2k}=\frac{Q_{2k}}{C_{2k}}=\frac{72}{36}=2V$$

مثال104/ متسعتان من ذوات الصفيحتين المتوازيتين $(C_1=6\mu F, C_2=12\mu F)$ مربوطتان مع بعضهما على التوالي ، ربطت مجموعتهما بين قطبي بطارية فرق الجهد بين قطبيها (60V) وكان الفراغ عازلا بين صفيحتي كل منهما . ادخل بين صفيحتي كل منهما لوحا من مادة عازلة ثابت عزله (2) يملأ الحيز بينهما (ومازالت المجموعة متصلة بالبطارية) فما مقدار فرق الجهد بين صفيحتي كل متسعة
(1) قبل العازل (2) بعد العازل.

الحل/

قبل العازل:

$$\frac{1}{C_{eq}}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}=\frac{1}{6}+\frac{1}{12}=\frac{2+1}{12}=\frac{3}{12}=\frac{1}{4} \Rightarrow C_{eq}=4\mu F$$

$Q_T=C_{eq}\cdot\Delta V_T=4\times 60=240\mu C$

∵ الربط توالي لذلك $Q_T=Q_1=Q_2=240\mu C$

$$\Delta V_1=\frac{Q_1}{C_1}=\frac{240}{6}=40V \quad , \quad \Delta V_2=\frac{Q_2}{C_2}=\frac{240}{12}=20V$$

بعد العازل:

$C_{1k}=kC_1=2\times 6=12\mu F \quad , \quad C_{2k}=kC_2=2\times 12=24\mu F$

$$\frac{1}{C_{eqk}}=\frac{1}{C_{1k}}+\frac{1}{C_{2k}}=\frac{1}{12}+\frac{1}{24}=\frac{2+1}{24}=\frac{3}{24}=\frac{1}{8} \Rightarrow C_{eqk}=8\mu F$$

∵ المجموعة متصلة بالبطارية لذلك $\Delta V_{Tk}=\Delta V_T=60V$

$Q_{Tk}=C_{eqk}\cdot\Delta V_{Tk}=8\times 60=480\mu C$

∵ الربط توالي لذلك $Q_{Tk}=Q_{1k}=Q_{2k}=480\mu C$

$$\Delta V_{1k}=\frac{Q_{1k}}{C_{1k}}=\frac{480}{12}=40V \quad , \quad \Delta V_{2k}=\frac{Q_{2k}}{C_{2k}}=\frac{480}{24}=20V$$

مثال105/ المتسعتان $(C_1=10\mu F \,,\, C_2=40\mu F)$ مربوطتان على التوالي ومجموعتهما ربطت الى بطارية فرق الجهد بين قطبيها 15V . ادخل لوح من مادة عازلة كهربائيا ثابت عزله (6) بين صفيحتي المتسعة الاولى مع بقاء المجموعة متصلة بالبطارية احسب فرق الجهد بين صفيحتي كل متسعة
1- قبل العازل . 2- بعد العازل .

الحل/

$$1)\ C_{eq}=\frac{C_1.C_2}{C_1+C_2}=\frac{10\times40}{10+40}=\frac{10\times40}{10(1+4)}=\frac{40}{5}=8\mu F$$

$$Q=C_{eq}.\Delta V_T=8\times15=120\mu C$$

$$\Delta V_1=\frac{Q}{C_1}=\frac{120}{10}=12V \quad , \quad \Delta V_2=\frac{Q}{C_2}=\frac{120}{40}=3V$$

$$2)\quad C_{1k}=k\,C_1=6\times10=60\mu C$$

$$C_{eqk}=\frac{C_{1k}.C_2}{C_{1k}+C_2}=\frac{60\times40}{60+40}=\frac{60\times40}{20(3+2)}=\frac{120}{5}=24\mu F$$

$$Q_k=C_{eqk}.\Delta V_T=24\times15=360\mu C$$

$$\Delta V_1=\frac{Q_k}{C_{1k}}=\frac{360}{60}=6V \quad , \quad \Delta V_{2k}=\frac{Q_k}{C_2}=\frac{360}{40}=9V$$

مثال106/ ثلاث متسعات من ذوات الصفيحتين المتوازيتين سعاتها $(C_1=6\mu F, C_2=9\mu F, C_3=18\mu F)$ ربطت مع بعضها على التوالي ثم ربطت المجموعة الى بطارية فرق الجهد بين قطبيها 12V.
1- احسب لكل متسعة فرق الجهد بين صفيحتيها والطاقة المختزنة في المجال الكهربائي بين الصفيحتين.
2- ادخل لوح من مادة عازلة ثابت عزلها (k) بين صفيحتي المتسعة الاولى والمجموعة مازالت متصلة بالبطارية فازدادت الشحنة الكلية للمجموعة الى $48\mu C$ فما مقدار ثابت العزل الكهربائي (k).

الحل/

$$1-\ \frac{1}{C_{eq}}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}=\frac{1}{6}+\frac{1}{9}+\frac{1}{18}=\frac{3+2+1}{18}=\frac{6}{18}=\frac{1}{3} \quad \Rightarrow \quad C_{eq}=3\mu F$$

$$Q=C_{eq}.\Delta V_T=3\times12=36\mu F$$

$$\Delta V_1=\frac{Q}{C_1}=\frac{36}{6}=6V \quad , \quad \Delta V_2=\frac{Q}{C_2}=\frac{36}{9}=4V \quad , \quad \Delta V=\frac{Q}{C_3}=\frac{36}{18}=2V$$

$$PE_1=\frac{1}{2}\Delta V_1.Q=\frac{1}{2}\times6\times36\times10^{-6}=108\times10^{-6}J$$

$$PE_2=\frac{1}{2}\Delta V_2.Q=\frac{1}{2}\times4\times36\times10^{-6}=72\times10^{-6}J$$

$$PE_3=\frac{1}{2}\Delta V_3.Q=\frac{1}{2}\times2\times36\times10^{-6}=36\times10^{-6}J$$

$$2-\quad C_{eqk}=\frac{Q_k}{\Delta V_{Tk}}=\frac{48}{12}=4\mu F$$

$$\frac{1}{C_{1k}}=\frac{1}{C_{eqk}}-\frac{1}{C_2}-\frac{1}{C_3}=\frac{1}{4}-\frac{1}{9}-\frac{1}{18}$$

$$=\frac{9-4-2}{36}=\frac{3}{36}=\frac{1}{12}\quad\Rightarrow\quad C_{1k}=12\mu F$$

$$k=\frac{C_{1k}}{C_1}=\frac{12}{6}=2$$

مثال107 / متسعتان الاولى C_1 والثانية $18\mu F$ مربوطتان على التوالي وموصولتان الى بطارية فرق الجهد بين قطبيها $12V$ وضع عازل بين صفيحتي المتسعة الاولى فازدادت سعتها بمقدار $27\mu F$ واصبحت الشحنة الكلية بعد وضع العازل $144\mu C$ جد :

1- سعة المتسعة الاولى (C_1) قبل العازل 2- ثابت العزل k 3- فرق جهد كل متسعة بعد وضع العازل.

الحل/

∵ المجموعة متصلة بالبطارية لذلك $\Delta V_{Tk}=\Delta V_T=12V$

$$C_{eqk}=\frac{Q_{Tk}}{\Delta V_{Tk}}=\frac{144}{12}=12\mu F$$

$$\frac{1}{C_{eqk}}=\frac{1}{C_{1k}}+\frac{1}{C_2}\quad\Rightarrow\quad\frac{1}{12}=\frac{1}{C_{1k}}+\frac{1}{18}\quad\Rightarrow\quad\frac{1}{C_{1k}}=\frac{1}{12}-\frac{1}{18}=\frac{3-2}{36}=\frac{1}{36}$$

$\therefore\ C_{1k}=36\mu F$

$$C_{1k}=C_1+\Delta C\quad\Rightarrow\quad 36=C_1+27\quad\Rightarrow\quad C_1=36-27=9\mu F$$

$$C_{1k}=kC_1\quad\Rightarrow\quad 36=k\times 9\quad\Rightarrow\quad k=\frac{36}{9}=4$$

$$\Delta V_{1k}=\frac{Q_{1k}}{C_{1k}}=\frac{144}{36}=4V\quad,\quad\Delta V_2=\frac{Q_{2k}}{C_2}=\frac{144}{18}=8V$$

مثال108 / متسعتان الاولى $6\mu F$ والثانية C_2 مربوطتان على التوالي وموصولتان الى بطارية فرق الجهد بين قطبيها $24V$ ثم وضع عازل بين صفيحتي المتسعة الثانية ثابت عزله (k) فازدادت سعتها بمقدار $9\mu F$ واصبحت الشحنة الكلية بعد وضع العازل $96\mu C$ جد :

1- سعة المتسعة الثانية C_2 قبل وضع العازل. 2- ثابت العزل الكهربائي (k)

3- فرق جهد كل متسعة قبل وبعد وضع العازل.

الحل/

$$1)\quad C_{eq}=\frac{Q_k}{\Delta V_T}=\frac{96}{24}=4\mu F$$

$$C_{eqk}=\frac{C_1.C_{2k}}{C_1+C_{2k}}\quad\Rightarrow\quad 4=\frac{6C_{2k}}{6+C_{2k}}\quad\Rightarrow\quad 6C_{2k}=24+4C_{2k}$$

$$6C_{2k}-4C_{2k}=24\quad\Rightarrow\quad 2C_{2k}=24\quad\Rightarrow\quad C_{2k}=12\mu F$$

$$C_{2k}=C_2+9\quad\Rightarrow\quad 12=C_2+9\quad\Rightarrow\quad C_2=12-9=3\mu F$$

$$2)\ k=\frac{C_{2k}}{C_2}=\frac{12}{3}=4\mu F$$

$$C_{eq}=C_1+C_2=6+3=9\mu F$$

$$Q=C_{eq}.\Delta V_T=9\times 24=216\mu C$$

$$\Delta V_1=\frac{Q}{C}$$

مشحونة وغير مشحونة او مشحونتين مسبقا:

مثال109/ متسعة سعتها (4μF) وشحنتها (300μC) وصلت على التوازي مع متسعة اخرى غير مشحونة سعتها (2μF) . احسب فرق جهد وشحنة كل متسعة بعد التوصيل.

الحل/

$Q_T=Q_1+Q_2=300+0=300\mu C$

$C_{eq}=C_1+C_2=4+2=6\mu F$

$$\Delta V_T=\frac{Q_T}{C_{eq}}=\frac{300}{6}=50V$$

∵ الربط توازي لذلك $\Delta V_T=\Delta V_1=\Delta V_2=50V$

$Q_1=C_1\,.\,\Delta V_1=4\times 50=200\mu C$, $Q_2=C_2\,.\,\Delta V_2=2\times 50=100\mu C$

مثـال110/ متسعة مشحونة سعتها 6μF وفرق جهدها 30V وصلت على التوازي مع متسعة أخرى غير مشحونة فأصبح فرق جهد المجموعة بعد التوصيل 20V ما سعة المتسعة الثانية وما شحنة كل منهما بعد التوصيل ؟

الحل/

قبل التوصيل:

$Q_1=C_1\,.\,\Delta V_1=6\times 30=180\mu C$, $Q_2=0$ (غير مشحونة)

بعد التوصيل:

$Q_T=Q_1+Q_2=180+0=180\mu C$

$$C_{eq}=\frac{Q_T}{\Delta V_T}=\frac{180}{20}=9\mu F$$

$C_{eq}=C_1+C_2 \Rightarrow 9=6+C_2 \Rightarrow C_2=9-6=3\mu F$

$Q_1=C_1\,.\,\Delta V_1=6\times 20=120\mu C$, $Q_2=C_2\times\Delta V_2=3\times 20=60\mu C$

مثال111/ متسعة سعتها (4μF) وفرق جهدها (200V) وصلت على التوازي بمتسعة اخرى غير مشحونة فاصبح فرق الجهد على طرفي المجموعة (80V) فما سعة المتسعة المجهولة ؟ وما شحنة كل متسعة بعد وصلهما؟

الحل/

قبل التوصيل :

$Q_1=C_1\,.\,\Delta V_1=4\times 200=800\mu C$

$Q_2=0$ (غير مشحونة)

بعد التوصيل :

$Q_T=Q_1+Q_2=800+0=800\mu C$

$$C_{eq}=\frac{Q_T}{\Delta V_T}=\frac{800}{80}=10\mu F$$

$C_{eq}=C_1+C_2 \Rightarrow 10=4+C_2 \Rightarrow C_2=10-4=6\mu F$

∵ الربط توازي لذلك $\Delta V_T = \Delta V_1 = \Delta V_2 = 80V$

$Q_1 = C_1 . \Delta V_1 = 4 \times 80 = 320\mu C$, $Q_2 = C_2 . \Delta V_2 = 6 \times 80 = 480\mu C$

مثال112/ متسعتان سعة الاولى (3μF) وفرق جهدها (60V) والثانية سعتها (5μF) وفرق جهدها (28V) ربطتا على التوازي فما فرق جهد وشحنة كل متسعة بعد التوصيل.

الحل/

قبل التوصيل :

$Q_1 = C_1 . \Delta V_1 = 3 \times 60 = 180\mu C$, $Q_2 = C_2 . \Delta V_2 = 5 \times 28 = 140\mu C$

بعد التوصيل :

$Q_T = Q_1 + Q_2 = 180 + 140 = 320\mu C$

$C_{eq} = C_1 + C_2 = 3 + 5 = 8\mu F$

$$\Delta V_T = \frac{Q_T}{C_{eq}} = \frac{320}{8} = 40V$$

∵ الربط توازي لذلك $\Delta V_T = \Delta V_1 = \Delta V_2 = 40V$

$Q_1 = C_1 . \Delta V_1 = 3 \times 40 = 120\mu C$, $Q_2 = C_2 . \Delta V_2 = 5 \times 40 = 200\mu C$

مثال113/ متسعة مشحونة سعتها 100μF وفرق جهدها 50V وصلت على التوازي مع متسعة أخرى غير مشحونة فأصبح فرق جهد المجموعة بعد التوصيل 20V . ما سعة المتسعة الثانية وما شحنة كل منهما بعد التوصيل؟

الحل/

قبل التوصيل:

$Q_1 = C_1 . \Delta V_1 = 100 \times 50 = 5000\mu C$

$Q_2 = 0$ (لانها غير مشحونة)

بعد التوصيل:

$Q_T = Q_1 + Q_2 = 5000 + 0 = 5000\mu C$

$$C_{eq} = \frac{Q_T}{\Delta V_T} = \frac{5000}{20} = 250\mu C$$

$C_{eq} = C_1 + C_2 \Rightarrow 250 = 100 + C_2 \Rightarrow C_2 = 250 - 100 = 150\mu F$

∵ الربط توازي لذلك $\Delta V_T = \Delta V_1 = \Delta V_2 = 20V$

$Q_1 = C_1 . \Delta V_1 = 100 \times 20 = 2000\mu C$, $Q_2 = C_2 . \Delta V_2 = 150 \times 20 = 3000\mu C$

مثال114/ متسعة سعتها 2μF وفرق جهدها 30V وأخرى سعتها 3μF وفرق جهدها 40V وصلتا على التوازي مع بعضهما فما فرق جهد وشحنة كل منهما بعد التوصيل .

الحل/

قبل التوصيل:

$Q_1 = C_1 . \Delta V_1 = 2 \times 30 = 60\mu C$, $Q_2 = C_2 . \Delta V_2 = 3 \times 40 = 120\mu C$

بعد التوصيل:

$Q_T = Q_1 + Q_2 = 60 + 120 = 180\mu C$

$C_{eq} = C_1 + C_2 = 2 + 3 = 5\mu F$

$$\Delta V_T = \frac{Q_T}{C_{eq}} = \frac{180}{5} = 36V$$

$Q_1 = C_1 . \Delta V_1 = 2 \times 36 = 72\mu C$, $Q_2 = C_2 . \Delta V_2 = 3 \times 36 = 108\mu C$

مثال115/ متسعة سعتها 1μF مشحونة بشحنة مقدارها 400μF وصلت على التوازي مع متسعة اخرى غير مشحونة سعتها 4μF احسب :
1- مقدار الشحنة المختزنة في أي من صفيحتي كل متسعة بعد التوصيل.
2- الطاقة المختزنة في المجال الكهربائي بين صفيحتي كل متسعة.

الحل/

1- $Q_T = Q_1 + Q_2 = 400 + 0 = 400\mu C$

$C_{eq} = C_1 + C_2 = 1 + 4 = 5\mu F$

$$\Delta V_T = \frac{Q_T}{C_{eq}} = \frac{400}{5} = 80V$$

∵ الربط توازي لذلك $\Delta V_T = \Delta V_1 = \Delta V_2 = 80V$

$Q_1 = C_1 . \Delta V_1 = 1 \times 80 = 80\mu C$, $Q_2 = C_2 . \Delta V_2 = 4 \times 80 = 320\mu C$

2- $$PE_1 = \frac{1}{2}\Delta V_1 . Q_1 = \frac{1}{2} \times 80 \times 80 \times 10^{-6} = 32 \times 10^{-4} J$$

$$PE_1 = \frac{1}{2}\Delta V_2 . Q_2 = \frac{1}{2} \times 80 \times 320 \times 10^{-6} = 128 \times 10^{-4} J$$

مثال116/ متسعة سعتها 2μF وشحنتها 800μC احسب مقدار الطاقة المختزنة فيها . واذا وصلت على التوازي مع متسعة اخرى غير مشحونة سعتها 6μF احسب فرق جهد وشحنة كل متسعة ومقدار النقص في الطاقة المختزنة.

الحل/

قبل التوصيل:

$$PE_1 = \frac{1}{2}\frac{Q_1^2}{C_1} = \frac{(800 \times 10^{-6})^2}{2 \times 2 \times 10^{-6}} = \frac{640000 \times 10^{-12}}{4 \times 10^{-6}} = 16 \times 10^{-2} J$$

بعد التوصيل:

$Q_T = Q_1 + Q_2 = 800 + 0 = 800\mu C$

$C_{eq} = C_1 + C_2 = 2 + 6 = 8\mu F$

$$\Delta V_T = \frac{Q_T}{C_{eq}} = \frac{800}{8} = 100V$$

∵ الربط توازي لذلك $\Delta V_T = \Delta V_1 = \Delta V_2 = 100V$

$Q_1 = C_1 . \Delta V_1 = 2 \times 100 = 200\mu C$, $Q_2 = C_2 . \Delta V_2 = 6 \times 100 = 600\mu C$

$$PE_T = \frac{1}{2}\Delta V_T . Q_T = \frac{1}{2} \times 100 \times 800 \times 10^{-6} = 4 \times 10^{-2} J$$

$\Delta PE = PE_T - PE_1 = 4 \times 10^{-2} - 16 \times 10^{-2} = -12 \times 10^{-2} \mu F$

مثال117/ متسعتان ($C_1=2\mu F$, $C_2=8\mu F$) وكانت الاولى مشحونة والثانية غير مشحونة ربطتا على التوازي مع بعضهما فكان فرق الجهد على طرفي المجموعة (20V) . جد مقدار شحنة وفرق جهد المتسعة الاولى قبل ان توصل مع المتسعة الثانية.

الحل/

بعد التوصيل:

$C_{eq} = C_1 + C_2 = 2 + 8 = 10\mu F$

$Q_T = C_{eq} . \Delta V_T = 10 \times 20 = 200\mu C$

قبل التوصيل:

$Q_T = Q_1 + Q_2 \Rightarrow 200 = Q_1 + 0 \Rightarrow Q_1 = 200\mu C$

$$\Delta V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{200}{2} = 100V$$

مثال118/ ربطت المتسعتان $(C_1=3\mu F, C_2=6\mu F)$ على التوالي ثم ربطت مجموعتهما على التوازي مع متسعة ثالثة مشحونة مقدار سعتها $4\mu F$ ومقدار شحنتها $180\mu C$ احسب الشحنة المختزنة في أي من صفيحتي كل متسعة بعد التوصيل.

الحل/

$$Q_T = Q_3 + Q_{1,2} = 180 + 0 = 180\mu C$$

$$C_{1,2} = \frac{C_1 . C_2}{C_1 + C_2} = \frac{3\times 6}{3+6} = \frac{18}{9} = 2\mu F$$

$$C_{eq} = C_{1,2} + C_3 = 2 + 4 = 6\mu F$$

$$\Delta V = \frac{Q_T}{C_{eq}} = \frac{180}{6} = 30V$$

$$Q_{1,2} = C_{1,2} . \Delta V = 2\times 30 = 60\mu C = Q_1 = Q_2 \quad , \quad Q_3 = C_3 . \Delta V = 4\times 30 = 120\mu C$$

مشحونة وغير مشحونة بوجود عازل:

مثال119/ متسعة سعتها $2\mu F$ وفرق الجهد بين صفيحتيها $100V$ وصلت على التوازي مع متسعة سعتها $2\mu F$ غير مشحونة . احسب لكل متسعة الشحنة المختزنة على أي من صفيحتيها ؟ واذا وضع عازل بين صفيحتي المتسعة الثانية بدلا من الهواء ثابت عزله 3 فكم ستصبح الشحنة المختزنة على أي من صفيحتي كل متسعة؟

الحل/

قبل العازل وقبل التوصيل:

$Q_1 = C_1 . \Delta V_1 = 2 \times 100 = 200\mu C$

$Q_2 = 0$ (غير مشحونة)

بعد التوصيل وقبل العازل :

$Q_T = Q_1 + Q_2 = 200 + 0 = 200\mu C$

$C_{eq} = C_1 + C_2 = 2 + 2 = 4\mu F$

$$\Delta V_T = \frac{Q_T}{C_{eq}} = \frac{200}{4} = 50V$$

∵ الربط توازي لذلك $\Delta V_T = \Delta V_1 = \Delta V_2 = 50V$

$Q_1 = C_1 . \Delta V = 2 \times 50 = 100\mu C \quad , \quad Q_2 = C_2 . \Delta V_2 = 2 \times 50 = 100\mu C$

بعد التوصيل وبعد العازل

$C_{2k} = k\, C_2 = 3 \times 2 = 6\mu F$

$C_{eqk} = C_1 + C_{2k} = 2 + 6 = 8\mu F$

∵ المجموعة منفصلة عن المصدر الشاحن لذلك $Q_{Tk} = Q_T = 200\mu C$

$$\Delta V_{Tk} = \frac{Q_{Tk}}{C_{eqk}} = \frac{200}{8} = 25V$$

∵ الربط توازي لذلك $\Delta V_{Tk} = \Delta V_1 = \Delta V_{2k} = 25V$

$Q_1 = C_1 . \Delta V_1 = 2 \times 25 = 50\mu C \quad , \quad Q_{Tk} = C_{2k} . \Delta V_{2k} = 6 \times 25 = 150\mu C$

مثال120/ متسعة سعتها 8μF وفرق الجهد بين صفيحتيها 30V وصلت على التوازي مع متسعة اخرى سعتها 4μF غير مشحونة . احسب فرق جهد كل متسعة بعد التوصيل ، واذا ادخل لوح من مادة عازلة كهربائيا ثابت عزله (k) بين صفيحتي المتسعة الثانية هبط فرق جهد المجموعة الى 12V احسب ثابت العزل الكهربائي (k) والشحنة المختزنة على أي من صفيحتي كل متسعة.

الحل/

قبل التوصيل وقبل العازل:

$Q_1 = C_1 \cdot \Delta V_1 = 8 \times 30 = 240\mu C$, $Q_2 = 0$ (غير مشحونة)

$Q_T = Q_1 + Q_2 = 240 + 0 = 240\mu C$

$C_{eq} = C_1 + C_2 = 8 + 4 = 12\mu F$

$$\Delta V_T = \frac{Q_T}{C_{eq}} = \frac{240}{12} = 20V$$

∵ الربط توازي لذلك $\Delta V_T = \Delta V_1 = \Delta V_2 = 20V$

$Q_1 = C_1 \cdot \Delta V_1 = 8 \times 20 = 160\mu C$, $Q_2 = C_2 \cdot \Delta V_2 = 4 \times 20 = 80\mu C$

بعد التوصيل وبعد العازل:

∵ المجموعة مفصولة عن المصدر الشاحن لذلك $Q_{Tk} = Q_T = 240\mu C$

$$C_{eqk} = \frac{Q_{Tk}}{\Delta V_{Tk}} = \frac{240}{12} = 20\mu F$$

$C_{eqk} = C_1 + C_{2k} \Rightarrow 20 = 8 + C_{2k} \Rightarrow C_{2k} = 20 - 8 = 12\mu F$

$C_{2k} = kC_2 \Rightarrow 12 = k \times 4 \Rightarrow k = 3$

∵ الربط توازي لذلك $\Delta V_{Tk} = \Delta V_1 = \Delta V_{2k} = 12V$

$Q_1 = C_1 \times \Delta V_1 = 8 \times 12 = 96\mu C$, $Q_{2k} = C_{2k} \times \Delta V_{2k} = 12 \times 12 = 144\mu C$

مثال121/ متسعة سعتها 2μF مشحونة لفرق جهد 50V وصلت على التوازي مع متسعة اخرى سعتها 8μF غير مشحونة ما مقدار فرق جهد وشحنة كل متسعة بعد التوصيل . واذا وضع بين صفيحتي المتسعة الاولى مادة عازلة ثابت عزلها 6 فما فرق الجهد والشحنة لكل متسعة.

الحل/

قبل التوصيل وقبل العازل:

$Q_1 = C_1 \cdot \Delta V_1 = 2 \times 50 = 100\mu C$

$Q_2 = 0$ (غير مشحونة)

بعد التوصيل وقبل العازل:

$Q_T = Q_1 + Q_2 = 100 + 0 = 100\mu C$

$C_{eq} = C_1 + C_2 = 2 + 8 = 10\mu F$

$$\Delta V_T = \frac{Q_T}{C_{eq}} = \frac{100}{10} = 10V$$

∵ الربط توازي لذلك $\Delta V_T = \Delta V_1 = \Delta V_2 = 10V$

$Q_1 = C_1 \cdot \Delta V_1 = 2 \times 10 = 20\mu C$, $Q_2 = C_2 \times \Delta V_2 = 8 \times 10 = 80\mu C$

بعد التوصيل وقبل العازل:

$C_{1k} = kC_1 = 6 \times 2 = 12\mu F$

$C_{eqk} = C_{1k} + C_2 = 12 + 8 = 20\mu F$

∵ المجموعة مفصولة عن المصدر الشاحن لذلك $Q_{Tk} = Q_T = 100\mu C$

$$\Delta V_{Tk} = \frac{Q_{Tk}}{C_{eqk}} = \frac{100}{20} = 5V$$

∵ الربط توازي لذلك $\Delta V_{Tk} = \Delta V_{1k} = \Delta V_2 = 5V$

$Q_{1k} = C_{1k} \cdot \Delta V_{1k} = 12 \times 5 = 60\mu C$, $Q_2 = C_2 \cdot \Delta V_2 = 8 \times 5 = 40\mu C$

مثال122/ متسعة سعتها $2\mu F$ وفرق جهدها $30V$ وصلت على التوازي مع متسعة سعتها $3\mu F$ غير مشحونة.
(1) احسب فرق جهد وشحنة كل متسعة بعد التوصيل.
(2) اذا ادخل لوح من مادة عازلة ثابت عزله 6 بين صفيحتي المتسعة الثانية بدل الهواء فما مقدار فرق جهد وشحنة كل متسعة بعد العازل.

الحل/

(1) قبل التوصيل:

$Q_1 = C_1 \cdot \Delta V_1 = 2 \times 30 = 60\mu C$
$Q_2 = 0$

بعد التوصيل:

$Q_T = Q_1 + Q_2 = 60 + 0 = 60\mu C$
$C_{eq} = C_1 + C_2 = 2 + 3 = 5\mu F$

$$\Delta V_T = \frac{Q_T}{C_{eq}} = \frac{60}{5} = 12\mu F$$

∵ الربط توازي لذلك $\Delta V_T = \Delta V_1 = \Delta V_2 = 12V$

$Q_1 = C_1 \cdot \Delta V_1 = 2 \times 12 = 24\mu C$, $Q_2 = 3 \times 12 = 36\mu C$

(2) بعد العازل:

$C_{2k} = kC_2 = 6 \times 3 = 18\mu F$
$C_{eqk} = C_1 + C_{2k} = 2 + 18 = 20\mu F$

∵ المجموعة مفصولة عن البطارية لذلك $Q_{Tk} = Q_T = 60\mu C$

$$\Delta V_{Tk} = \frac{Q_{Tk}}{C_{eqk}} = \frac{60}{20} = 3V$$

∵ الربط توازي لذلك $\Delta V_{Tk} = \Delta V_1 = \Delta V_{2k} = 3V$

$Q_1 = C_1 \cdot \Delta V_1 = 2 \times 3 = 6\mu C$, $Q_{2k} = C_{2k} \cdot \Delta V_{2k} = 18 \times 3 = 54\mu C$

مثال123/ متسعة غير مشحونة سعتها $2\mu F$ وضعت مادة عازلها بين صفيحتيها بدل الهواء وربطت على التوازي مع متسعة أخرى شحنتها $180\mu C$ وسعتها $3\mu F$ فأصبح فرق الجهد على المجموعة $12V$ فما شحنة كل متسعة بعد التوصيل ؟ وما ثابت عزل الأولى ؟

الحل/

بعد التوصيل وبعد العازل:

$Q_{Tk} = Q_{1k} + Q_2 = 0 + 180 = 180\mu C$

$$C_{eqk} = \frac{Q_{Tk}}{\Delta V_{Tk}} = \frac{180}{12} = 15\mu F$$

$C_{eqk} = C_{1k} + C_2 \Rightarrow 15 = C_{1k} + 3 \Rightarrow C_{1k} = 15 - 3 = 12\mu F$

∵ الربط توازي لذلك $\Delta V_{Tk} = \Delta V_{1k} = \Delta V_2 = 12V$

$Q_{1k} = C_{1k} \cdot \Delta V_{1k} = 12 \times 12 = 144\mu C$, $Q_2 = C_2 \cdot \Delta V_2 = 3 \times 12 = 36\mu C$

$$k = \frac{C_{1k}}{C_1} = \frac{12}{2} = 6$$

مثال124/ متسعة سعتها 12μF مشحونة لفرق جهد مقداره 60V وصلت على التوازي بمتسعة أخرى سعتها 8μF غير مشحونة احسب :

1- شحنة كل متسعة وفرق جهدها بعد الربط .
2- لو وضع عازل ثابت عزله (2) بين صفيحتي المتسعة الثانية بدلا من الهواء فكم يصبح فرق جهد المجموعة
3- مقدار الطاقة المختزنة في كل متسعة بعد وضع العازل .
4- الطاقة الكلية المختزنة قبل وبعد وضع العازل .

الحل/

1-

قبل التوصيل:

$Q_1 = C_1 \,.\, \Delta V_1 = 12 \times 60 = 720\mu C$, $Q_2 = 0$ (غير مشحونة)

بعد التوصيل:

$Q_T = Q_1 + Q_2 = 720 + 0 = 720\mu C$

$C_{eq} = C_1 + C_2 = 12 + 8 = 20\mu F$

$$\Delta V_T = \frac{Q_T}{C_{eq}} = \frac{720}{20} = 36V$$

∵ الربط توازي لذلك $\Delta V_T = \Delta V_1 = \Delta V_2 = 36V$

$Q_1 = C_1 \,.\, \Delta V_1 = 12 \times 36 = 432\mu C$, $Q_2 = C_2 \,.\, \Delta V_2 = 8 \times 36 = 288\mu C$

2- $C_{2k} = k\, C_2 = 2 \times 8 = 16\mu F$

$C_{eqk} = C_1 + C_{2k} = 12 + 16 = 28\mu F$

∵ المجموعة مفصولة عن المصدر الشاحن لذلك $Q_{Tk} = Q_T = 720\mu C$

$$\Delta V_{Tk} = \frac{Q_{Tk}}{C_{eqk}} = \frac{720}{28} = 25.7V$$

3- $PE_1 = \frac{1}{2} C_1 .(\Delta V_1)^2 = \frac{1}{2} \times 12 \times 10^{-6} \times (25.7)^2 = 3960.94 \times 10^{-6} J$

$PE_{2k} = \frac{1}{2} C_{2k} .(\Delta V_2)^2 = \frac{1}{2} \times 16 \times 10^{-6} \times (25.7)^2 = 5283.92 \times 10^{-6} J$

4- $PE_T = \frac{1}{2} \Delta V_T . Q_T = \frac{1}{2} \times 36 \times 720 \times 10^{-6} = 1296 \times 10^{-5} J$

$PE_{Tk} = PE_1 + PE_{2k} = 3960.94 \times 10^{-6} + 5283.92 \times 10^{-6} = 9244.86 \times 10^{-6} J$

مثال125/ متسعة سعتها 4μF وفرق جهدها 200V وصلت على التوازي مع متسعة اخرى غير مشحونة سعتها 6μF جد فرق جهد وشحنة كل متسعة بعد التوصيل ، وعند وضع مادة عازلة بين صفيحتي المتسعة الثانية بدل الفراغ او الهواء اصبحت شحنتها 600μC جد ثابت العزل؟

الحل/

قبل التوصيل وقبل العازل:

$Q_1 = C_1 \times \Delta V_1 = 4 \times 200 = 800\mu F$, $Q_2 = 0$ (غير مشحونة)

بعد التوصيل وقبل العازل:

$Q_T = Q_1 + Q_2 = 800 + 0 = 800\mu F$

$C_{eq} = C_1 + C_2 = 4 + 6 = 10\mu F$

$$\Delta V_T = \frac{Q_T}{C_{eq}} = \frac{800}{10} = 80V = \Delta V_1 = \Delta V_2$$

$Q_1 = C_1 . \Delta V_1 = 4 \times 80 = 320\mu C$, $Q_2 = C_2 . \Delta V_2 = 6 \times 80 = 480\mu C$

بعد العازل :

∵ المجموعة مفصولة عن المصدر الشاحن لذلك $Q_{Tk} = Q_T = 800\mu C$

$Q_{Tk} = Q_1 + Q_{2k} \Rightarrow 800 = Q_1 + 600 \Rightarrow Q_1 = 200\mu C$

$$\Delta V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{200}{4} = 50V = \Delta V_{2K}$$

$$C_{2K} = \frac{Q_{2K}}{\Delta V_{2K}} = \frac{600}{50} = 12\mu F \quad , \quad k = \frac{C_{2k}}{C_2} = \frac{12}{6} = 2$$

مثال126/ متسعة سعتها $4\mu F$ وفرق جهدها $200V$ ربطت على التوازي مع متسعة أخرى غير مشحونة سعتها $6\mu F$ جد شحنة وفرق جهد كل متسعة بعد الربط . وعند وضع مادة عازلة بين صفيحتي المتسعة الثانية بدل الهواء وجد ان شحنتها أصبحت $600\mu C$. ما مقدار ثابت عزل المادة المستعملة .

الحل/

$Q_1 = C_1\Delta V_1 = 4\times200 = 800\mu C$

بما ان المتسعة الثانية غير مشحونة لذلك $(Q_2=0)$

$\therefore Q_{total} = Q_1+Q_2 = 800 + 0 = 800\mu C$

$$C_{eq} = C_1 + C_2 = 4 + 6 = 10\mu F \quad , \quad \Delta V_{total} = \frac{Q_{total}}{C_{eq}} = \frac{800}{10} = 80V = \Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V$$

$\therefore Q_1 = C_1\Delta V = 4\times80 = 320\mu C \quad , \quad Q_2 = C_2\Delta V = 6\times80 = 480\mu F$

بعد إدخال المادة العازلة

$Q_{total} = Q_1 + Q_2 \Rightarrow 800 = Q_1 + 600 \Rightarrow Q_1 = 200\mu C$

$$\therefore \Delta V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{200}{4} = 50V = \Delta V_2 = \Delta V$$

$$C_{2k} = \frac{Q_2}{\Delta V_2} = \frac{600}{50} = 12\mu F$$

$$K = \frac{C_{2k}}{C_2} = \frac{12}{6} = 2$$

مثال127/ متسعتان سعة كل منهما $2\mu F$ الأولى مشحونة فرق جهدها $60V$ والثانية غير مشحونة وضع بين صفيحتي الثانية بدل الهواء عازل ثابت عزله (4) ثم وصلت على التوازي مع الأولى ، ما فرق جهد المجموعة وشحنة كل متسعة ؟

الحل/

$Q_1 = C_1\Delta V_1 = 2\times60 = 120\mu C \quad , \quad C_{2k} = KC_2 = 4\times2 = 8\mu F$

بعد ربط المتسعتين مع بعض على التوازي فان

$Q_{total} = Q_1 = 120\mu C \quad , \quad C_{eq} = C_1 + C_{2k} = 2 + 8 = 10\mu F$

$$\Delta V_{total} = \frac{Q_{total}}{C_{eq}} = \frac{120}{10} = 12V$$

$Q_1 = C_1\Delta V = 2\times12 = 24\mu C \quad , \quad Q_2 = C_2\times\Delta V = 8\times12 = 96\mu C$

مثال128/ متسعة مشحونة العازل بين صفيحتيها الهواء سعتها 6μF وفرق جهدها 100V وضع عازل بين صفيحتيها ثابت عزله (2) ثم وصلت على التوازي مع متسعة أخرى سعتها 8μF جد فرق جهد المجموعة وشحنة كل متسعة ؟

الحل/

قبل الربط وإدخال العازل :

$Q_1=C_1\times\Delta V=6\times100=600\mu C$

بعد الربط ووضع العازل :

$Q_1=Q_{total}=600\mu F \quad , \quad C_{K1}=KC_1=2\times6=12\mu F$

$C_{eq}=C_{K1}+C_2=12+8=20\mu F$

$$\Delta V_{total}=\frac{Q_{total}}{C_{eq}}=\frac{600}{20}=30V$$

بما ان الربط توازي لذلك

$\Delta V_1=\Delta V_2=\Delta V_{total}=30V$

$Q_1=C_{K1}\times\Delta V=12\times30=360\mu C \quad , \quad Q_2=C_2\times\Delta V=8\times30=240\mu C$

مثال129/ متسعة سعتها 2μF وفرق جهدها 200V وصلت على التوازي مع متسعة اخرى سعتها 4μF وفرق جهدها 50V ما مقدار:

1- فرق جهد وشحنة كل متسعة بعد التوصيل.

2- اذا ادخل لوح من مادة عازلة ثابت عزلها k بين صفيحتي المتسعة الاولى انخفض فرق جهد المجموعة بمقدار 40V ما مقدار الشحنة المختزنة على أي من صفيحتي كل متسعة بعد ادخال العازل.

الحل/

قبل التوصيل:

1- $Q_1=C_1\cdot\Delta V_1=2\times200=400\mu C \quad , \quad Q_2=C_2\cdot\Delta V_2=4\times50=200\mu C$

بعد التوصيل:

$Q_T=Q_1+Q_2=400+200=600\mu C$

$C_{eq}=C_1+C_2=2+4=6\mu F$

$$\Delta V_T=\frac{Q_T}{C_{eq}}=\frac{600}{6}=100V$$

∵ الربط توازي لذلك $\Delta V_T=\Delta V_1=\Delta V_2=100V$

$Q_1=C_1\cdot\Delta V_1=2\times100=200\mu C \quad , \quad Q_2=C_2\cdot\Delta V_2=4\times100=400\mu C$

2-

بعد التوصيل وبعد العازل:

$\Delta V_{Tk}=\Delta V_T-40=100-40=60V$

∵ المجموعة منفصلة عن المصدر الشاحن لذلك $Q_{Tk}=Q_T=600\mu C$

$$C_{eqk}=\frac{Q_{Tk}}{\Delta V_{Tk}}=\frac{600}{60}=10\mu F$$

$C_{eqk}=C_{1k}+C_2 \Rightarrow 10=C_{1k}+4 \Rightarrow C_{1k}=10-4=6\mu F$

$$C_{1k}=k\,C_1 \Rightarrow 6=k\times2 \Rightarrow k=\frac{6}{2}=3$$

مثال130/ متسعة سعتها (15µF) مشحونة بفرق جهد (300V) ربطت على التوازي مع متسعة أخرى غير مشحونة فأصبح فرق الجهد على طرفي المجموعة (100V) احسب :
1- سعة المتسعة الثانية .
2- شحنة كل متسعة بعد الربط .
3- إذا وضع بين صفيحتي المتسعة الأولى مادة عازلة أصبح فرق جهد المجموعة (75V) جد ثابت عزل تلك المادة؟

الحل/

1-

قبل الربط:

$Q_1 = C_1 \cdot \Delta V_1 = 15 \times 300 = 4500\mu C$, $Q_2 = 0$ (غير مشحونة)

بعد الربط:

$Q_T = Q_1 + Q_2 = 4500 + 0 = 4500\mu C$

$$C_{eq} = \frac{Q_T}{\Delta V_T} = \frac{4500}{100} = 45\mu F$$

$C_{eq} = C_1 + C_2 \Rightarrow 45 = 15 + C_2 \Rightarrow C_2 = 45 - 15 = 30\mu F$

2- $Q_1 = C_1 \times \Delta V_1 = 15 \times 100 = 1500\mu C$, $Q_2 = C_2 \times \Delta V_2 = 30 \times 100 = 3000\mu F$

3-

∵ المجموعة مفصولة عن المصدر الشاحن لذلك $Q_{Tk} = Q_T = 4500\mu C$

$$C_{eqk} = \frac{Q_{Tk}}{\Delta V_{Tk}} = \frac{4500}{75} = 60\mu F$$

$C_{eqk} = C_{1k} + C_2 \Rightarrow 60 = C_{1k} + 30 \Rightarrow C_{1k} = 60 - 30 = 30\mu F$

$$k = \frac{C_{1k}}{C_1} = \frac{30}{15} = 2$$

مثال131/ متسعة مشحونة سعتها 2µF العازل بين صفيحتيها الهواء وضعت مادة عازلة بين صفيحتيها ثابت عزلها 2.5 ثم ربطت على التوازي مع متسعة أخرى غير مشحونة سعتها 3µF فكانت الشحنة على المتسعة الثانية بعد الربط 45µC . احسب شحنة وفرق جهد الأولى قبل الربط .

الحل/

بعد الربط وإدخال العازل :

$C_K = K\,C = 2.5 \times 2 = 5\mu F$

$$\Delta V_2 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{45}{3} = 15V$$

بما ان الربط توازي لذلك

$\Delta V_2 = \Delta V_1 = \Delta V$

$\therefore Q_1 = C_{K1} \times \Delta V = 5 \times 15 = 75\mu C$

$Q_{total} = Q_1 + Q_2 = 75 + 45 = 120\mu C$

قبل الربط ووضع العازل فان المتسعة الثانية غير مشحونة لذلك فان

$Q_1 = Q_{total} = 120\mu C$, $\Delta V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{120}{2} = 60\mu C$

مثال132/ متسعة سعتها (3μF) وشحنتها (180μC) غير متصلة بالمصدر وضعت مادة عازلة بين صفيحتيها بدل الهواء فظهر فرق جهد على طرفيها (30V) فما :
1- ثابت العزل.
2- اذا وصلت هذه المتسعة بعد وضع العازل على التوازي مع متسعة اخرى سعتها (4μF) وشحنتها (60μC) فما فرق جهد وشحنة كل متسعة بعد التوصيل.

الحل/

$$1-\quad \Delta V=\frac{Q}{C}=\frac{180}{3}=60V \quad , \quad k=\frac{\Delta V}{\Delta V_k}=\frac{60}{30}=2$$

$2-\quad Q_{Tk}=Q_{1k}+Q_2=180+60=240\mu C$

$C_{1k}=k\,C_1=2\times 3=6\mu F$

$C_{eqk}=C_{1k}+C_2=6+4=10\mu F$

$$\Delta V_{Tk}=\frac{Q_{Tk}}{C_{eqk}}=\frac{240}{10}=24V$$

∵ الربط توازي لذلك $\Delta V_{Tk}=\Delta V_{1k}=\Delta V_2=24V$

$Q_{1k}=C_{1k}\,.\,\Delta V_{1k}=6\times 24=144\mu C \quad , \quad Q_2=C_2\,.\Delta V_2=4\times 24=96\mu C$

مثال133/ متسعة سعتها 2μF العازل بين صفيحتيها الهواء وضعت بين صفيحتيها مادة عازلة ثم وصلت على التوازي مع متسعة أخرى سعتها 6μF ووصلت المجموعة مع بطارية فكانت الشحنة على المتسعة الأولى 320μC والثانية 240μC فما مقدار ثابت عزل المادة ؟

الحل/

بعد العازل:

$$\Delta V_2=\frac{Q_2}{C_2}=\frac{240}{6}=40V$$

∵ الربط توازي لذلك $\Delta V_{1k}=\Delta V_2=40V$

$$C_{1k}=\frac{Q_{1k}}{\Delta V_{1k}}=\frac{320}{40}=8\mu F$$

$$k=\frac{C_{1k}}{C_1}=\frac{8}{2}=4$$

الربط المختلط:

مثال134/ متسعتان $(C_1=6\mu F\ ,\ C_2=12\mu F)$ موصلتان على التوالي وصلت مجموعتهما على التوازي مع متسعة ثالثة سعتها 16μF ثم وصلت المجموعة الكلية إلى بطارية فرق جهدها 20V احسب :
1- الشحنة المختزنة في أي من صفيحتي كل متسعة.
2- الطاقة المختزنة في المجال الكهربائي بين صفيحتي المتسعة الثالثة.

الحل/

$$1-\ \frac{1}{C_{12}}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}=\frac{1}{6}+\frac{1}{12}=\frac{2+1}{12}=\frac{3}{12}=\frac{1}{4} \quad \Rightarrow \quad C_{12}=4\mu F$$

$C_{eq}=C_{12}+C_3=4+16=20\mu F$

$\Delta V_T=\Delta V_3=\Delta V_{12}=20V$ (توازي)

$Q_3=C_3\,.\,\Delta V_3=16\times 20=320\mu C \quad , \quad Q_{12}=C_{12}\,.\,\Delta V_{12}=4\times 20=80\mu C=Q_1=Q_2$

2- $PE_3 = \frac{1}{2}\Delta V_3.Q_3 = \frac{1}{2} \times 20 \times 320 \times 10^{-6} = 32 \times 10^{-4}\,J$

مثال135 / ربطت المتسعتان $(C_1=3\mu F, C_2=6\mu F)$ على التوالي مع بعضهما ومع المتسعة $(C_3=2\mu F)$ على التوازي ثم ربطت المجموعة إلى بطارية فرق جهدها 12V اوجد :
1- السعة المكافئة للمجموعة 2- شحنة وفرق جهد كل متسعة

الحل/

1- $\frac{1}{C_{12}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2+1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow C_{12}=2\mu F$

$C_{eq} = C_{12} + C_3 = 2 + 2 = 4\mu F$

$\Delta V_T = \Delta V_3 = \Delta V_{12} = 12V$ (توازي)

$Q_3 = C_3 . \Delta V_3 = 2 \times 12 = 24\mu C$, $Q_{12} = C_{12} . \Delta V_{12} = 2 \times 12 = 24\mu C = Q_1 = Q_2$

$\Delta V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{24}{3} = 8V$, $\Delta V_2 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{24}{6} = 4V$

مثال136 / ربطت المتسعتان $(C_1=3\mu F, C_2=6\mu F)$ على التوالي مع بعضهما ومع المتسعة $(C_3=4\mu F)$ على التوازي ثم شحنت المجموعة بشحنة كلية مقدارها 270μC فما مقدار شحنة وفرق جهد كل متسعة ؟ وما المجال الكهربائي بين صفيحتي المتسعة الاولى اذا كانت المسافة بينهما (0.2cm).

الحل/

$\frac{1}{C_{12}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2+1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow C_{12}=2\mu F$

$C_{eq} = C_{12} + C_3 = 2 + 4 = 6\mu F$

$\Delta V_T = \frac{Q_T}{C_{eq}} = \frac{270}{6} = 45V$

$\Delta V_T = \Delta V_3 = \Delta V_{12} = 45V$ (توازي)

$Q_3 = C_3 . \Delta V_3 = 4 \times 45 = 180\mu C$, $Q_{12} = C_{12} . \Delta V_{12} = 2 \times 45 = 90\mu C$

$Q_{12} = Q_1 = Q_2 = 90\mu C$

$\Delta V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{90}{3} = 30V$, $\Delta V_2 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{90}{6} = 15V$

$E_1 = \frac{\Delta V_1}{d} = \frac{30}{0.2 \times 10^{-2}} = 15000\,V/m$

مثال137 / ربطت المتسعتان $(C_1=5\mu F , C_2=7\mu F)$ على التوازي ثم ربطت مجموعتهما على التوالي مع متسعة ثالثة $(C_3=4\mu F)$ ثم شحنت المجموعة النهائية بمصدر فرق الجهد بين قطبيه (60V) فما شحنة وفرق جهد كل متسعة؟ وما المجال الكهربائي بين صفيحتي المتسعة الثالثة اذا كان البعد بين صفيحتيها (0.5cm)؟

الحل/

$C_{12} = C_1 + C_2 = 5 + 7 = 12\mu F$

$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{12} + \frac{1}{4} = \frac{1+3}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \Rightarrow C_{eq}=3\mu F$

$Q_T = C_{eq} . \Delta V_T = 3 \times 60 = 180\mu C = Q_{12} = Q_3$

$\Delta V_{12} = \frac{Q_{12}}{C_{12}} = \frac{180}{12} = 15V = \Delta V_1 = \Delta V_2$, $\Delta V_3 = \frac{Q_3}{C_3} = \frac{180}{4} = 45V$

$Q_1 = C_1 . \Delta V_1 = 5 \times 15 = 75\mu C$, $Q_2 = C_2 . \Delta V_2 = 7 \times 15 = 105\mu C$

$$E_3 = \frac{\Delta V_3}{d} = \frac{45}{0.5\times10^{-2}} = 9000V/m$$

مثال138/ ربطت المتسعتان ($C_1=3\mu F$, $C_2=6\mu F$) على التوالي مع بعضهما ومع المتسعة ($C_3=4\mu F$) على التوازي ثم شحنت المجموعة الكلية حتى اصبح فرق الجهد بين صفيحتيها (45V) فما مقدار شحنة كل متسعة ؟ وما المجال الكهربائي بين صفيحتي المتسعة الاولى اذا كان البعد بينهما (0.2cm)؟

الحل/

$\Delta V_T = \Delta V_3 = \Delta V_{12} = 45V$

$$\frac{1}{C_{12}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2+1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow C_{12}=2\mu F$$

$Q_3 = C_3 . \Delta V_3 = 4 \times 45 = 180\mu C$, $Q_{12}=C_{12} . \Delta V_{12} = 2 \times 45 = 90\mu C = Q_1 = Q_2$

$$\Delta V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{90}{3} = 30V$$

$$E_1 = \frac{\Delta V_1}{d} = \frac{30}{0.2\times10^{-2}} = 15000V/m$$

مثال139/ ربطت المتسعتان ($C_1=3\mu F$, $C_2=6\mu F$) على التوالي مع بعضهما ثم وصلت المجموعة على التوازي مع متسعة ثالثة مشحونة ($C_3=2\mu F$) وشحنتها ($300\mu C$) فما شحنة وفرق جهد كل منهما بعد التوصيل؟

الحل/

$Q_1 = Q_2 = Q_{12} = 0$

$Q_T = Q_3 + Q_{12} = 300 + 0 = 300\mu C$

$$\frac{1}{C_{12}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2+1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow C_{12}=2\mu F$$

$C_{eq} = C_{12} + C_3 = 2 + 2 = 4\mu F$

$$\Delta V_T = \frac{Q_T}{C_{eq}} = \frac{300}{4} = 75V$$

$\Delta V_T = \Delta V_3 = \Delta V_{12} = 75V$

$Q_3 = C_3 . \Delta V_3 = 2 \times 75 = 150\mu C$, $Q_{12} = C_{12} . \Delta V_{12} = 2 \times 75 = 150\mu C = Q_1 = Q_2$

$$\Delta V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{150}{3} = 50V \quad , \quad \Delta V_2 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{150}{6} = 25V$$

مثال140/ ربطت المتسعتان ($C_1=2F,C_2=4\mu F$) على التوازي ثم ربطت المتسعة ($C_3=3\mu F$) على التوالي معهما وشحنت المجموعة من مصدر مستمر جعل الشحنة الكلية للمجموعة ($300\mu C$) احسب :

1- فرق جهد المصدر الشاحن . 2- شحنة كل متسعة . 3- فرق جهد كل متسعة .

الحل/

$C_{12} = C_1 + C_2 = 2 + 4 = 6\mu F$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1+2}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow C_{eq} = 2\mu F$$

$$\Delta V_T = \frac{Q_T}{C_{eq}} = \frac{300}{2} = 150V$$

$Q_T = Q_3 = Q_{12} = 300\mu C$

$$\Delta V_{12}=\frac{Q_{12}}{C_{12}}=\frac{300}{6}=50V$$

$\Delta V_{12}=\Delta V_1=\Delta V_2=50V$ (توازي) , $\Delta V_3=\frac{Q_3}{C_3}=\frac{300}{3}=100V$

$Q_1=C_1 . \Delta V_1=2\times 50=100\mu C$, $Q_2=C_2 . \Delta V_2=4\times 50=200\mu C$

مثال141/ متسعتان $(C_1=20\mu F\ ,\ C_2=30\mu F)$ مربوطتان مع بعضهما على التوالي ومجموعتهما ربطت على التوازي مع المتسعة $(C_3=18\mu F)$ ثم ربطت المجموعة بين قطبي بطارية فرق الجهد بين قطبيها 12V .
احسب مقدار:
1- السعة المكافئة للمجموعة. 2- الشحنة الكلية المختزنة في المجموعة.
3- الشحنة المختزنة في أي من صفيحتي كل متسعة.
4- المجال الكهربائي بين صفيحتي المتسعة الثانية اذا كان البعد بينهما 0.4cm .

الحل/

1- $\frac{1}{C_{12}}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}=\frac{1}{20}+\frac{1}{30}=\frac{3+2}{60}=\frac{5}{60}=\frac{1}{12} \Rightarrow C_{12}=12\mu F$

$C_{eq}=C_{12}+C_3=12+18=30\mu F$

2- $Q_T=C_{eq} . \Delta V_T=30\times 12=360\mu C$

3- $\Delta V_T=\Delta V_3=\Delta V_{12}=12V$

$Q_3=C_3 . \Delta V_3=18\times 12=216\mu C$, $Q_{12}=Q_T-Q_3=360-216=144\mu C$

$Q_{12}=Q_1=Q_2=144\mu C$

4- $\Delta V_2=\frac{Q_2}{C_2}=\frac{144}{30}=4.8V$, $E_2=\frac{\Delta V_2}{d}=\frac{4.8}{0.4\times 10^{-2}}=1200V/m$

مثال142/ ثلاث متسعات غير مشحونة سعتها $(C_1=3\mu F,C_2=6\mu F,C_3=18\mu F)$ ربطت الأولى والثانية على التوالي وربطت الثالثة معهما على التوازي وربطت المجموعة عبر قطبي مصدر فرق جهده 30V ما شحنة وفرق جهد كل متسعة ؟

الحل/

$C_{1,2}=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}=\frac{3\times 6}{3+6}=\frac{18}{9}=2\mu F$, $C_{eq}=C_{1,2}+C_3=2+18=20\mu F$

$Q_{total}=C_{eq}\,\Delta V=20\times 30=600\mu C$, $Q_3=C_3\Delta V=18\times 30=540\mu C$,

$Q_{1,2}=C_{1,2}\Delta V=2\times 30=60\mu C$

$\therefore\ Q_1=Q_2=60\mu C$

$\Delta V_1=\frac{Q_1}{C_1}=\frac{60}{3}=20V$, $\Delta V_2=\frac{Q_2}{C_2}=\frac{60}{6}=10V$

مثال143/ ثلاث متسعات غير مشحونة $(C_1=5\mu F,C_2=7\mu F,C_3=6\mu F)$ ربطت الأولى والثانية على التوازي وربطت الثالثة معهما على التوالي ووصلت المجموعة عبر قطبي مصدر يعطي فرق جهد 60V . ما شحنة وفرق جهد كل متسعة ؟

الحل/

$C_{1,2}=C_1+C_2=5+7=12\mu F$

$$\frac{1}{C_{eq}}=\frac{1}{C_{1,2}}+\frac{1}{C_3}=\frac{1}{12}+\frac{1}{6}=\frac{1+2}{12}=\frac{3}{12}=\frac{1}{4} \Rightarrow C_{eq}=4\mu F$$

$Q_{total}=C_{eq}\Delta V=4\times 60=240\mu C$

$\therefore\ Q_3=Q_{total}=240\mu C \quad , \quad Q_{1,2}=Q_{total}=240\mu C$

$\Delta V_{1,2}=\frac{Q_{1,2}}{C_{1,2}}=\frac{240}{12}=20V \quad , \quad \Delta V_1=\Delta V_2=20V$

$Q_1=C_1\Delta V_1=5\times20=100\mu C \quad , \quad Q_2=C_2\ \Delta V=7\times20=140V$

$\Delta V_3=\frac{Q_3}{C_3}=\frac{240}{6}=40V$

مثال144/ ربطت المتسعتان $(C_1=20\mu F\ ,\ C_2=4\mu F)$ على التوازي وربطت مجموعتهما على التوالي مع متسعة ثالثة $(C_3=12\mu F)$ ثم ربط الجميع الى بطارية فرق الجهد بين قطبيها 6V احسب لكل متسعة الشحنة المختزنة في أي من صفيحتيها وفرق الجهد بين صفيحتيها.

الحل/

$$C_{1,2}=C_1+C_2=20+4=24\mu F$$

$$C_{eq}=\frac{C_{1,2}C_3}{C_{1,2}+C_3}=\frac{24\times12}{24+12}=\frac{24\times12}{12(2+1)}=\frac{24}{3}=8\mu F$$

$$Q_T=C_{eq}.\Delta V_T=8\times6=48\mu C=Q_3=Q_{1,2}$$

$$\Delta V_{1,2}=\frac{Q_{1,2}}{C_{1,2}}=\frac{48}{24}=2V=\Delta V_1=\Delta V_2$$

$$\Delta V_3=\Delta V_T-\Delta V_{1,2}=6-2=4V$$

مثال145/ ثلاث متسعات $(C_1=12\mu F,C_2=6\mu F,C_3=16\mu F)$ ربطت الاولى والثانية على التوالي ثم ربطت الثالثة معهما على التوازي وربط الجميع الى بطارية فكانت الشحنة الكلية للمجموعة 300μC احسب:

1- السعة المكافئة للمجموعة.

2- الشحنة المختزنة في أي من صفيحتي كل متسعة.

3- الطاقة المختزنة في المجال الكهربائي بين صفيحتي المتسعة الثالثة.

الحل/

$$1-\quad C_{1,2}=\frac{C_1.C_2}{C_1+C_2}=\frac{12\times6}{12+6}=\frac{12\times6}{6(2+1)}=\frac{12}{4}=4\mu F$$

$$C_{eq}=C_{1,2}+C_3=4+16=20\mu F$$

$$2-\quad \Delta V_T=\frac{Q_T}{C_{eq}}=\frac{300}{20}=15V=\Delta V_{1,2}=\Delta V_3$$

$$Q_{1,2}=C_{1,2}.\Delta V_{1,2}=4\times15=60\mu C=Q_1=Q_2$$

$$Q_3=C_3.\Delta V_3=16\times15=240\mu C \quad ,$$

$$3-\ PE_3=\frac{1}{2}\Delta V_3.Q_3=\frac{1}{2}\times15\times240\times10^{-6}=1800\times10^{-6}=18\times10^{-4}J$$

مثال146/ ربطت المتسعتان $(C_1=5\mu F, C_2=7\mu F)$ على التوازي ثم ربطت معهما على التوالي متسعة ثالثة $(C_3=12\mu F)$ وربط الجميع الى بطارية فكان فرق الجهد بين صفيحتي المتسعة الثالثة 6V احسب:

1- السعة المكافئة للمجموعة.
2- الشحنة المختزنة في أي من صفيحتي كل متسعة.
3- المجال الكهربائي بين صفيحتي المتسعة الثالثة اذا كان البعد بين صفيحتيها 0.2cm .
3- الطاقة المختزنة في المجال الكهربائي بين صفيحتي المتسعة الثانية.

الحل/

$$1-\ C_{1,2}=C_1+C_2=5+7=12\mu F$$

$$C_{eq}=\frac{C_{1,2}.C_3}{C_{1,2}+C_3}=\frac{12\times12}{12+12}=\frac{12\times12}{12(1+1)}=6\mu F$$

$$2-\quad Q_T=C_{eq}.\Delta V_T=6\times6=36\mu C=Q_3=Q_{1,2}$$

$$\Delta V_{1,2}=\frac{Q_{1,2}}{C_{1,2}}=\frac{36}{12}=3V=\Delta V_1=\Delta V_2$$

$$Q_1=C_1.\Delta V_1=5\times3=15\mu C \quad , \quad Q_2=C_2.\Delta V_2=7\times3=21\mu C$$

$$3-\ \Delta V_3=\frac{Q_3}{C_3}=\frac{36}{12}=3V \quad , \quad E_3=\frac{\Delta V_3}{d}=\frac{3}{0.2\times10^{-2}}=\frac{3000}{2}=1500V/m$$

$$3-\quad PE_2=\frac{1}{2}\Delta V_2.Q_2=\frac{1}{2}\times3\times21\times10^{-6}=31.5\times10^{-6}J$$

الربط المختلط بوجود عازل :

مثال147/ متسعتان $(C_1=8\mu F, C_2 24\mu F)$ مربوطتان على التوالي ومجموعتهما وصلت على التوازي مع متسعة مشحونة سعتها $(C_3=4\mu F)$ وفرق جهدها 100V احسب :

1- فرق جهد المجموعة.
2- اذا ادخلت مادة عازلة بين صفيحتي المتسعة الثالثة اصبح فرق جهد المجموعة 25V فما ثابت عزل المادة العازلة؟

الحل/

قبل التوصيل:

1- $Q_1 = Q_2 = Q_{12} = 0$
$Q_3 = C_3 \times \Delta V_3 = 4 \times 100 = 400\mu C$

بعد التوصيل :

$Q_T = Q_3 + Q_{12} = 400 + 0 = 400\mu C$

$$\frac{1}{C_{12}}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}=\frac{1}{8}+\frac{1}{24}=\frac{3+1}{24}=\frac{4}{24}=\frac{1}{6} \quad \Rightarrow \quad C_{12}=6\mu F$$

$C_{eq} = C_{12} + C_3 = 6 + 4 = 10\mu F$

$$\Delta V_T=\frac{Q_T}{C_{eq}}=\frac{400}{10}=40V$$

2-

∵ المجموعة مفصولة عن المصدر الشاحن لذلك $Q_{Tk} = Q_T = 400\mu C$

$$C_{eqk} = \frac{Q_{Tk}}{\Delta V_{Tk}} = \frac{400}{25} = 16\mu F$$

$C_{eqk} = C_{3k} + C_{12} \Rightarrow 16 = C_{3k} + 6 \Rightarrow C_{3k} = 16 - 6 = 10\mu F$

$C_{3k} = kC_3 \Rightarrow 10 = k \times 4 \Rightarrow k = \frac{10}{4} = 2.5$

مثال 148/ متسعتان $(C_1=8\mu F, C_2=24\mu F)$ مربوطتان على التوالي ، وصلتا على التوازي مع متسعة مشحونة سعتها $(C_3=4\mu F)$ وفرق جهدها 100V احسب :

1- فرق جهد المجموعة.

2- اذا ادخلت مادة عازلة بين صفيحتي المتسعة الثالثة اصبحت شحنتها 250μC فكم هو ثابت عزل المادة العازلة؟

الحل/

قبل التوصيل:

$Q_3 = C_3 \cdot \Delta V_3 = 4 \times 100 = 400\mu C$

$Q_1 = Q_2 = Q_{12} = 0$

بعد التوصيل:

$Q_T = Q_{12} + Q_3 = 0 + 400 = 400\mu C$

$$\frac{1}{C_{12}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{8} + \frac{1}{24} = \frac{3+1}{24} = \frac{4}{24} = \frac{1}{6} \Rightarrow C_{12} = 6\mu F$$

$C_{eq} = C_{12} + C_3 = 6 + 4 = 10\mu F$

$$\Delta V_T = \frac{Q_T}{C_{eq}} = \frac{400}{10} = 40V$$

بعد التوصيل وبعد العازل:

∵ المجموعة مفصولة عن المصدر الشاحن لذلك $Q_{Tk} = Q_T = 400\mu C$

$Q_{Tk} = Q_{1k} + Q_2 \Rightarrow 400 = 250 + Q_2 \Rightarrow Q_2 = 400 - 250 = 150\mu C$

$$\Delta V_{12} = \frac{Q_{12}}{C_{12}} = \frac{150}{6} = 25V$$

$\Delta V_{12} = \Delta V_{3k} = 25V$

$$C_{3k} = \frac{Q_{3k}}{\Delta V_{3k}} = \frac{250}{25} = 10\mu F \quad , \quad C_{3k} = kC_3 \Rightarrow 10 = k \times 4 \Rightarrow k = \frac{10}{4} = 2.5$$

مثال 149/ ربطت متسعتان $(C_1=3\mu F, C_2=6\mu F)$ على التوالي ثم ربطت مع مجموعهما على التوازي المتسعة $(C_3=9\mu F)$ وربط الجميع إلى مصدر مستمر فرق جهده 100V احسب :

1- الشحنة الكلية وشحنة كل متسعة وفرق جهدها .

2- اذا فصلت المجموعة عن المصدر وأبدل الهواء بين صفيحتي المتسعة الثالثة بمادة عازلة يصبح فرق جهد المجموعة 55V جد ثابت العزل ؟

الحل/

$$1- \quad \frac{1}{C_{12}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2+1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow C_{12} = 2\mu F$$

$C_{eq} = C_{12} + C_3 = 2 + 9 = 11\mu F$

$Q_T = C_{eq} \cdot \Delta V_T = 11 \times 100 = 1100\mu C$

$\Delta V_T = \Delta V_{12} = \Delta V_3 = 100V$ (توازي)

$Q_3 = C_3 \cdot \Delta V_3 = 9 \times 100 = 900\mu C \quad , \quad Q_{12} = C_{12} \cdot \Delta V_{12} = 2 \times 100 = 200\mu C$

$Q_{12} = Q_1 = Q_2 = 200\mu C$ (توالي)

$$\Delta V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{200}{3} V \quad , \quad \Delta V_2 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{200}{6} = \frac{100}{3} V$$

2-

∵ المجموعة فصلت عن المصدر لذلك $Q_{Tk} = Q_T = 1100\mu C$

$$C_{eqk} = \frac{Q_{Tk}}{\Delta V_{Tk}} = \frac{1100}{55} = 20\mu F$$

$C_{eqk} = C_{12} + C_{3k} \Rightarrow 20 = 2 + C_{3k} \Rightarrow C_{3k} = 20 - 2 = 18\mu F$

$$k = \frac{C_{3k}}{C_3} = \frac{18}{9} = 2$$

مثال150/ ربطت المتسعتان $(C_1=4\mu F, C_2=12\mu F)$ على التوالي ثم ربطت مجموعتهما مع المتسعة $(C_3=7\mu F)$ على التوازي ثم ربطت مجموعة المتسعات الى بطارية فرق الجهد بين قطبيها 10V فاذا ادخل لوح من مادة عازلة ثابت عزلها (k) بين صفيحتي المتسعة الاولى والمجموعة مازالت متصلة بالبطارية فازدادت الشحنة الكلية بمقدار 50μF فما مقدار ثابت العزل (k) وشحنة كل متسعة بعد إدخال العازل.

الحل/

$$C_{1,2} = \frac{C_1.C_2}{C_1 + C_2} = \frac{4\times12}{4+12} = \frac{4\times12}{4(1+3)} = \frac{12}{4} = 3\mu F$$

$$C_{eq} = C_{1,2} + C_3 = 3 + 7 = 10\mu F$$

$$Q_T = C_{eq}.\Delta V_T = 10\times10 = 100\mu C$$

$$Q_{Tk} = Q_T + 50 = 100 + 50 = 150\mu C$$

$\Delta V_{Tk} = \Delta V_T = 10V$ ((م تصلة

$$C_{eqk} = \frac{Q_{Tk}}{\Delta V_T} = \frac{150}{10} = 15\mu F$$

$$C_{eqk} = C_{1,2K} + C_3 \Rightarrow 15 = C_{1,2K} + 7 \Rightarrow C_{1,2K} = 15 - 7 = 8\mu F$$

$$\frac{1}{C_{1,2K}} = \frac{1}{C_{1k}} + \frac{1}{C_3} \Rightarrow \frac{1}{8} = \frac{1}{C_{1k}} + \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{1}{C_{1k}} = \frac{1}{8} - \frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{C_{1k}} = \frac{3-2}{24} = \frac{1}{24} \Rightarrow C_{1k} = 24\mu F$$

$$k = \frac{C_{1k}}{C_1} = \frac{24}{4} = 6$$

مثال151/ ثلاث متسعات $(C_1=5\mu F, C_2=7\mu F, C_3=6\mu F)$ ربطت الاولى والثانية على التوازي وربطت الثالثة معهما على التوالي ووصلت المجموعة الى مصدر فرق جهده 60V.
1- احسب الشحنة المختزنة في أي من صفيحتي كل متسعة.
2- اذا ادخل لوح من مادة عازلة ثابت عزلها (k) بين صفيحتي المتسعة الثالثة والمجموعة مازالت متصلة بالمصدر ازدادت شحنتها بمقدار 120μC فما مقدار ثابت العزل (k)؟ وما الشحنة المختزنة في أي من صفيحتي المتسعة الاولى والمتسعة الثانية بعد إدخال العازل.

الحل/

$$1-\ C_{1,2}=C_1+C_2=5+7=12\mu F$$

$$C_{eq}=\frac{C_{1,2}.C_3}{C_{1,2}+C_3}=\frac{12\times6}{12+6}=\frac{12\times6}{6(2+1)}=\frac{12}{3}=4\mu F$$

$$Q_T=C_{eq}.\Delta V_T=4\times60=240\mu C=Q_3=Q_{1,2}$$

$$\Delta V_{1,2}=\frac{Q_{1,2}}{C_{1,2}}=\frac{240}{12}=20V=\Delta V_1=\Delta V_2$$

$$Q_1=C_1.\Delta V_1=5\times20=100\mu C \quad , \quad Q_2=C_2.\Delta V_2=7\times20=140\mu C$$

$2-$

$$Q_{Tk}=Q_T+120=240+120=360\mu C$$

$$\Delta V_{Tk}=\Delta V_T=60V$$

$$C_{eqk}=\frac{Q_{Tk}}{\Delta V_{Tk}}=\frac{360}{60}=6\mu F$$

$$\frac{1}{C_{eqk}}=\frac{1}{C_{1,2}}+\frac{1}{C_{3k}} \Rightarrow \frac{1}{6}=\frac{1}{12}+\frac{1}{C_{3k}}$$

$$\frac{1}{C_{3k}}=\frac{1}{6}-\frac{1}{12}=\frac{2-1}{12}=\frac{1}{12} \Rightarrow C_{3k}=12\mu F$$

$$k=\frac{C_{3k}}{C_3}=\frac{12}{6}=2$$

$$\Delta V_{1,2k}=\frac{Q_{1,2K}}{C_{1,2}}=\frac{360}{12}=30V=\Delta V_1=\Delta V_2$$

$$Q_1=C_1.\Delta V_1=5\times30=150\mu C \quad , \quad Q_2=C_2.\Delta V_2=7\times30=210\mu C$$

أمثلة اخرى على المتسعات:

مثال152/ متسعتان $(C_1=8\mu F, C_2=4\mu F)$ وصلتا مع بعضهما ثم وصلتا الى بطارية فكانت الطاقة المختزنة في الأولى $64\times10^{-6}J$ والطاقة المختزنة في الثانية $32\times10^{-6}J$ احسب :
1- فرق جهد البطارية وفرق جهد كل متسعة. 2- شحنة كل متسعة والشحنة الكلية.

الحل/

$$1-\ PE_1=\frac{1}{2}C_1.(\Delta V_1)^2 \Rightarrow 64\times10^{-6}=\frac{1}{2}\times8\times10^{-6}\times(\Delta V_1)^2$$

$$(\Delta V_1)^2=\frac{64}{4}=16 \Rightarrow \Delta V_1=4V$$

$$PE_2=\frac{1}{2}C_2.(\Delta V_2)^2 \Rightarrow 32\times10^{-6}=\frac{1}{2}\times4\times10^{-6}\times(\Delta V_2)^2$$

$$(\Delta V_2)^2=\frac{32}{2}=16 \Rightarrow \Delta V_2=4V$$

$\because\ \Delta V_1=\Delta V_2$

$\therefore$ الربط توازي

$\Delta V_T=\Delta V_1=\Delta V_2=4V$

2- $Q_1=C_1 . \Delta V_1=8\times4=32\mu C$, $Q_2=C_2 . \Delta V_2=4\times4=16\mu C$

$Q_T=Q_1+Q_2=32+16=48\mu C$

مثال153/ متسعتان $(C_1=3\mu F , C_2=6\mu F)$ موصولتان ببطارية وكانت الطاقة المختزنة في الأولى $3750\times10^{-6}J$ وفي الثانية $7500\times10^{-6}J$ ما مقدار :
1- فرق جهد البطارية 2- الشحنة الكلية للمجموعة

الحل/

$$PE_1=\frac{1}{2}C_1.(\Delta V)^2 \Rightarrow 3750\times10^{-6}=\frac{1}{2}\times3\times10^{-6}(\Delta V_1)^2$$

$$(\Delta V_1)^2=\frac{2\times3750}{3}=\frac{7500}{3}=2500 \Rightarrow \Delta V_1=50V$$

$$PE_2=\frac{1}{2}C_2.(\Delta V_2)^2 \Rightarrow 7500\times10^{-6}=\frac{1}{2}\times6\times10^{-6}(\Delta V_2)^2$$

$$(\Delta V_2)^2=\frac{7500}{3}=2500 \Rightarrow \Delta V_2=50V$$

$\because\ \Delta V_1=\Delta V_2$

لذلك فالربط توازي

$\therefore\ \Delta V_T=50V$

2- $C_{eq}=C_1+C_2=3+6=9\mu F$

$Q_T=C_{eq} . \Delta V_T=9\times50=450\mu C$

مثال154/ متسعة سعتها $3\mu F$ وفرق جهدها $150V$ ومتسعة ثانية شحنتها $900\mu C$ وصلتا مع بعضهما بحيث ربطت الصفائح المختلفة الشحنة للمتسعتين مع بعضهما ثم ادخلت مادة عازلة بين صفيحتي المتسعة الثانية ثابت عزلها 2 فأصبحت شحنتها $360\mu F$ فما مقدار سعة المتسعة الثانية قبل وضع العازل؟

الحل/

بعد التوصيل وقبل العازل:

$Q_1=C_1.\Delta V_1=3\times150=450\mu C$

$Q_T=Q_2-Q_1=900-450=450\mu C$

بعد العازل:

$Q_T=Q_1+Q_2 \Rightarrow 450=Q_1+360 \Rightarrow Q_1=90\mu C$

$$\Delta V_1=\frac{Q_1}{C_1}=\frac{90}{3}=30V=\Delta V_2$$

$$\therefore C_{2K}=\frac{Q_2}{\Delta V_2}=\frac{360}{30}=12\mu F \quad , \quad C_{2k}=k\,C_2 \Rightarrow 12=2C_2 \Rightarrow C_2=6\mu F$$

مثال155/ متسعتان $(C_1=6\mu F,C_2=12\mu F)$ ربطتا على التوالي ثم ربطت مجموعتهما بين قطبي بطارية فرق الجهد بين قطبيها $90V$ فاذا فصلت المتسعتان عن بعضهما و عن البطارية دون حدوث ضياع بالطاقة ثم اعيد ربطهما مع بعض بعد ربط الصفائح المتماثلة الشحنة للمتسعتين مع بعضهما :

1- احسب لكل متسعة الشحنة والطاقة المختزنة في المجال الكهربائي بين صفيحتيها.

2- ادخل لوح من مادة عازلة كهربائيا ثابت عزلها (k) بين صفيحتي المتسعة الثانية اصبح فرق جهد المجموعة $20V$ ما مقدار ثابت العزل (k).

الحل/

$$1-\quad \frac{1}{C_{eq}}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}=\frac{1}{6}+\frac{1}{12}=\frac{2+1}{12}=\frac{3}{12}=\frac{1}{4} \Rightarrow C_{eq}=4\mu F$$

$Q_T=C_{eq}\times\Delta V_T=4\times90=360\mu C$

$\because$ الربط توالي لذلك $Q_T=Q_1=Q_2=360\mu C$

بعد ربطهما مع بعض :

$Q_T=Q_1+Q_2=360+360=720\mu C$

$C_{eq}=C_1+C_2=6+12=18\mu F$

$$\Delta V_T=\frac{Q_T}{C_{eq}}=\frac{720}{18}=40V$$

$\because$ الربط توازي لذلك $\Delta V_T=\Delta V_1=\Delta V_2=40V$

$Q_1=C_1\,.\,\Delta V_1=6\times40=240\mu C \quad , \quad Q_2=C_2\,.\,\Delta V_2=12\times40=480\mu C$

$$PE_1=\frac{1}{2}\Delta V_1.Q_1=\frac{1}{2}\times40\times240\times10^{-6}=48\times10^{-4}J$$

$$PE_2=\frac{1}{2}\Delta V_2.Q_2=\frac{1}{2}\times40\times480\times10^{-6}=96\times10^{-4}J$$

2-

بعد العازل:

$\because$ المجموعة مفصولة عن البطارية لذلك $Q_{Tk}=Q_T=720\mu C$

$$C_{eqk}=\frac{Q_{Tk}}{\Delta V_{Tk}}=\frac{720}{20}=36\mu F$$

$C_{eqk} = C_1 + C_{2k} \Rightarrow 36 = 6 - C_{2k} \Rightarrow C_{2k} = 36 - 6 = 30\mu C$

$C_{2k} = k\,C_2 \Rightarrow 30 = k \times 12 \Rightarrow k = \frac{30}{12} = \frac{5}{2} = 2.5$

مثال156/ ربطت متسعتان $(C_1=24\mu F, C_2=8\mu F)$ على التوالي ثم وصلتا إلى بطارية فرق جهدها 40V احسب:

1- شحنة وفرق جهد كل منهما .

2- اذا فصلت المتسعتان عن بعضهما وعن البطارية ثم أعيد ربطهما مع بعض بحيث وصلت صفيحتيهما الموجبتان معا والسالبتان معا فاحسب الشحنة وفرق الجهد لكل منهما .

الحل/

$$1-\ \frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{24} + \frac{1}{8} = \frac{1+3}{24} = \frac{4}{24} = \frac{1}{6} \Rightarrow C_{eq} = 6\mu F$$

$Q_T = C_{eq} \cdot \Delta V_T = 6 \times 40 = 240\mu C$

∵ الربط توالي لذلك $Q_T = Q_1 = Q_2 = 240\mu C$

$$\Delta V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{240}{24} = 10V \quad , \quad \Delta V_2 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{240}{8} = 30V$$

2- $Q_T = Q_1 + Q_2 = 240 + 240 = 480\mu C$

$C_{eq} = C_1 + C_2 = 24 + 8 = 32\mu F$

$$\Delta V_T = \frac{480}{32} = 15V$$

∵ الربط توازي لذلك $\Delta V_T = \Delta V_1 = \Delta V_2 = 15V$

$Q_1 = C_1 \cdot \Delta V_1 = 24 \times 15 = 360\mu C \quad , \quad Q_2 = C_2 \cdot \Delta V_2 = 120\mu C$

مثال157/ متسعتان $(C_1=12\mu F, C_2=6\mu F)$ ربطتا على التوالي مع بعضهما ثم ربطت مجموعتهما الى بطارية فرق الجهد بين قطبيها 36V ، فاذا فصلت المتسعتان عن بعضهما وعن البطارية دون حدوث ضياع بالطاقة ثم اعيد ربطهما مع بعض بحيث ربطت الصفائح المتماثلة الشحنة للمتسعتين مع بعضهما فما مقدار الشحنة المختزنة في أي من صفيحتي كل متسعة بعد الربط.

الحل/

$$C_{eq} = \frac{C_1 . C_2}{C_1 + C_2} = \frac{12 \times 6}{12 + 6} = \frac{12 \times 6}{6(2+1)} = \frac{12}{3} = 4\mu F$$

$$Q_T = C_{eq} . \Delta V_T = 4 \times 36 = 144\mu C = Q_1 = Q_2$$

$$Q_T = Q_1 + Q_2 = 144 + 144 = 288\mu C$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2 = 12 + 6 = 18\mu F$$

$$\Delta V = \frac{Q_T}{C_{eq}} = \frac{288}{18} = 16V$$

$$Q_1 = C_1 . \Delta V = 12 \times 16 = 192\mu C \quad , \quad Q_2 = C_2 . \Delta V = 6 \times 16 = 96\mu C$$

مثال158/ متسعتان $(C_1=20\mu F, C_2=30\mu F)$ ربطتا على التوالي مع بعضهما ثم ربطت مجموعتهما الى بطارية فرق الجهد بين قطبيها 25V ، فاذا فصلت المتسعتان عن بعضهما وعن البطارية دون حدوث ضياع بالطاقة ثم اعيد ربطهما مع بعض بحيث ربطت الصفائح المتماثلة الشحنة للمتسعتين مع بعضهما فما مقدار الشحنة المختزنة في أي من صفيحتي كل متسعة بعد الربط.

الحل/

$$C_{eq} = \frac{C_1.C_2}{C_1+C_2} = \frac{20\times30}{20+30} = \frac{20\times30}{10(2+3)} = \frac{600}{10\times5} = 12\mu F$$

$$Q_T = C_{eq}.\Delta V_T = 12\times25 = 300\mu C = Q_1 = Q_2$$

$$Q_T = Q_1 + Q_2 = 300+300 = 600\mu C$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2 = 20+30 = 50\mu F$$

$$\Delta V = \frac{Q_T}{C_{eq}} = \frac{600}{50} = 12V$$

$$Q_1 = C_1.\Delta V = 20\times12 = 240\mu C \quad , \quad Q_2 = C_2.\Delta V = 30\times12 = 360\mu C$$

مثال159/ متسعتان اذا ربطتا على التوالي كانت السعة المكافئة ثلث قيمة المتسعة الأولى واذا ربطتا على التوازي كانت السعة المكافئة $3\mu F$ جد مقدار السعة لكل من المتسعتين.

الحل/

في حالة التوالي

$$C_{eq} = \frac{C_1.C_2}{C_1+C_2} \Rightarrow \frac{1}{3}C_1 = \frac{C_1.C_2}{C_1+C_2} \Rightarrow C_1 + C_2 = 3C$$

$C_1=2C_2$

في حالة التوازي

$$C_{eq}=C_1+C_2 \Rightarrow 3=2C_2+C_2 \Rightarrow 3=3C_2 \Rightarrow C_2=1\mu F$$

$$\because C_1=2C_2 \Rightarrow C_1=2\times1=2\mu F$$

مثال160/ مجموعة من المتسعات المتماثلة ربطت على التوالي ثم ربطت على التوازي فاذا كانت السعة للتوازي 100 بقدر السعة للتوالي فما عدد المتسعات؟

الحل/

في حالة التوالي

$$C_{(eq)series} = \frac{C}{n} \quad ---------\ (1)$$

في حالة التوازي

$$C_{(eq)parallel} = nC \quad ---------\ (2)$$

بقسمة (2) على (1) نحصل على

$$\frac{C_{(eq)parallel}}{C_{(eq)series}} = \frac{nC}{\frac{C}{n}} = n^2$$

$$\frac{100C_{(eq)series}}{C_{(eq)series}}=n^2 \quad \Rightarrow \quad n^2=100 \quad \Rightarrow \quad n=10$$

مثال161/ اثبت انه عند وصل متسعتين متساويتي السعة على التوالي فان سعتهما المكافئة اصغر من سعة أي واحدة منهما ؟

الحل/

$$C_{eq}=\frac{C}{n}=\frac{C}{2} \quad \Rightarrow \quad C_{eq}=\frac{1}{2}C$$

مثال162/ اثبت انه اذا وصلت متسعتان متساويتا السعة على التوازي فان السعة المكافئة لهما تساوي أربعة أمثال سعتهما المكافئة لو وصلتا على التوالي .

الحل/

$$C_{parallel}=nC \quad \Rightarrow \quad C_{parallel}=2C \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

$$C_{series}=\frac{C}{n} \quad \Rightarrow \quad C_{series}=\frac{C}{2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

بقسمة معادلة (1) على (2) نحصل على :

$$\frac{C_{parallel}}{C_{series}}=\frac{2C}{\frac{C}{2}}=4$$

$$\therefore \quad C_{parallel}=4C_{series}$$

مثال163/ متسعتان عندما وصلتا على التوازي كانت سعتهما المكافئة 9μF وعندما وصلتا على التوالي كانت سعتهما المكافئة 2μF احسب سعة كل منهما .

الحل/

في حالة ربطهما على التوازي فان :

$$C_{eq}=C_1+C_2 \quad \Rightarrow \quad 9=C_1+C_2 \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

في حالة ربطهما على التوالي فان :

$$C_{eq}=\frac{C_1.C_2}{C_1+C_2} \quad \Rightarrow \quad 2=\frac{C_1.C_2}{C_1+C_2} \quad \ldots\ldots\ldots(2)$$

بتعويض معادلة (1) في (2) نحصل على :

$$2=\frac{C_1.C_2}{9} \quad \Rightarrow \quad C_1.C_2=18 \quad \Rightarrow \quad C_1=\frac{18}{C_2} \quad \ldots\ldots\ldots (3)$$

بتعويض معادلة (3) في معادلة (1) نحصل على :

$$9=\frac{18}{C_2}+C_2 \quad \Rightarrow \quad 9C_2=18+C_2^2 \quad \Rightarrow \quad C_2^2-9C_2+18=0$$

$$(C_2-6)(C_2-3)=0 \quad \Rightarrow \quad C_2=6\mu F \quad or \quad C_2=3\mu F$$

بالتعويض في معادلة (1) نحصل على :

$$C_1=3\mu F \quad or \quad C=6\mu F$$

مثال164/ متسعتان C_1 , C_2 متى وصلتا على التوالي كانت قيمة المحصلة $\frac{1}{3}C_1$ واذا وصلتا على التوازي كانت المحصلة $3\mu F$ ما قيمة C_1 , C_2 ؟

الحل/

عندما تكون المتسعتان متواليتان فان :

$$C_{eq}=\frac{C_1.C_2}{C_1+C_2} \Rightarrow \frac{1}{3}C_1=\frac{C_1.C_2}{C_1+C_2} \Rightarrow C_1+C_2=3C_2$$

$$\therefore C_1=2C_2$$

عندما تكون المتسعتان متوازيتان فان :

$$C_{eq}=C_1+C_2 \quad 3=2C_2+C_2 \Rightarrow C_2=1\mu F$$

$$C_1=2\mu F$$

مثال165/ متسعتان متى وصلتا على التوالي مع بعضهما ووصلتا الى مصدر فرق جهده 100V كانت الشحنة الكلية للمجموعة 300μC ومتى وصلتا على التوازي بنفس المصدر كانت الشحنة الكلية للمجموعة 1600μC جد مقدار سعة كل منهما ؟

الحل/

في حالة ربط التوالي :

$$C_{eq}=\frac{Q_t}{\Delta V_t}=\frac{300}{100}=3\mu F$$

$$C_{eq}=\frac{C_1.C_2}{C_1+C_2} \Rightarrow 3=\frac{C_1.C_2}{C_1+C_2}$$

في حالة ربط التوازي

$$C_{eq}=\frac{Q_t}{\Delta V_t}=\frac{1600}{100}=16\mu F$$

$$C_{eq}=C_1+C_2 \Rightarrow 16=C_1+C_2 \Rightarrow C_1=16-C_2$$

$$3=\frac{(16-C_2)C_2}{16-C_2+C_2} \Rightarrow C_2^2-16C_2+48=0 \Rightarrow (C_2-12)(C_2-4)=0$$

$$C_2=12\mu F \quad or \quad C_2=4\mu F$$

$$C_1=16-12=4\mu F \quad or \quad C_1=16-4=12\mu F$$

مثال166/ لديك متسعتان متماثلتان سعة كل منهما C ربطتا مرة على التوازي وأخرى على التوالي فما العلاقة بين السعة المكافئة في الحالتين؟

الحل/

$$C_{eq1}=C+C=2C \quad \text{(توازي)}$$

$$C_{eq2}=\frac{C^2}{2C}=\frac{C}{2} \quad \text{(توالي)}$$

بالقسمة لإيجاد العلاقة

$$\frac{C_{eq1}}{C_{eq2}}=\frac{2C}{\frac{C}{2}} \Rightarrow \frac{C_{eq_1}}{C_{eq2}}=4 \Rightarrow C_{eq1}=4C_{eq2}$$

or

$$\frac{C_{(eq)parallel}}{C_{(eq)sires}} = n^2 \quad \Rightarrow \quad C_{(eq)parallel} = n^2 C_{(eq)sires}$$

$$\therefore \; C_{parallel} = 4C_{series}$$

أي ان السعة المكافئة للتوازي أربعة أمثال السعة المكافئة للتوالي

الشحن والتفريغ:

مثال167/ دائرة متوالية الربط تتالف من مقاومة مقدارها (200Ω) ومتسعة سعتها $(50\mu F)$ وبطارية فرق الجهد بين قطبيها $(20V)$ ومفتاح لفتح وغلق الدائرة احسب :

1- المقدار الاعظم لتيار الشحن لحظة غلق المفتاح.
2- فرق الجهد بين صفيحتي المتسعة بعد مدة من اغلاق المفتاح (بعد اكتمال عملية الشحن).
3- الشحنة المختزنة في أي من صفيحتي المتسعة.
4- المجال الكهربائي بين صفيحتي المتسعة اذا علمت ان البعد بين الصفيحتين 0.2cm .
5- الطاقة المختزنة في المجال الكهربائي بين صفيحتي المتسعة.

الحل/

1- $I = \frac{\Delta V_{battery}}{R} = \frac{20}{200} = 0.1A$

2- $\Delta V_c = \Delta V_{battery} = 20V$

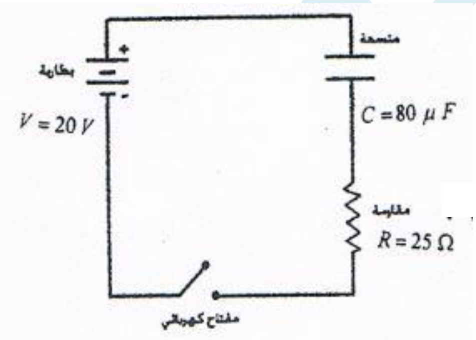
3- $Q = C \,.\, \Delta V = 50 \times 20 = 1000\mu C$

4- $E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{20}{0.4 \times 10^{-2}} = 5000V/m$

5- $PE = \frac{1}{2}\Delta V.Q = \frac{1}{2} \times 20 \times 1000 \times 10^{-6} = 0.01J$

مثال168/ من المعلومات الموضحة في الدائرة الكهربائية في الشكل احسب:

1- المقدار الاعظم لتيار الشحن لحظة اغلاق المفتاح.
2- مقدار فرق الجهد بين صفيحتي المتسعة بعد مدة من اغلاق المفتاح (بعد اكتمال عملية الشحن).
3- الشحنة المختزنة في أي من صفيحتي المتسعة.
4- الطاقة المختزنة في المجال الكهربائي بين صفيحتي المتسعة.



الحل/

1- $I = \frac{\Delta V_{battery}}{R} = \frac{20}{25} = 0.8A$

2- $\Delta V_c = \Delta V_{battery} = 20V$

3- $Q = C \,.\, \Delta V = 80 \times 20 = 1600\mu C$

4- $PE = \frac{1}{2}\Delta V.Q = \frac{1}{2} \times 20 \times 1600 \times 10^{-6} = 16 \times 10^{-3} J$

مثـــال169/ دائـرة كهربائيـة متواليـة الـربط تحتـوي علـى مصـباح مقاومتـه ($r=10\Omega$) ومقاومـة مقدارها ($R=30\Omega$) وبطارية مقدار فرق الجهد بين قطبيها ($\Delta V_{battery}=12V$) ربطت في الدائرة متسعة ذات الصفيحتين المتوازيتين سعتها ($20\mu F$) . ما مقدار الشحنة المختزنة في أي من صفيحتي المتسعة والطاقة الكهربائية المختزنة في مجالها الكهربائي لو ربط المتسعة :
1- على التوازي مع المصباح.
2- على التوالي مع المصباح والمقاومة والبطارية في الدائرة نفسها (بعد فصل المتسعة عن الدائرة الأولى وافراغها من جميع شحنتها).

الحل/

$$I=\frac{\Delta V_{battery}}{R+r}=\frac{12}{30+10}=\frac{12}{40}=0.3A$$

$\Delta V_r = I \cdot r = 0.3 \times 10 = 3V$

∵ المتسعة ربطت على التوازي مع المصباح لذلك $\Delta V_c = \Delta V_r = 3V$

$Q = C \cdot \Delta V_c = 20 \times 3 = 60\mu F$

$$PE=\frac{1}{2}\Delta V_c \cdot Q=\frac{1}{2}\times 3\times 60\times 10^{-6}=90\times 10^{-6}=9\times 10^{-5}J$$

2- بعد اتمام شحن المتسعة فان :

$\Delta V_c = \Delta V_{battery} = 12V$

$Q = C \cdot \Delta V_c = 20 \times 12 = 240\mu C$

$$PE=\frac{1}{2}\Delta V_c \cdot Q=\frac{1}{2}\times 12\times 240\times 10^{-6}=1440\times 10^{-6}=144\times 10^{-5}J$$

مثال170/ ربطت المقاومتان ($r=5\Omega, R=10\Omega$) على التوالي ثم ربطتا الى بطارية فرق الجهد بين قطبيها 30V احسب الشحنة المختزنة في اي من صفيحتي متسعة سعتها 20μF لو ربطت
1- على التوازي مع المقاومة (5Ω)   2- على التوالي مع المجموعة.

الحل/

$$1)\quad I=\frac{\Delta V_T}{R+r}=\frac{30}{10+5}=\frac{30}{15}=2A$$

$$\Delta V_r = I r = 2\times 5 = 10V = \Delta V_c$$

$$Q = C.\Delta V_c = 20\times 10 = 200\mu C$$

$$2)\quad \Delta V_c = \Delta V_T = 30V$$

$$\therefore\quad Q = C.\Delta V_c = 20\times 30 = 600\mu C$$

القوة الكهربائية والقوة المغناطيسية:

مثال 1/ احسب القوة المغناطيسية المؤثرة على جسيم مشحون بشحنة مقدارها 200μC يدور بمستوي عمودي على مجال مغناطيسي منتظم كثافة فيضه 0.1T بسرعة مقدارها 10m/s .

الحل/

$F_B = q\,v\,B\sin\theta = 200 \times 10^{-6} \times 10 \times 0.1\sin 90^o = 2 \times 10^{-4}N$

مثال 2/ جسم مقدار شحنته 100μC يتحرك بسرعة مقدارها 20m/s داخل مجال مغناطيسي منتظم كثافة فيضه 10mT احسب القوة المغناطيسية المؤثرة عليه :

1- عندما تكون حركته عمودية على المجال.
2- عندما تكون حركته موازية للمجال.
3- عندما يصنع متجه سرعته زاوية مقدارها 53^o مع متجه المجال.

الحل/

1- $F_B = q\,v\,B\sin\theta = 100 \times 10^{-6} \times 20 \times 0.1 \times 10^{-3}\sin 90^o = 2 \times 10^{-7}N$
2- $F_B = q\,v\,B\sin\theta = 100 \times 10^{-6} \times 20 \times 0.1 \times 10^{-3}\sin 0 = 0$
3- $F_B = q\,v\,B\sin\theta = 100 \times 10^{-6} \times 20 \times 0.1 \times 10^{-3}\sin 53^o = 2 \times 10^{-7} \times 0.8 = 16 \times 10^{-8}N$

القوة الدافعة الكهربائية المحتثة الحركية:

مثال 3/ ساق موصلة طولها (1m) تتحرك في مجال مغناطيسي منتظم كثافة فيضه ($1.7\times10^{-2}T$) احسب مقدار القوة الدافعة الكهربائية المحتثة بين طرفي الساق في اللحظة التي بلغت فيها سرعة الساق (14m/s).

الحل/

$\varepsilon_{motional} = vB\ell = 14\times1.7\times10^{-2}\times1 = 0.238V$

مثال 4/ سلك مستقيم طوله 0.8m يتحرك بسرعة 10m/s عموديا على مجال مغناطيسي منتظم شدته 0.3T احسب مقدار القوة الدافعة الحركية المحتثة المتولدة في السلك .

الحل/

$\varepsilon_{motional} = vB\ell = 10\times0.3\times0.8 = 2.4V$

مثال 5/ احسب طول سلك معدني يتحرك بحيث يقطع خطوط مجال مغناطيسي منتظم شدته 0.5T بشكل عمودي بسرعة 8m/s عندما تتولد في السلك قوة دافعة كهربائية محتثة حركية مقدارها 2V .

الحل/

$$\varepsilon_{motional} = vB\ell \Rightarrow 2 = 8\times0.5\ell \Rightarrow \ell = \frac{2}{4} = 0.5m$$

مثال 6/ ساق موصلة طولها 80cm تتحرك عموديا على مجال مغناطيسي منتظم بسرعة 750cm/s فتولدت قوة دافعة كهربائية محتثة حركية مقدرها 3V ما مقدار كثافة الفيض المغناطيسي؟

الحل/

$\ell = 80cm = 0.8m \quad , \quad v = 750cm/s = 7.5m/s$

$$\varepsilon_{motional} = vB\ell \Rightarrow 3 = 7.5\times B\times0.8 \Rightarrow 3 = 6B \Rightarrow B = \frac{3}{6} = 0.5T$$

مثال 7/ احسب طول سلك معدني يتحرك بحيث يقطع خطوط مجال مغناطيسي منتظم شدته 0.25T بشكل عمودي بسرعة 12m/s عندما تتولد على طرفي السلك قوة دافعة كهربائية حركية مقدارها 3V .

الحل/

$$\varepsilon_{motional} = vB\ell \Rightarrow 3 = 12\times0.25\ell \Rightarrow 3 = 3\ell \Rightarrow \ell = 1m$$

مثال/8 سلك طوله 80cm مقاومته 0.4Ω مثبت افقيا في سيارة تسير بسرعة 25m/s لوحظ عند توصيل طرفيه بمايكرواميتر مقاومته 3.6Ω ان التيار المار به 20μA . ما قيمة كثافة الفيض في المنطقة التي تسير بها السيارة .

الحل/

$\varepsilon_{motional}=I\,.\,R=20\times10^{-6}\times(0.4+3.6)=80\times10^{-6}V$

$$\varepsilon_{motional}=vB\ell \quad\Rightarrow\quad 80\times10^{-6}=25\times B\times0.8 \quad\Rightarrow\quad B=\frac{80\times10^{-6}}{25\times0.8}=4\times10^{-6}T$$

مثال/9 سلك طوله 1m ومقاومته 0.2Ω ثبت افقيا في سيارة تسير افقيا بسرعة 72km/h ولوحظ انه عند توصيل طرفي السلك بكلفانومتر مقاومته 5.8Ω يمر تيار شدته 40 مايكروامبير. احسب كثافة الفيض المغناطيسي المؤثر.

الحل/

$$v=72km/h=72\times\frac{5}{18}=20m/s \quad,\quad I=40\mu A=40\times10^{-6}=4\times10^{-5}A$$

$$R=R_{\text{سلك}}+R_G=0.2+5.8=6\Omega$$

$$\varepsilon_{motional}=IR=4\times10^{-5}\times6=24\times10^{-5}V$$

$$\varepsilon_{motional}=vB\ell \quad\Rightarrow\quad 24\times10^{-5}=20\times B\times1 \quad\Rightarrow\quad B=\frac{24\times10^{-5}}{20}=1.2\times10^{-5}T$$

مثال/10 افرض ان ساق موصلة طولها 0.6m انزلقت على سكة موصلة بانطلاق 10m/s باتجاه عمودي على مجال مغناطيسي منتظم كثافة فيضه 0.5T وكانت مقاومة المصباح المربوط مع السكة على التوالي 30Ω (اهمل المقاومة الكهربائية للساق والسكة) واحسب مقدار:

1- القوة الدافعة الكهربائية الحركية المحتثة.

2- التيار المحتث في الدائرة.

3- القدرة الكهربائية المجهزة للمصباح.

الحل/

1- $\varepsilon_{motional}=vB\ell=10\times0.5\times0.6=3V$

2- $I=\dfrac{\varepsilon_{motional}}{R}=\dfrac{3}{30}=0.1A$

3- $P_{dissipated}=I^2R=(0.1)^2\times30=0.01\times30=0.3watt$

مثال/11 افرض ان ساق موصلة طولها (1.2m) انزلقت على سكة موصلة بسرعة (20m/s) باتجاه عمودي على مجال مغناطيسي منتظم كثافة فيضه 0.8T والمقاومة الكلية للدائرة (الساق والسكة) 38.4Ω احسب :

1- القوة الدافعة الكهربائية المحتثة الحركية على طرفي الساق.

2- التيار المحتث في الدائرة.

3- القوة الساحبة للساق.

4- القدرة المتبددة في المقاومة الكلية للدائرة.

الحل/

1- $\varepsilon_{motional}=vB\ell=20\times0.8\times1.2=19.2V$

2- $I_{ind}=\dfrac{\varepsilon_{motional}}{R}=\dfrac{19.2}{38.4}=0.5A$

3- $F_{pull}=IB\ell=0.5\times0.8\times1.2=0.48N$

4- $P_{disspated}=I^2R=(0.5)^2\times38.4=0.25\times38.4=9.6w$

مثال/12 افرض ان ساقا موصلة طولها 20cm انزلقت على سكة موصلة بانطلاق 50cm/s باتجاه عمودي على مجال مغناطيسي منتظم كثافة فيضه 5000G والمقاومة الكلية للدائرة (الساق والسكة) مقدارها 50Ω احسب مقدار:
1- القوة الدافعة الكهربائية المحتثة الحركية على طرفي الساق.
2- التيار المحتث في الدائرة.
3- القوة الساحبة للساق.
4- القدرة المتبددة في المقاومة الكلية للدائرة.

الحل/

$\ell = 20cm = 0.2m \quad , \quad v = 50cm/s = 0.5m/s \quad , \quad B = 5000G = 0.5T$

1- $\varepsilon_{motional} = vB\ell = 0.5 \times 0.5 \times 0.2 = 0.05V$

2- $I_{ind} = \frac{\varepsilon_{motional}}{R} = \frac{0.05}{50} = 0.001A$

3- $F_{pull} = IB\ell = 0.001 \times 0.5 \times 0.2 = 10^{-4} N$

4- $P_{disspated} = I^2 R = (0.001)^2 \times 50 = 5 \times 10^{-5} w$

مثال/13 افرض ان ساقا موصلة طولها 50cm انزلقت على سكة موصلة بانطلاق 10m/s وباتجاه عمودي على مجال مغناطيسي منتظم وكانت مقاومة (الساق والسكة) 5Ω ومقاومة الكَلفانوميتر المربوط مع السكة 45Ω وكان التيار المار في الدائرة 0.05A فما مقدار كثافة الفيض المغناطيسي؟

الحل/

$R = R_{ساق} + R_{كَلفانوميتر} = 5 + 45 = 50\Omega$

$\varepsilon_{motional} = I\,R = 0.05 \times 50 = 2.5V$

$\varepsilon_{motional} = vB\ell \quad \Rightarrow \quad 2.5 = 10 \times B \times 0.5 \quad \Rightarrow \quad B = 0.5T$

مثال/14 ساق موصلة طولها 0.5m ومقاومتها 0.4Ω مربوطة مع كَلفانوميتر مقاومته 24.6Ω تتحرك عموديا على مجال مغناطيسي منتظم بسرعة 5m/s فاذا كان التيار المار في الدائرة 0.01A فما مقدار كثافة الفيض المغناطيسي؟

الحل/

$R = R_{ساق} + R_{كَلفانوميتر} = 0.4 + 24.6 = 25\Omega$

$\varepsilon_{motional} = I\,R = 0.01 \times 25 = 0.25\Omega$

$\varepsilon_{motional} = vB\ell \quad \Rightarrow \quad 0.25 = 5 \times B \times 0.5 \quad \Rightarrow \quad 0.25 = 2.5B$

$\therefore \quad B = \frac{0.25}{2.5} = 0.1T$

مثال/15 ساق موصلة طولها 50cm تتحرك عموديا على مجال مغناطيسي منتظم كثافة فيضه 2G بسرعة 60m/s وكانت مقاومة الساق 0.2Ω فاذا ربط مصباح مقاومته 1Ω بين طرفي الساق فما شدة التيار المار في الدائرة وما القدرة المتبددة في المقاومة الكلية للدائرة؟

الحل/

$\ell = 50cm = 0.5m \quad , \quad B = 2G = 2 \times 10^{-4}T$

$R = R_{ساق} + R_{مصباح} = 0.2 + 1 = 1.2\Omega$

$\varepsilon_{motional} = vB\ell = 60 \times 2\times10^{-4} \times 0.5 = 6 \times 10^{-3}V$

$I = \frac{\varepsilon_{motional}}{R} = \frac{6\times10^{-3}}{1.2} = 5\times10^{-3} A$

$P_{disspated} = I^2R = (5\times10^{-3})^2 \times 1.2 = 25\times10^{-6} \times 1.2 = 30\times10^{-6} w$

مثال/16 سلك موصل مستقيم طوله 0.5m يتحرك عموديا على مجال مغناطيسي منتظم كثافة فيضه $2\times10^{-4}T$ بسرعة 60m/s وكانت مقاومة السلك 0.02Ω وصل السلك بكَلفانومتر احسب مقاومة الكَلفانومتر عندما يكون تيار الدائرة 0.25A .

الحل/

$$\varepsilon_{motional} = vB\ell = 60\times2\times10^{-4}\times0.5 = 6\times10^{-3}V$$

$$R_T = \frac{\varepsilon_{motional}}{I} = \frac{6\times10^{-3}}{0.25} = 24\times10^{-3} = 0.024\Omega$$

$$R_T = R_{\text{سلك}} + R_G \Rightarrow 0.024 = 0.02 + R_G \Rightarrow R_G = 0.024 - 0.02 = 0.004\Omega$$

الفيض المغناطيسي:

مثال/17 احسب الفيض المغناطيسي الذي يخترق حلقة دائرية موصلة نصف قطرها 20cm بحيث ان مستواها عمودي على المجال المغناطيسي الذي شدته 0.2T .

الحل/

r=20cm =0.2m

$$A = \pi r^2 = 3.14\times(0.2)^2 = 3.14\times0.04 = 1256\times10^{-4}m^2$$

$$\Phi_B = AB\cos\theta = 1256\times10^{-4}\times0.2\cos0 = 2512\times10^{-5}wb$$

مثال/18 اوجد الفيض المغناطيسي لحلقة موصلة قطرها 1cm موضوعة في مجال مغناطيسي منتظم كثافة فيضه 1.5T اذا كان مستوي الحلقة :

1- عمودي على اتجاه كثافة الفيض المغناطيسي .
2- يصنع زاوية قدرها (60^o) مع اتجاه كثافة الفيض المغناطيسي .
3- موازيا إلى اتجاه كثافة الفيض المغناطيسي.

الحل/

$A=\pi r^2 =3.14\times(0.5\times10^{-2})^2=3.14\times0.25\times10^{-4} =0.785\times10^{-4}\ m^2$

1- $\Phi_B=AB\cos\theta =0.785\times10^{-4}\times1.5\cos0 =1.177\times10^{-4}\ wb$

2- $\theta=90^o - 60^o =30^o$

$\Phi_B=AB\cos\theta =1.177\times10^{-4}\ \cos30 =1.177\times0.866=1.02\times10^{-4}\ wb$

3- $\Phi_B=AB\cos\theta = \Phi_B=AB\cos90 = 0$

مثال/19 وضعت صفيحة مستطيلة الشكل مساحتها $(8\times10^{-4}\ m^2)$ في مجال مغناطيسي منتظم شدته 0.2T فاذا كان اتجاه المجال المغناطيسي يصنع زاوية قدرها 30^o مع مستوي سطحها . احسب الفيض المغناطيسي الذي يخترق سطحها.

الحل/

$$\Phi_B = AB\cos\theta = 8\times10^{-4}\times0.2\cos60^\circ = 16\times10^{-5}\times\frac{1}{2} = 8\times10^{-5}wb$$

مثال/20 احسب الفيض المغناطيسي الذي يخترق حلقة مساحتها $30cm^2$ موضوعة في مجال مغناطيسي منتظم كثافة فيضه 0.08T بحيث ان مستوي الحلقة يصنع زاوية مقدارها 37° مع اتجاه كثافة الفيض المغناطيسي ولو دارت الحلقة بحيث أصبح مستواها يصنع زاوية مقدارها 30° مع اتجاه كثافة الفيض المغناطيسي فما مقدار الفيض المغناطيسي الذي يخترقها في هذه الحالة؟

الحل/

$A=30cm^2=30\times10^{-4} =3\times10^{-3}m^2$

$$\Phi_B = AB\cos\theta = 3\times10^{-3}\times0.08\cos53^\circ = 24\times10^{-5}\times0.6 = 14.4\times10^{-5}wb$$

$$\Phi_B = AB\cos\theta = 3\times10^{-3}\times0.08\cos60° = 24\times10^{-5}\times\frac{1}{2} = 12\times10^{-5}\,wb$$

مثال/21 ما مقدار الفيض المغناطيسي الذي يخترق مربع طول ضلعه 6cm موضوع داخل مجال مغناطيسي منتظم كثافة فيضه 0.25T ومستواه عمودي على اتجاه كثافة الفيض المغناطيسي؟ وما مقدار التغير في الفيض المغناطيسي الذي يخترق المربع لو أصبح مستواه موازي إلى اتجاه كثافة الفيض المغناطيسي؟

الحل/

$A = 6cm \times 6cm = 36cm^2 = 36\times10^{-4}m^2$

$$\Phi_B = AB\cos\theta = 36\times10^{-4}\times0.25\cos0 = 9\times10^{-4}\times1 = 9\times10^{-4}\,wb$$

$$\Delta\Phi_B = AB\Delta\cos\theta = AB(\cos\theta_2 - \cos\theta_1) = 36\times10^{-4}\times0.25(\cos90° - \cos0)$$

$$\therefore\ \Delta\Phi_B = 9\times10^{-4}(0-1) = -9\times10^{-4}\,wb$$

مثال/22 حلقة دائرية موصلة مساحتها $80cm^2$ موضوعة في مجال مغناطيسي منتظم كثافة فيضه 40mT بحيث ان مستوي الحلقة يوازي اتجاه كثافة الفيض المغناطيسي فما مقدار الفيض المغناطيسي الذي يخترقها في هذه الحالة؟ ولو دارت الحلقة ربع دورة مع اتجاه عقارب الساعة فما مقدار التغير بالفيض المغناطيسي الذي يخترقها في هذه الحالة؟

الحل/

$A = 80cm^2 = 80\times10^{-4} = 8\times10^{-3}m^2$, $B = 40mT = 40\times10^{-3}T = 4\times10^{-2}T$

$$\Phi_B = AB\cos\theta = 8\times10^{-3}\times4\times10^{-2}\cos90° = 32\times10^{-5}\times0 = 0$$

$$\Delta\Phi_B = AB\Delta\cos\theta = AB(\cos\theta_2 - \cos\theta_1) = 8\times10^{-3}\times4\times10^{-2}(\cos0 - \cos90°)$$

$$\therefore\ \Delta\Phi_B = 32\times10^{-5}(1-0) = 32\times10^{-5}\,wb$$

مثال/23 ملف سلكي مستطيل الشكل طوله 15cm وعرضه 20cm موضوع داخل مجال مغناطيسي منتظم كثافة فيضه 0.3T احسب الفيض المغناطيسي الذي يخترقه اذا كان مستواه يصنع زاوية 30° مع اتجاه كثافة الفيض المغناطيسي . ولو دار الملف بحيث اصبح مستواه يصنع زاوية 37° مع اتجاه المجال المغناطيسي فما مقدار الفيض المغناطيسي الذي يخترقه في هذه الحالة؟

الحل/

$A = 15cm \times 20cm = 300cm^2 = 300\times10^{-4} = 3\times10^{-2}m^2$

$$\Phi_B = AB\cos\theta = 3\times10^{-2}\times0.3\cos60° = 9\times10^{-3}\times0.5 = 4.5\times10^{-3}\,wb$$

$$\Phi_B = AB\cos\theta = 3\times10^{-2}\times0.3\cos53° = 9\times10^{-3}\times0.6 = 5.4\times10^{-3}\,wb$$

مثال/24 حلقة دائرية مساحتها $30cm^2$ موضوعة داخل مجال مغناطيسي منتظم كثافة فيضه 0.12T احسب الفيض المغناطيسي الذي يخترق الحلقة عندما يكون مستواها عمودي على اتجاه كثافة الفيض المغناطيسي ولو دارت الحلقة بحيث أصبح مستواها يصنع زاوية 53° فما مقدار النقصان بالفيض المغناطيسي الذي يخترقها في هذه الحالة؟

الحل/

$A = 30cm^2 = 30\times10^{-4}m^2$

$$\Phi_B = AB\cos\theta = 30\times10^{-4}\times0.12\cos0 = 0.36\times10^{-3}\,wb$$

$$\Delta\Phi_B = AB\Delta\cos\theta \quad\Rightarrow\quad \Delta\Phi_B = AB(\cos\theta_2 - \cos\theta_1) = 30\times10^{-4}\times0.12(\cos37° - \cos0)$$

$$\therefore\ \Delta\Phi_B = 0.36\times10^{-3}(0.8-1) = 0.36\times10^{-3}\times(-0.2) = -0.072\times10^{-3}\,wb$$

مثال/25 قطعة من الورق المقوى مساحتها $240cm^2$ وضعت في مجال مغناطيسي شدته 25mT اوجد الفيض المغناطيسي الذي يخترق سطح الورقة عندما يكون مستوي الورقة :

1- عمودي على متجه كثافة الفيض المغناطيسي
2- يصنع زاوية 30° مع متجه كثافة الفيض المغناطيسي

الحل/

$A=240cm^2 =240 \times 10^{-4} =24 \times 10^{-3}m^2$, $B =25mT =25 \times 10^{-3}T$

1- $\Phi_B = AB\cos\theta = 24\times10^{-3}\times25\times10^{-3}\cos0 = 600\times10^{-6} = 6\times10^{-4}wb$

2- $\Phi_B = AB\cos\theta = 24\times10^{-3}\times25\times10^{-3}\cos60° = 600\times10^{-6}\times\frac{1}{2} = 3\times10^{-4}wb$

مثـال/26 وضـعت حلقـة دائريـة مسـاحتها $1800cm^2$ فـي مجـال مغناطيسـي شـدته 30mT . اوجـد الفـيض المغناطيسي الذي يخترق الحلقة عندما يصنع متجه المساحة مع متجه كثافة الفيض المغناطيسي زاوية مقدارها :

1- 0^o 2- 90^o 3- 37^o

الحل/

$A=1800cm^2 =1800 \times 10^{-4} =18 \times 10^{-2}m^2$, $B =30mT =30 \times 10^{-3} =3 \times 10^{-2}T$

1- $\Phi_B = AB\cos\theta = 18\times10^{-2}\times3\times10^{-2}\cos0 = 54\times10^{-4}wb$

2- $\Phi_B = AB\cos\theta = 18\times10^{-2}\times3\times10^{-2}\cos90° = 0$

3- $\Phi_B = AB\cos\theta = 18\times10^{-2}\times3\times10^{-2}\cos37° = 54\times10^{-4}\times0.8 = 432\times10^{-4}wb$

مثال/27 احسب الفيض المغناطيسي للأرض الذي شدته $8\times10^{-5}T$ خلال حلقة مربعة الشكل مساحتها $25cm^2$

(1) عندما يكون متجه كثافة الفيض المغناطيسي عموديا على مساحة الحلقة .

(2) عندما يصنع متجه كثافة الفيض المغناطيسي زاوية مقدارها 30^o مع متجه مساحة الحلقة

(3) عندما يصنع متجه كثافة الفيض المغناطيسي زاوية مقدارها 90^o مع متجه مساحة الحلقة.

الحل/

1- $\Phi_B = AB\cos\theta = 25\times10^{-4}\times8\times10^{-5}\cos0 = 200\times10^{-9} = 2\times10^{-7}wb$

2- $\Phi_B = AB\cos\theta = 25\times10^{-4}\times8\times10^{-5}\cos30° = 200\times10^{-9}\times\frac{\sqrt{3}}{2} = 100\sqrt{3}\times10^{-9}wb$

3- $\Phi_B = AB\cos\theta = 25\times10^{-4}\times8\times10^{-5}\cos90° = 0$

مثال/ حلقة دائرية موصلة مساحتها $25cm^2$ موضوعة في مجال مغناطيسي منتظم كثافة فيضه 6mT فاذا كان الفيض الذي يخترقها $75\times10^{-7}wb$ احسب الزاوية بين مستواها واتجاه كثافة الفيض المغناطيسي.

قانون فراداي :

مثال/28 لفة موصلة مساحتها $(10cm^2)$ ومستواها عمودي على مجال مغناطيسي منتظم كثافة فيضه (0.1T) اذا تلاشى هذا المجال الى الصفر في زمن قدره (1ms) فما معدل القوة الدافعة الكهربائية المحتثة المتولدة على طرفيها.

الحل/

$A=10cm^2 =10 \times 10^{-4} =10^{-3}m^2$, $\Delta t =1ms =1 \times 10^{-3}s$

$\Delta\Phi =A(B_2 - B_1)\cos\theta =10^{-3}(0 - 0.1)\cos0 =-10^{-4}wb$

$\varepsilon_{ind} = -N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = -1\times\frac{-10^{-4}}{10^{-3}} = 0.1V$

مثـال/29 ملـف عدد لفاتـه 50 لفـة ومسـاحة كـل لفـة مـن لفاتـه المتماثلـة $10cm^2$ ومسـتواه عمـودي علـى فـيض مغناطيسي كثافته 0.1T فاذا تلاشى هذا الفيض الى الصفر خلال (1ms) فما معدل القوة الدافعة الكهربائية المتولدة على طرفي هذا الملف.

الحل/

$\Delta\Phi =A(B_2 - B_1)\cos\theta =10 \times 10^{-4} (0 - 0.1) \times 1= -10^{-4}wb$

$$\varepsilon_{ind} = -N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = -50\times\frac{-10^{-4}}{10^{-3}} = 0.1V$$

مثال/30 ملف يتكون من (100 لفة) ومساحة اللفة الواحدة $(10cm^2)$ ومستواه عمودي على مجال مغناطيسي منتظم فاذا تناقصت كثافة الفيض المغناطيسي بمعدل (0.1T/s) فما مقدار القوة الدافعة الكهربائية المحتثة على طرفي الملف؟

الحل/

$A = 10cm^2 = 10\times10^{-4} = 10^{-3}m^2$

$$\varepsilon_{ind} = -NA\cos\theta\frac{\Delta B}{\Delta t} = -100\times10^{-3}\times\cos0\times-0.1 = 0.01V$$

مثال/31 ملف عدد لفاته 100 لفة يقطع فيض مقداره $(4\times10^{-3}wb)$ ثم تلاشى هذا الفيض خلال 0.02s اوجد القوة الدافعة الكهربائية المحتثة المتولدة .

الحل/

$\Delta\Phi_B = \Phi_{B2} - \Phi_{B1} = 0 - 4\times10^{-3} = -4\times10^{-3}wb$

$$\varepsilon_{ind} = -N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = -100\times\frac{-4\times10^{-3}}{0.02} = 100\times0.2 = 20V$$

مثال/32 ملف عدد لفاته 200 لفة ومساحة كل منها $2\times10^{-4}\ m^2$ احسب القوة الدافعة الكهربائية المحتثة المتولدة بين طرفيه عندما تتغير شدة المجال المغناطيسي العمودي على مستوي الملف من صفر إلى 0.5T خلال زمن مقداره 0.02s .

الحل/

$\Delta\Phi_B = A\ .\Delta B = A(B_2 - B_1) = 2\times10^{-4}(0.5 - 0) = 1\times10^{-4}\ wb$

$$\varepsilon_{ind} = -N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = -200\times\frac{1\times10^{-4}}{0.02} = 1V$$

مثال/33 حلقة موصلة مقفلة مساحتها $(10cm^2)$ مستواها عمودي على مجال مغناطيسي منتظم كثافة فيضه (0.1T) اذا تلاشى هذا المجال الى الصفر في زمن قدره (0.001s) فما معدل القوة الدافعة الكهربائية المحتثة؟

الحل/

$\Delta\Phi_B = A(B_2 - B_1) = 10\times10^{-4}\ (0 - 0.1) = -10^{-4}\ wb$

$$\varepsilon_{ind} = -\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = -\frac{-10^{-4}}{0.001} = 0.1V$$

مثال/34 اذا أُخرج ملف دائري عدد لفاته (100) لفة ونصف قطره 10cm من منطقة مجال مغناطيسي شدته (4T) عمودي على مستواه خلال زمن 0.02s احسب مقدار القوة الدافعة الكهربائية المحتثة المتولدة في الملف.

الحل/

$A = \pi\ r^2 = 3.14\times(0.1)^2 = 3.14\times10^{-2}\ m^2$

$\Delta\Phi_B = A(B_2 - B_1) = 3.14\times10^{-2}\times(0 - 4) = -12.56\times10^{-2}\ wb$

$$\varepsilon_{ind} = -N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = -100\times\frac{-12.56\times10^{-2}}{0.02} = 628V$$

مثال/35 ملف عدد لفاته 100 لفة ومساحة كل منها $20cm^2$ موضوع عموديا على مجال مغناطيسي كثافة فيضه 0.2T فإذا قلب الملف في 0.2s اوجد معدل القوة الدافعة الكهربائية المحتثة.

الحل/

عندما يقلب الملف فان

$$\Delta B = -2B \quad \Rightarrow \quad \Delta B = -2 \times 0.2 = -0.4T$$

$$\varepsilon_{ind} = -NA\frac{\Delta B}{\Delta t}\cos\theta = -100 \times 20 \times 10^{-4} \times \frac{-0.4}{0.2}\cos 0 = 0.4V$$

مثال/36 ملف مستطيل الشكل أبعاده 50cm ، 30cm مكون من لفة واحدة ، موضوع عموديا على مجال مغناطيسي كثافة فيضه 3×10^{-3} T ما مقدار الفيض المغناطيسي الذي يخترقه ، وما مقدار القوة الدافعة الكهربائية المحتثة اذا سحب هذا الملف من المجال في زمن قدره 0.05s ؟

الحل/

$A=30\times50=1500cm^2=1500\times10^{-4}=0.15m^2$

$\Phi_B=AB\cos\theta=0.15\times3\times10^{-3}\cos 0=0.45\times10^{-3}$ wb

$$\varepsilon_{ind} = -N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = -1\times\frac{\Phi_2-\Phi_1}{0.05} = -\frac{0-0.45\times10^{-3}}{0.05} = 9\times10^{-3}V$$

مثال/37 وضع ملف دائري في مجال مغناطيسي منتظم بحيث كان مستواه عموديا على المجال ثم اخرج الملف بعيدا عن المجال فتغير الفيض المغناطيسي بمقدار 4×10^{-3}wb خلال زمن قدره 2×10^{-4}s ثانية فإذا كانت مقاومة أسلاك الملف 2Ω فما مقدار شدة التيار المار في الملف .

الحل/

$$\varepsilon_{ind} = -N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = -1\times\frac{-4\times10^{-3}}{2\times10^{-4}} = -20V$$

$$I = \frac{\varepsilon_{ind}}{R} = \frac{20}{2} = 10A$$

مثال/38 ملف مكون من 100 لفة ومساحة كل منها $10cm^2$ ومقاومته 1.5Ω ويتصل طرفاه بكَلفانومتر مقاومته 2.5Ω، وضع الملف في مجال مغناطيسي منتظم كثافته 0.1T بحيث كانت خطوط المجال المغناطيسي عمودية على مستوى اللفات0ما مقدار التيار المار في الملف إذا زادت كثافة الفيض المغناطيسي إلى 0.2T خلال زمن قدره 0.05s.

الحل/

$R=1.5+2.5=4\Omega$

$\Delta\Phi_B=A(B_2-B_1)=10\times10^{-4}(0.2-0.1)=1\times10^{-4}$ wb

$$\varepsilon_{ind} = -N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = -100\times\frac{1\times10^{-4}}{0.05} = -0.2V$$

$$I = \frac{\varepsilon_{ind}}{R} = \frac{0.2}{4} = 0.05A$$

مثال/39 ملف مكون من 500 لفة ، مساحة اللفة الواحدة $8cm^2$ ومستواه عمودي على مجال مغناطيسي منتظم تغيرت كثافة الفيض المغناطيسي المار خلاله من 0.2T إلى 0.6T خلال زمن قدره 0.2s . ما مقدار القوة الدافعة الكهربائية المحتثة المتولدة على طرفيه ؟

الحل/

$\Delta B=B_2-B_1=0.6-0.2=0.4T \quad , \quad A=8cm^2=8\times10^{-4}m^2$

$$\varepsilon_{ind} = -NA\cos\theta\frac{\Delta B}{\Delta t} = -500\times8\times10^{-4}\cos 0\frac{0.4}{0.2} = -4000\times10^{-4}\times1\times2 = -0.8V$$

مثال/40 ملف عدد لفاته 50 لفة ومساحة مقطعه $10cm^2$ ومستواه عمودي على فيض مغناطيسي، احسب القوة الدافعة الكهربائية المحتثة فيه اذا تغيرت كثافة الفيض المغناطيسي فيه من 0.1T إلى 0.01T خلال 0.001s .
(4.5V)

الحل/

$A=10cm^2=10\times10^{-4}=10^{-3}m^2$, $\Delta B=B_2-B_1=0.01-0.1=-0.09T$

$$\varepsilon_{ind}=-NA\cos\theta\frac{\Delta B}{\Delta t}=-50\times10^{-3}\cos0\times\frac{-0.09}{0.001}=4.5V$$

مثال/41 ملف عدد لفاته 400 لفة ومساحة اللفة الواحدة $10cm^2$ وضع في مجال مغناطيسي كثافة فيضه 0.1T واتجاهه عمودي على مستوي الملف احسب القوة الدافعة الكهربائية المحتثة المتولدة على طرفي الملف إذا ابعد الملف عن المجال خلال مدة $5\times10^{-3}s$.

الحل/

$A=10cm^2=10\times10^{-4}=10^{-3}m^2$, $\Delta B=B_2-B_1=0-0.1=-0.1T$

$$\varepsilon_{ind}=-NA\cos\theta\frac{\Delta B}{\Delta t}=-400\times10^{-3}\cos0\times\frac{-0.1}{5\times10^{-3}}=8V$$

مثال/42 ملف مربع الشكل طول ضلعه 10cm وعدد لفاته 500 لفة وضع بحيث يصنع زاوية قائمة مع خطوط الفيض المغناطيسي الذي يتغير بمقدار 0.01T/s فما معدل القوة الدافعة الكهربائية المحتثة المتولدة على طرفيه .

الحل/

$A=10cm\times10cm=100cm^2=100\times10^{-4}=10^{-2}m^2$

$$\varepsilon_{ind}=-NA\cos\theta\frac{\Delta B}{\Delta t}=-500\times10^{-2}\cos0\times0.01=-0.05V$$

مثال/43 ملف مستطيل الشكل ابعاده 5cm,10cm يحتوي على 200 لفة وضع عموديا على مجال مغناطيسي منتظم كثافة فيضه $4\times10^{-3}T$ فاذا قلب الملف في 0.1s فما مقدار القوة الدافعة الكهربائية المحتثة المتولدة على طرفيه ؟

الحل/

$A=5cm\times10cm=50cm^2=50\times10^{-4}=5\times10^{-3}m^2$

$\Delta\cos\theta=\cos\theta_2-\cos\theta_1=\cos180°-\cos o=-1-1=-2$

$$\varepsilon_{ind}=-NAB\frac{\Delta\cos\theta}{\Delta t}=-200\times5\times10^{-3}\times4\times10^{-3}\times\frac{-2}{0.1}=1000\times4\times10^{-6}\times20=0.08V$$

مثال/44 ملف عدد لفاته 500 لفة ومساحة اللفة الواحدة $100cm^2$ وضع في مجال مغناطيسي منتظم كثافة فيضه 0.2T بحيث كان مستواه عموديا على المجال احسب القوة الدافعة الكهربائية المحتثة المتولدة على طرفيه عندما :

1 - يتلاشى المجال خلال زمن مقداره 0.1s

2 - ينعكس اتجاه المجال المغناطيسي خلال تلك الفترة.

الحل/

$A=100cm^2=100\times10^{-4}=10^{-2}m^2$

1- $\Delta B=B_2-B_1=0-0.2=-0.2T$

$$\varepsilon_{ind}=-NA\cos\theta\frac{\Delta B}{\Delta t}=-500\times10^{-2}\cos0\times\frac{-0.2}{0.1}=10V$$

2- $\Delta B=B_2-B_1=-0.2-0.2=-0.4T$

$$\varepsilon_{ind} = -NA\cos\theta\frac{\Delta B}{\Delta t} = -500\times10^{-2}\cos0\times\frac{-0.4}{0.1} = 20V$$

مثال/45 ملف مقاومته 5Ω وعدد لفاته 120 لفة ومساحة مقطع احدى لفاته المتماثلة $5cm^2$ موصلة بطرفي كلفانوميتر مقاومته 7Ω سجل الكلفانوميتر تيار شدته 10mA أثناء تدوير الملف خلال 0.02s من الوضع العمودي على المجال الى الوضع الذي يوازي المجال المغناطيسي أحسب
1- معدل القوة الدافعة الكهربائية المحتثة.
2- كثافة الفيض المغناطيسي.

الحل/

$$\varepsilon_{ind} = I.R = 10\times10^{-3}(5+7) = 0.12V$$

$$\varepsilon_{ind} = -NAB\frac{\Delta\cos\theta}{\Delta t} \quad\Rightarrow\quad 0.12 = -120\times5\times10^{-4}B\frac{(\cos90-\cos0)}{0.02}$$

$$24\times10^{-4} = -600\times10^{-4}B(0-1)$$

$$\therefore\quad B = \frac{24}{600} = 0.04T$$

مثال/46 ملف عدد لفاته 250 لفة ومساحة اللفة الواحدة $12cm^2$ وضع في مجال مغناطيسي منتظم كثافة فيضه 0.06T بحيث كان مستوي الملف عموديا على اتجاه المجال . احسب معدل القوة الدافعة الكهربائية المحتثة المتولدة إذا : 1- ادير الملف 90^o خلال 0.01s 2- قلب الملف خلال 0.01s . (3.6V ، 1.8V)

الحل/

1- $\Delta\cos\theta = \cos\theta_2 - \cos\theta_1 = \cos90^\circ - \cos0 = 0-1 = -1$, $A = 12cm^2 = 12\times10^{-4}m^2$

$$\varepsilon_{ind} = -NAB\frac{\Delta\cos\theta}{\Delta t} = -250\times12\times10^{-4}\times0.06\frac{-1}{0.01} = 3000\times10^{-4}\times6 = 1.8V$$

2- $\Delta\cos\theta = \cos\theta_2 - \cos\theta_1 = \cos180^\circ - \cos0 = (-1-1) = -2$

$$\varepsilon_{ind} = -NAB\frac{\Delta\cos\theta}{\Delta t} = -250\times12\times10^{-4}\times0.06\frac{-2}{0.01} = 3000\times10^{-4}\times12 = 3.6V$$

مثال/47 ملف عدد لفاته 100 لفة ومساحة اللفة الواحدة $200cm^2$ ومقاومته 10Ω وضع داخل مجال مغناطيسي منتظم بحيث يكون مستواه عمودي على المجال فإذا تناقص المجال المغناطيسي بمعدل 10T/s فما مقدار التيار المحتث المار فيه .

الحل/

$A = 200cm^2 = 200\times10^{-4} = 2\times10^{-2}m^2$

$$\varepsilon_{ind} = -NA\cos\theta\frac{\Delta B}{\Delta t} = -100\times2\times10^{-2}\cos0\times(-10) = 20V$$

$$I_{ind} = \frac{\varepsilon_{ind}}{R} = \frac{20}{10} = 2A$$

مثال/48 ملف مساحة مقطعه العرضي $30cm^2$ وعدد لفاته 800 لفة وضع بحيث كان مستواه عموديا على المجال المغناطيسي فإذا تغيرت كثافة الفيض المغناطيسي من 0.1T إلى 0.9T في زمن قدره 0.2s وكانت مقاومة هذا الملف 5Ω احسب شدة التيار المار في الملف وما مقدار الشحنة الكهربائية التي تمر خلال 0.2s .

الحل/

$\Delta B = B_2 - B_1 = 0.9 - 0.1 = 0.8T$, $A = 30cm^2 = 30\times10^{-4} = 3\times10^{-3}m^2$

$$\varepsilon_{ind} = -NA\cos\theta\frac{\Delta B}{\Delta t} = -800\times3\times10^{-3}\times\cos0\frac{0.8}{0.2} = -9.6V$$

$$I = \frac{\varepsilon_{ind}}{R} = \frac{9.6}{5} = 1.92A$$

$$q = I\Delta t = 1.92 \times 0.2 = 0.384C$$

مثال/49 ملف عدد لفاته 300 لفة أبعاده 10cm ، 20cm وضع عموديا على مجال مغناطيسي كثافة فيضه 0.5T احسب :

1- الفيض المغناطيسي الذي يخترق الملف .

2 - مقدار القوة الدافعة الكهربائية المحتثة إذا قلب الملف في زمن قدره 0.1s .

3- مقدار القوة الدافعة الكهربائية المحتثة المتولدة إذا دار الملف ربع دورة خلال 0.1s .

4- مقدار القوة الدافعة الكهربائية المحتثة المتولدة عند تغير الفيض من 0.5T إلى 0.1T خلال 0.2s .

الحل/

$A = 20cm \times 10cm = 200cm^2 = 200 \times 10^{-4} = 2 \times 10^{-2}m^2$

1- $\Phi_B = AB\cos\theta = 2\times10^{-2} \times 0.5\cos 0 = 0.01wb$

2- $\Delta\cos\theta = \cos\theta_2 - \cos\theta_1 = \cos180° - \cos0 = -1 - 1 = -2$

$$\varepsilon_{ind} = -NAB\frac{\Delta\cos\theta}{\Delta t} = -300 \times 2 \times 10^{-4} \times 0.5 \times \frac{-2}{0.1} = 0.6V$$

3- $\Delta\cos\theta = \cos\theta_2 - \cos\theta_1 = \cos90° - \cos0 = 0 - 1 = -1$

$$\varepsilon_{ind} = -NAB\frac{\Delta\cos\theta}{\Delta t} = -300 \times 2 \times 10^{-4} \times 0.5 \times \frac{-1}{0.1} = 0.3V$$

4- $\Delta B = B_2 - B_1 = 0.1 - 0.5 = -0.4T$

$$\varepsilon_{ind} = -NA\cos\theta\frac{\Delta B}{\Delta t} = -300 \times 2 \times 10^{-2}\cos0\frac{-0.4}{0.2} = 12V$$

مثال/50 ملف مستطيل عدد لفاته 400 لفة وضع في فيض مغناطيسي كثافته 0.4T بحيث كان مستواه عموديا على الفيض فإذا علمت ان مساحة مقطع لفاته $12cm^2$ احسب القوة الدافعة الكهربائية المحتثة المتولدة في هذا الملف في الحالات الآتية:

1- إذا قلب الملف في 0.4s .

2- إذا تزيدت كثافة الفيض إلى 0.8T في 0.2s

3 - إذا تناقصت كثافة الفيض إلى 0.1T خلال 0.03s .

4- إذا ابعد الملف عن الفيض في زمن قدره 0.1s .

الحل/

$A = 12cm^2 = 12 \times 10^{-4}m^2$

1- $\Delta\cos\theta = \cos\theta_2 - \cos\theta_1 = \cos180° - \cos0 = -1 - 1 = -2$

$$\varepsilon_{ind} = -NAB\frac{\Delta\cos\theta}{\Delta t} = -400 \times 12 \times 10^{-4} \times 0.4 \times \frac{-2}{0.4} = 0.96V$$

2- $\Delta B = B_2 - B_1 = 0.8 - 0.4 = 0.4T$

$$\varepsilon_{ind} = -NA\cos\theta\frac{\Delta B}{\Delta t} = -400 \times 12 \times 10^{-4} \times \cos0\frac{0.4}{0.2} = -0.96V$$

3- $\Delta B = B_2 - B_1 = 0.1 - 0.4 = -0.3T$

$$\varepsilon_{ind} = -NA\cos\theta\frac{\Delta B}{\Delta t} = -400 \times 12 \times 10^{-4} \times \cos0\frac{-0.3}{0.03} = 4.8V$$

4- $\Delta B = B_2 - B_1 = 0 - 0.4 = -0.4T$

$$\varepsilon_{ind} = -NA\cos\theta\frac{\Delta B}{\Delta t} = -400\times12\times10^{-4}\times\cos0\frac{-0.4}{0.1} = 1.92V$$

مثال/51 ملف عدد لفاته 20 لفة ومساحة مقطعه $1.5cm^2$ ومقاومته 4Ω مربوط إلى كَلفانوميتر مقاومته 16Ω مستواه عمودي على مجال منتظم كثافة فيضه 1.8T ما مقدار الشحنة المارة في الكَلفانومتر عندما يسحب الملف خارج المجال المغناطيس .

الحل/

$\Delta B = B_2 - B_1 = 0 - 1.8 = -1.8T$, $A=1.5cm^2 = 1.5\times10^{-4}m^2$

$R=R_{ملف} + R_G = 4 + 16 = 20\Omega$

$$\varepsilon_{ind} = -NA\cos\theta\frac{\Delta B}{\Delta t} \Rightarrow IR = -NA\cos\theta\frac{\Delta B}{\Delta t} \Rightarrow \frac{qR}{\Delta t} = -NA\cos0\frac{\Delta B}{\Delta t}$$

$$q\times20 = -20\times1.5\times10^{-4}\times1\times(-1.8)$$

$$\therefore\quad q = \frac{54\times10^{-4}}{20} = 27\times10^{-5}C$$

مثال/52 ملف يتكون من (50 لفة) ومستوي اللفة الواحدة عمودي على فيض مغناطيسي منتظم فاذا تنامى الفيض المغناطيسي من الصفر الى 5×10^5 ماكسويل خلال زمن قدره ثانية واحدة فما معدل القوة الدافعة الكهربائية المحتثة المتولدة على طرفي الملف؟ واذا كانت مقاومة الملف 0.25Ω فما معدل التيار المحتث المار في الدائرة؟

الحل/

$$\Delta\Phi_B = \Phi_{B2} - \Phi_{B1} = 5\times10^5 - 0 = 5\times10^5 \max = 5\times10^5\times10^{-8} = 5\times10^{-3}wb$$

$$\varepsilon_{ind} = -N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = -50\times\frac{5\times10^{-3}}{1} = -0.25V$$

$$I = \frac{\varepsilon_{ind}}{R} = \frac{0.25}{0.25} = 1A$$

مثال/53 ملف سلكي مستطيل الشكل ابعاده (10cm , 20cm) ويتكون من لفة واحدة ومستواه عمودي على مجال مغناطيسي منتظم كثافة فيضه 3mT فاذا دار الملف من الوضع الذي يكون مستواه شاقولي على المجال الى الوضع الذي يكون مستواه افقي على المجال خلال (5ms) فما معدل القوة الدافعة الكهربائية المحتثة المتولدة على طرفي الملف؟ (0.012)

الحل/

$A=10cm\times20cm = 200cm^2 = 200\times10^{-4} = 2\times10^{-2}m^2$

$$\Delta\Phi_B = AB(\cos\theta_2 - \cos\theta_1) = 2\times10^{-2}\times3\times10^{-3}(\cos90° - \cos0) = 6\times10^{-5}(0-1) = -6\times10^{-5}wb$$

$$\varepsilon_{ind} = -N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = -1\times\frac{-6\times10^{-5}}{5\times10^{-3}} = 0.012V$$

مثال/54 ملف يتكون من 1000 لفة ومساحة اللفة الواحدة $0.01m^2$ يتحرك في مجال مغناطيسي منتظم كثافة فيضه 0.32T عمودي على مستوي الملف فاذا تلاشى المجال الى الصفر خلال 0.8s فما مقدار القوة الدافعة الكهربائية المحتثة على طرفي الملف ؟

الحل/

$\Delta\Phi_B = A(B_2 - B_1)\cos\theta = 0.01\,(0-0.32)\cos0 = -32\times10^{-4}wb$

$$\varepsilon_{ind} = -N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = -1000\times\frac{-32\times10^{-4}}{0.8} = 4V$$

مثال/55 ملف سلكي عدد لفاته 100لفة ربط الى كَلفانوميتر والمقاومة الكلية للدائرة 100Ω ومستواه عمودي على فيض مغناطيسي منتظم فاذا تنامى الفيض المغناطيسي من الصفر الى 5×10^{-3} wb خلال 2×10^{-2}s احسب :
1- معدل القوة الدافعة الكهربائية المحتثة　　2- التيار المحتث المار في الدائرة.

الحل/

1- $\Delta\Phi_B = \Phi_{B2} - \Phi_{B1} = 0.5 - 0 = 0.5wb$

$$\varepsilon_{ind} = -N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = -100\times\frac{5\times10^{-3}}{2\times10^{-2}} = -25V$$

$$I_{ind} = \frac{\varepsilon_{ind}}{R} = \frac{25}{100} = 0.25A$$

مثال/56 ملف عدد لفاته 800 لفة موضوع داخل مجال مغناطيسي منتظم وبمستوي عمودي عليه ربط الى طرفيه كَلفانوميتر فكانت المقاومة الكلية للدائرة 50Ω فاذا سحب الملف خارج المجال مر تيار في الدائرة مقداره 1.2A احسب:
1- القوة الدافعة الكهربائية المحتثة المتولدة على طرفي الملف .
2- المعدل الزمني للتغير بالفيض المغناطيسي الذي يخترق كل لفة من لفات الملف.

الحل/

1- $\varepsilon_{ind} = I.R = 1.2\times50 = 60V$

2- $$\varepsilon_{ind} = -N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} \Rightarrow 60 = -800\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = -\frac{60}{800} = -0.075wb/s$$

مثال/57 ملف عدد لفاته 400 لفة ومساحة اللفة الواحدة $250cm^2$ ومقاومة اسلاكه 72Ω يتصل طرفاه بكَلفانوميتر مقاومته 28Ω ومستوي الملف يعامد مجال مغناطيسي منتظم كثافة فيضه 6mT فاذا انعكس اتجاه المجال فيه خلال 2s فما مقدار :
1- معدل القوة الدافعة الكهربائية المحتثة المتولدة حول طرفيه .
2- الشحنة الكهربائية المحتثة المارة خلال الدائرة خلال هذه الفترة.

الحل/

$\because$ المجال انعكس لذلك $B_2 = -B_1 = -6mT$

1- $$\Delta\Phi_B = A(B_2 - B_1)\cos\theta = 250\times10^{-4}(-6\times10^{-3} - 6\times10^{-3})\cos0 = 25\times10^{-3}\times-12\times10^{-3}$$
$$= -300\times10^{-3} = -0.3wb$$

$$\varepsilon_{ind} = -N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = -400\times\frac{-0.3}{2} = 60V$$

2- $R = R_G + R_{\text{ملف}} = 28 + 72 = 100\Omega$

$$I_{ind} = \frac{\varepsilon_{ind}}{R} = \frac{60}{100} = 0.6A$$

$q = I\Delta t = 0.6\times2 = 1.2C$

مثال 58/ ملف عدد لفاته 200لفة ومساحة اللفة الواحدة $10cm^2$ موضوع داخل مجال مغناطيسي منتظم كثافة فيضه 0.05T بحيث ان مستواه عمودي على المجال جد معدل القوة الدافعة الكهربائية المحتثة :

1- عندما يتلاشى المجال المغناطيسي خلال 0.05T

2- عندما ينعكس المجال بالنسبة للملف خلال نفس الفترة الزمنية.

الحل/

$$1-\ \varepsilon_{ind} = -NA\cos\theta\frac{\Delta B}{\Delta t} = -NA\cos\theta\frac{B_2 - B_1}{\Delta t} = -200\times10\times10^{-4}\cos0\frac{0-0.05}{0.05} = 0.2V$$

$$2-\ \varepsilon_{ind} = -NA\cos\theta\frac{\Delta B}{\Delta t} = -NA\cos\theta\frac{B_2 - B_1}{\Delta t} = -200\times10\times10^{-4}\cos0\frac{-0.05-0.05}{0.05}$$

$$\therefore\ \varepsilon_{ind} = -0.2\times\frac{-0.1}{0.05} = 0.4V$$

مثال 59/ ملف عدد لفاته 400 لفة ومساحة اللفة الواحدة $10cm^2$ ومقاومته 15Ω مربوط الى طرفي كَلفانوميتر مقاومته 25Ω حرك الملف في مجال مغناطيسي منتظم وبمستوي عمودي على المجال فتناقصت كثافة الفيض المغناطيسي بمعدل 0.1T/s احسب :

1- معدل القوة الدافعة الكهربائية المحتثة المتولدة على طرفيه .

2- التيار المحتث المار في الدائرة.

3- الشحنة المارة في الدائرة خلال 0.2s .

الحل/

$$1-\ \varepsilon_{ind} = -NA\cos\theta\frac{\Delta B}{\Delta t} = -400\times10\times10^{-4}\cos0\times-0.1 = 0.04V$$

$$2-\ R = R_{ملف} + R_G = 15 + 25 = 40\Omega$$

$$I_{ind} = \frac{\varepsilon_{ind}}{R} = \frac{0.04}{40} = 0.001A$$

$$3-\ q = I\ .\ \Delta t = 0.001\times0.2 = 2\times10^{-4}\mu C$$

مثال 60/ ملف عدد لفاته 300لفة ومساحة اللفة الواحدة $10cm^2$ ومقاومته 10Ω وصل الى طرفي كَلفانوميتر مقاومته 20Ω و عندما دار الملف داخل مجال مغناطيسي منتظم من الوضع الذي يكون مستواه موازي الى المجال الى الوضع الذي يكون مستواه عمودي على المجال مرت شحنة في الكَلفانوميتر مقدارها $(200\mu C)$ خلال 0.01s احسب:

1- معدل القوة الدافعة الكهربائية المحتثة.   2- كثافة الفيض المغناطيسي.

الحل/

$$1-\ R = R_{ملف} + R_G = 10 + 20 = 30\Omega$$

$$I = \frac{q}{\Delta t} = \frac{200\times10^{-6}}{0.01} = 0.02A$$

$$\varepsilon_{ind} = I.R = 0.02\times30 = 0.6V$$

$$2-\ \varepsilon_{ind} = -NAB\frac{\cos\theta_2 - \cos\theta_1}{\Delta t} \quad\Rightarrow\quad -0.6 = -300\times10\times10^{-4}B\frac{\cos0^\circ - \cos90^\circ}{0.01}$$

$$-0.6 = -0.3B\frac{1-0}{0.01} \quad\Rightarrow\quad B = \frac{0.6}{30} = 0.02T$$

مثال 61/ ملف عدد لفاته 200 لفة ومساحة اللفة الواحدة $4cm^2$ ومقاومته 80Ω ربط مع كَلفانوميتر مقاومته 120Ω وعندما دار الملف داخل مجال مغناطيسي منتظم من الوضع الذي يكون مستواه عمودي على المجال الى الوضع الذي يكون مستواه موازي الى المجال مرت شحنة خلال الكَلفانوميتر مقدارها $100\mu C$ خلال 0.1s احسب:
1- القوة الدافعة الكهربائية المحتثة . 2- كثافة الفيض المغناطيسي.

الحل/

1- $R = R_{ملف} + R_G = 80 + 120 = 200\Omega$

$$I = \frac{q}{\Delta t} = \frac{100\times10^{-6}}{0.1} = 0.001A$$

$$\varepsilon_{ind} = I.R = 0.001\times200 = 0.2V$$

2- $$\varepsilon_{ind} = -NAB\frac{\cos\theta_2 - \cos\theta_1}{\Delta t} \Rightarrow 0.2 = -200\times4\times10^{-4}B\frac{\cos90^\circ - \cos0}{0.1}$$

$$-0.2 = -0.08B\frac{0-1}{0.1} \Rightarrow B = \frac{-0.2}{-0.8} = 0.25T$$

مثال 62/ ملف عدد لفاته 300لفة ومساحة اللفة الواحدة $7cm^2$ ومقاومته 100Ω يتصل مع كَلفانوميتر مقاومته 200Ω وضع الملف داخل مجال مغناطيسي وعندما دور الملف من الوضع الذي يكون مستواه عمودي على المجال الى الوضع الذي يكون مستواه موازي للمجال لمدة 0.01s انساب تيار في الدائرة مقداره 7mA احسب :
1- القوة الدافعة الكهربائية المحتثة المتولدة على طرفي الملف . 2- كثافة الفيض المغناطيسي.

الحل/

1- $R = R_{ملف} + R_G = 100 + 200 = 300\Omega$

$$\varepsilon_{ind} = I.R = 7\times10^{-3}\times300 = 2.1V$$

2- $$\varepsilon_{ind} = -NAB\frac{\cos\theta_2 - \cos\theta_1}{\Delta t} \Rightarrow 2.1 = -300\times7\times10^{-4}B\frac{\cos90^\circ - \cos0}{0.01}$$

$$2.1 = -21\times10^{-2}B\frac{0-1}{0.01} \Rightarrow B = \frac{2.1}{21} = 0.1T$$

مثال 63/ ملف مستطيل الشكل أبعاده (5cm , 8cm) وعدد لفاته (100لفة) ومقاومته (10Ω) ومستواه عمودي على اتجاه خطوط المجال المغناطيسي فاحسب المعدل الزمني للتغير في كثافة الفيض المغناطيسي اللازم لمرور تيار محتث في الملف مقداره (0.1A).

الحل/

$A = 5cm \times 8cm = 40cm^2 = 40 \times 10^{-4} = 4 \times 10^{-3}m^2$

$$\varepsilon_{ind} = IR = 0.1\times10 = 1V$$

$$\varepsilon_{ind} = -NA\cos\theta\frac{\Delta B}{\Delta t} \Rightarrow -1 = -100\times4\times10^{-3}\cos0\frac{\Delta B}{\Delta t}$$

$$\therefore \frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{1}{0.4} = \frac{10}{4} = 2.5T/s$$

مثال 64/ ملف عدد لفاته 400 لفة ومساحة اللفة الواحدة $3cm^2$ ومقاومته 200Ω ربط مع كَلفانوميتر مقاومته 400Ω فاذا دار الملف من الوضع الذي يكون مستواه عمودي على مجال مغناطيسي منتظم الى الوضع الذي يكون مستواه موازي الى المجال مرت شحنة خلال الدائرة مقدارها $100\mu C$ احسب كثافة الفيض المغناطيسي الموضوع فيه الملف؟

الحل/

$A = 3cm^2 = 3 \times 10^{-4}m^2$

$R = R_L + R_G = 200 + 400 = 600\Omega$

$$\varepsilon_{ind} = -N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} \Rightarrow IR = -N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} \Rightarrow \frac{qR}{\Delta t} = -N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}$$

$$\therefore \ \Delta\Phi_B = -\frac{qR}{N} = -\frac{100\times10^{-6}\times600}{400} = -1.5\times10^{-4}\,wb$$

$$\Delta\Phi_B = AB(\cos\theta_2 - \cos\theta_1) \Rightarrow -1.5\times10^{-4} = 3\times10^{-4}B(\cos90^o - \cos0)$$

$$-1.5\times10^{-4} = 3\times10^{-4}B(0-1) \Rightarrow B = \frac{-1.5\times10^{-4}}{-3\times10^{-4}} = 0.5wb$$

مثال/65 حلقة موصلة دائرية مساحتها $300cm^2$ ومقاومتها 8Ω ومستواها عمودي على مجال مغناطيسي منتظم كثافة فيضه $0.12T$ سحبت الحلقة من جانبيها بقوتي شد متساويتين فأصبحت مساحتها $60cm^2$ خلال فترة زمنية مقدارها $0.3s$ احسب مقدار التيار المحتث في الحلقة.

الحل/

$$A_1 = 300cm^2 = 300\times10^{-4}m^2 \quad , \quad A_2 = 60cm^2 = 60\times10^{-4}m^2$$

$$\Delta\Phi_B = (A_2 - A_1)B\cos\theta = (60\times10^{-4} - 300\times10^{-4})\times0.12\cos0 = (-240\times10^{-4})\times0.12\times1$$

$$= -28.8\times10^{-4}\,wb$$

$$\varepsilon_{ind} = -N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = -1\times\frac{-28.8\times10^{-4}}{0.3} = 96\times10^{-4}\,V$$

$$I = \frac{\varepsilon_{ind}}{R} = \frac{96\times10^{-4}}{8} = 12\times10^{-4}\,A$$

مثال/66 حلقة موصلة دائرية قطرها $20cm$ ومقاومتها 0.4Ω ومستواها عمودي على مجال مغناطيسي منتظم كثافة فيضه $0.6T$ سحبت الحلقة من جانبيها بقوتي شد متساويتين فتغير شكلها الى مستطيل طوله $30cm$ وعرضه $1.4cm$ خلال $0.2s$ احسب مقدار التيار المحتث في الحلقة .

الحل/

$$r = \frac{20}{2} = 10cm = 0.1m$$

$$A_1 = \pi r^2 = 3.14\times(0.1)^2 = 314\times10^{-4}m^2 \quad , \quad A_2 = 30cm\times1.4cm = 42cm^2 = 42\times10^{-4}m^2$$

$$\Delta\Phi_B = (A_2 - A_1)B\cos\theta = (42\times10^{-4} - 314\times10^{-4})\times0.6\cos0 = (-272\times10^{-4})\times0.6\times1$$

$$= -163.2\times10^{-4}\,wb$$

$$\varepsilon_{ind} = -N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = -1\times\frac{-163.2\times10^{-4}}{0.2} = 816\times10^{-4}\,V$$

$$I = \frac{\varepsilon_{ind}}{R} = \frac{816\times10^{-4}}{0.4} = 2040\times10^{-4} = 0.204A$$

المولد الكهربائي :

مثال/67 ملف مولد بسيط مهمل المقاومة يدور بسرعة زاوية منتظمة داخل مجال مغناطيسي منتظم وكان المقدار الاعظم للفولطية المتولدة على طرفيه $20V$ احسب :

1- المقدار الآني للفولطية المحتثة المتولدة على طرفيه اذا كانت زاوية الطور 37^o .

2- المقدار الآني للتيار عند ربط الملف الى حمل مقاومته 60Ω.

الحل/

1- $\varepsilon_{ins} = \varepsilon_{max}\sin(\omega t) \Rightarrow \varepsilon_{ins} = 20\sin37^o = 20\times0.6 = 12V$

2- $I_{ins} = \frac{\varepsilon_{ins}}{R} = \frac{12}{60} = 0.2A$

مثال/68 اذا كان المقدار الآني للقوة الدافعة الكهربائية المحتثة المتولدة على طرفي ملف 16V عندما كانت زاوية الطور 53^o ما المقدار الاعظم للتيار المار في الدائرة عندما تكون مقاومة الحمل المربوط مع الملف 80Ω .

الحل/

$$\varepsilon_{ins} = \varepsilon_{max} \sin(\omega t) \Rightarrow 16 = \varepsilon_{max} \sin(53^o) \Rightarrow 16 = \varepsilon_{max} \times 0.8$$

$$\varepsilon_{max} = \frac{16}{0.8} = 20V \quad , \quad I_{max} = \frac{\varepsilon_{max}}{R} = \frac{20}{80} = 0.25A$$

مثال/69 ملف على شكل مربع طول ضلعه 10cm وعدد لفاته 250 لفة يدور في مجال مغناطيسي منتظم كثافة فيضه $4\times10^{-3}T$ بحيث يكون محوره عموديا على خطوط المجال المغناطيسي فإذا تولدت فولطية محتثة عظمى مقدارها 5V احسب السرعة الزاوية للملف .

الحل/

$A = 10cm \times 10cm = 100cm^2 = 100 \times 10^{-4} = 10^{-2}m^2$

$$\varepsilon_{max} = NA\omega B \Rightarrow 5 = 250 \times 10^{-2} \omega \times 4 \times 10^{-3} \Rightarrow 5 = 10^{-2}\omega$$

$$\therefore \quad \omega = \frac{5}{10^{-2}} = 500 rad/s$$

مثال/70 ملف طوله 30cm وعرضه 20cm مكون من 100 لفة يدور حول محور مواز لطوله بسرعة 1500rev/min في مجال مغناطيسي كثافة فيضه 0.7T اوجد مقدار القوة الدافعة الكهربائية المحتثة في الملف أثناء دورانه عندما يمر بالأوضاع الآتية :

1- مستوى الملف عموديا على اتجاه المجال 2- مستوى الملف يميل بزاوية 60° على اتجاه المجال

3- مستوى الملف موازي للمجال.

الحل/

$A = 30cm \times 20cm = 600cm^2 = 600 \times 10^{-4} = 6 \times 10^{-2}m^2$

$$\omega = 1500 rev/min = 1500 \times \frac{2\pi}{60} = 50\pi rad/s$$

$$\varepsilon_{max} = NA\omega B = 100 \times 6 \times 10^{-2} \times 50\pi \times 0.7 = 300 \times \frac{22}{7} \times 0.7 = 660V$$

1- $\varepsilon_{ins} = \varepsilon_{max} \sin(\omega t) = 660 \sin 0 = 0$

2- $\varepsilon_{ins} = \varepsilon_{max} \sin(\omega t) = 660 \sin 30^\circ = 660 \times \frac{1}{2} = 330V$

3- $\varepsilon_{ins} = \varepsilon_{max} \sin(\omega t) = 660 \sin 90^\circ = 660V$

مثال/71 ملف سلكي عدد لفاته 280 لفة ومساحة اللفة الواحدة $50cm^2$ ومقاومته 40Ω يدور بسرعة زاوية منتظمة مقدارها 300rev/min في مجال مغناطيسي منتظم كثافة فيضه 0.2T احسب :

1- المقدار الاعظم للقوة الدافعة الكهربائية المحتثة والتيار المار في الدائرة.

2- المقدار الانى للقوة الدافعة الكهربائية المحتثة بعد مرور ($\frac{1}{60}s$) من الوضع الذي كان مقدارها صفرا.

الحل/

1- $A = 50cm^2 = 50 \times 10^{-4} = 5 \times 10^{-3}m^2$

$\omega=300rev/min=300\times\frac{2\pi}{60}=10\pi\ rad/sec$

$\varepsilon_{max}=NA\omega B=280\times5\times10^{-3}\times10\pi\times0.2=2800\pi\times10^{-3}=28\times\frac{22}{7}\times10^{-1}=8.8V$

$I_{max}=\frac{\varepsilon_{max}}{R}=\frac{8.8}{40}=0.22A$

2- $\varepsilon_{ins}=\varepsilon_{max}\sin(\omega t)=8.8\sin(10\pi\times\frac{1}{60})=8.8\sin(\frac{180}{6})=8.8\sin30^{o}=8.8\times0.5$

$\therefore\ \varepsilon_{ins}=4.4V$

مثال/72 ملف مستطيل الشكل طوله (20cm) وعرضه (30cm) وعدد لفاته 100 لفة يدور بسرعة زاوية منتظمة مقدارها (1200rev/min) داخل مجال مغناطيسي منتظم كثافة فيضه $(\frac{1}{\pi}T)$ احسب المقدار الاني للقوة الدافعة الكهربائية المحتثة بعد مرور $(\frac{1}{240}s)$ من الوضع الذي كان مقدارها صفرا.

الحل/

$A=20cm\times30cm=600cm^2=600\times10^{-4}=6\times10^{-2}m^2$

$\omega=1200rev/min=1200\times\frac{2\pi}{60}=40\pi rad/s$

$\varepsilon_{ins}=NA\omega B\sin(\omega t)=100\times6\times10^{-2}\times40\pi\times\frac{1}{\pi}\sin(40\pi\times\frac{1}{240})$

$=240\sin(\frac{\pi}{6})=240\sin30^{\circ}=240\times\frac{1}{2}=120V$

مثال/73 ملف سلكي مستطيل الشكل عدد لفاته 50 لفة وابعاده (7cm , 9cm) يدور بسرعة زاوية منتظمة مقدارها (15π rad/s) داخل مجال مغناطيسي منتظم كثافة فيضه $(0.8wb/m^2)$ احسب :

1- المقدار الاعظم للقوة الدافعة الكهربائية المحتثة في الملف .

2- القوة الدافعة الكهربائية المحتثة الآنية في الملف بعد مرور $(\frac{1}{90}s)$ من الوضع الذي كان مقدارها صفرا.

الحل/

$A=9cm\times7cm=63cm^2=63\times10^{-4}m^2$

1- $\varepsilon_{max}=NA\omega B=50\times63\times10^{-4}\times15\pi\times0.8=50\times63\times10^{-4}\times15\times\frac{22}{7}\times0.8$

$=11.88V$

2- $\varepsilon_{ins}=\varepsilon_{max}\sin(\omega t)=11.88\sin(15\pi\times\frac{1}{90})=11.88\times10^{-4}\sin(\frac{\pi}{6})$

$=11.88\sin30^{o}=11.88\times0.5=5.94V$

مثال/74 ملف مستطيل الشكل ابعاده (10cm , 20cm) وعدد لفاته 50 لفة يدور بسرعة زاوية منتظمة مقدارها (1200rev/min) داخل مجال مغناطيسي منتظم كثافة فيضه 0.3T احسب :

1- المقدار الاعظم للقوة الدافعة الكهربائية المحتثة.

2- القوة الدافعة الكهربائية المحتثة الانية في الملف بعد مرور $\frac{1}{120}s$ من الوضع الذي كان مقدارها صفرا.

3- القدرة الآنية اذا ربط الملف مع مقاومة 6Ω (اهمل مقاومة الملف) عندما تكون زاوية الطور 37^{o} .

الحل/

$A = 10cm \times 20cm = 200cm^2 = 200 \times 10^{-4} = 2 \times 10^{-2} m^2$

$\omega = 1200 rev/min = 1200 \times \frac{2\pi}{60} = 40\pi rad/sec$

1- $\varepsilon_{max} = NA\omega B = 50 \times 2 \times 10^{-2} \times 40\pi \times 0.3 = 12\pi V$

2- $\varepsilon_{ins} = \varepsilon_{max}\sin(\omega t) \Rightarrow \varepsilon_{ins} = 12\pi\sin(40\pi \times \frac{1}{240}) = 12\pi\sin(\frac{\pi}{6}) = 12\pi\sin 30^\circ$

$\varepsilon_{ins} = 6\pi V$

3- $I_{max} = \frac{\varepsilon_{max}}{R} = \frac{12\pi}{6} = 2\pi A$

$I_{ins} = I_{max}\sin(\omega t) = 2\pi\sin 37^\circ = 2\pi \times 0.6 = 1.2\pi A$

$P = I_{ins}^2 R = (1.2\pi)^2 \times 6 = 1.44\pi^2 \times 6 = 8.64\pi^2 w$

مثال/75 ملف مستطيل الشكل طوله 10cm وعرضه 6cm وعدد لفاته 100لفة يدور داخل مجال مغناطيسي منتظم كثافة فيضه $(\frac{2}{\pi}T)$ وكان أعظم مقدار للفولطية المحتثة على طرفي الملف 24V والقدرة العظمى المجهزة للحمل المربوط مع الملف (6W) احسب :

1- السرعة الزاوية التي يدور بها الملف .

2- المقدار الاعظم للتيار المنساب في الحمل.

الحل/

1- $A = 10cm \times 6cm = 60cm^2 = 60 \times 10^{-4} = 6 \times 10^{-3} m^2$

$\varepsilon_{max} = NA\omega B \Rightarrow 24 = 100 \times 6 \times 10^{-3}\,\omega \times \frac{2}{\pi} \Rightarrow 24\pi = 12 \times 10^{-1}\omega$

$\omega = \frac{24\pi}{12 \times 10^{-1}} = 20\pi rad/s$

2- $P_{max} = I_{max}\varepsilon_{max} \Rightarrow 6 = I_{max} \times 24 \Rightarrow I_{max} = \frac{6}{24} = 0.25A$

مثال/76 ملف عدد لفاته 50 لفة ومساحة اللفة الواحدة $25cm^2$ ومقاومته 10Ω يدور داخل مجال مغناطيسي منتظم كثافة فيضه $(\frac{2}{\pi}T)$ وبسرعة زاوية منتظمة مقدارها (10πrad/s) احسب :

1- أعظم مقدار للفولطية المحتثة على طرفي الملف .

2- المقدار الآني للتيار المحتث المار في الدائرة بعد مرور $\frac{1}{60}s$.

الحل/

1- $\varepsilon_{max} = NA\omega B = 50 \times 25 \times 10^{-4} \times 10\pi \times \frac{2}{\pi} = 2.5V$

2- $\varepsilon_{ins} = \varepsilon_{max}\sin(\omega t) = 2.5\sin(10\pi \times \frac{1}{60}) = 2.5\sin 30^\circ = 2.5 \times 0.5 = 1.25V$

$I_{ins} = \frac{\varepsilon_{ins}}{R} = \frac{1.25}{10} = 0.125A$

مثال/77 ملف عدد لفاته 500 لفة ومساحة اللفة الواحدة $10cm^2$ ومقاومته 5Ω مربوط مع كَلفانوميتر مقاومته 15Ω فاذا دار الملف بسرعة زاوية منتظمة مقدارها (300rev/min) داخل مجال مغناطيسي منتظم كثافة فيضه 0.4T فاحسب :

1- ذروة الفولطية . 2- المقدار الاني للتيار المحتث في الدائرة اذا كانت زاوية الطور 30^o .

الحل/

$$\omega = 300rev/min = 300 \times \frac{2\pi}{60} = 10\pi rad/sec$$

$$1-\ \ \varepsilon_{max} = NA\omega B = 500 \times 10 \times 10^{-4} \times 10\pi \times 0.4 = 2\pi V = 2 \times 3.14 = 6.28V$$

$$2-\ \ \varepsilon_{ins} = \varepsilon_{max}\sin(\omega t) = 6.28\sin 30^\circ = 6.28 \times \frac{1}{2} = 3.14V$$

$$R = R_{ملف} + R_G = 5 + 15 = 20\Omega$$

$$I_{ins} = \frac{\varepsilon_{ins}}{R} = \frac{3.14}{20} = 0.157A$$

مثال/78 ملف لمولد تيار مستمر عدد لفاته 600 لفة ومساحة اللفة الواحدة $100cm^2$ ومقاومة الملف 7Ω يدور بسرعة زاوية منتظمة داخل مجال مغناطيسي منتظم كثافة فيضه 0.5T وصل الملف بكَلفانوميتر مقاومته 8Ω فكان متوسط التيار الذي يجهزه الملف 1.272A ما مقدار السرعة الزاوية التي يدور بها الملف؟

الحل/

$$I_{ins} = 0.636 I_{max} \quad \Rightarrow \quad 1.272 = 0.636 I_{max} \quad \Rightarrow \quad I_{max} = \frac{1.272}{0.636} = 2A$$

$$R = R_{ملف} + R_G = 7 + 8 = 15\Omega$$

$$\varepsilon_{max} = I_{max} R = 2 \times 15 = 30V$$

$$\varepsilon_{max} = NA\omega B \quad \Rightarrow \quad 30 = 600 \times 100 \times 10^{-4} \times \omega \times 0.5 \quad \Rightarrow \quad 30 = 3\omega$$

$$\therefore \ \ \omega = 10 rad/s$$

الحث الذاتي :

مثال/79 اذا تغير التيار في ملف من امبير واحد الى الصفر في زمن قدره (ملي ثانية) كانت القوة الدافعة الكهربائية المحتثة على طرفيه (4V) فما مقدار معامل الحث الذاتي للملف؟

الحل/

$$\Delta I = I_2 - I_1 = 0 - 1 = -1A$$

$$L = -\frac{\varepsilon_{ind}}{\frac{\Delta I}{\Delta t}} = -\frac{4}{\frac{-1}{1 \times 10^{-3}}} = 4 \times 10^{-3} H$$

مثال/80 ملف عدد لفاته 400 لفة اذا تغير التيار فيه من 4A الى الصفر سبب تغيرا في الفيض المغناطيسي من $5\ \times 10^{-3}wb$ الى الصفر احسب معامل الحث الذاتي للملف.

الحل/

$$N\Delta\Phi_B = L\,\Delta I \quad \Rightarrow \quad N(\Phi_{B2} - \Phi_{B1}) = L\,(I_2 - I_1)$$

$$400(0 - 5\times10^{-3}) = L\,(0 - 4) \quad \Rightarrow \quad -2000 \times 10^{-3} = -4L$$

$$\therefore \ \ L = \frac{2}{4} = 0.5H$$

مثال/ ملف عدد لفاته 100 لفة ومعامل حثه الذاتي 0.5H يمر به تيار ثابت مقداره 2A احسب:
1- الفيض المغناطيسي الذي يخترق الملف .
2- الفيض المغناطيسي الذي يخترق كل لفة من لفات الملف.

مثال/81 اذا كانت الطاقة المغناطيسية المختزنة في محث كبير تساوي $(36\times10^3 J)$ عندما كان مقدار التيار المنساب فيه (200A) احسب مقدار معامل الحث الذاتي للمحث .

الحل/

$$PE=\frac{1}{2}LI^2 \Rightarrow 36\times10^3=\frac{1}{2}L\times(200)^2 \Rightarrow 36\times10^3=\frac{1}{2}L\times40000$$

$$36\times10^3=20000L \Rightarrow L=\frac{36000}{20000}=\frac{18}{10}=1.8H$$

مثال/82 تغير التيار في ملف من الصفر إلى 1.5A خلال زمن قدره $2\times10^{-3}s$ فتولدت قوة دافعة كهربائية محتثة مقدارها 60V ما مقدار معامل الحث الذاتي للملف ؟

الحل/

$$\Delta I=I_2-I_1=1.5-0=1.5A$$

$$L=-\frac{\varepsilon_{ind}}{\frac{\Delta I}{\Delta t}}=-\frac{-60}{\frac{1.5}{2\times10^{-3}}}=\frac{60\times2\times10^{-3}}{1.5}=0.08H$$

مثال/83 ملف معامل حثه الذاتي 0.03H يمر به تيار شدته 0.5A عند فتح الدائرة تلاشى التيار خلال زمن قدره $10^{-2}s$ احسب مقدار القوة الدافعة الكهربائية المحتثة المتولدة على طرفي الملف .

الحل/

$$\Delta I=I_2-I_1=0-0.5=-0.5A$$

$$\varepsilon_{ind}=-L\frac{\Delta I}{\Delta t}=-0.03\times\frac{-0.5}{10^{-2}}=1.5V$$

مثال/84 ملف عدد لفاته 200 لفة يخترقه فيض مغناطيسي مقداره $8\times10^{-4}wb$ فاذا كان التيار المار فيه 2A فما مقدار معامل حثه الذاتي ؟

الحل/

$$N\Phi_B=L\,I \Rightarrow 200\times8\times10^{-4}=L\times2 \Rightarrow L=0.08H$$

مثال/85 ملف معامل حثه الذاتي 0.4H تغيرت شدة التيار المار فيه من 2A الى 12A في زمن قدره 5ms ما مقدار القوة الدافعة الكهربائية المحتثة المتولدة على طرفيه .

الحل/

$$\Delta I=I_2-I_1=12-2=10A$$

$$\varepsilon_{ind}=-L\frac{\Delta I}{\Delta t}=-0.4\times\frac{10}{5\times10^{-3}}=-800V$$

مثال/86 يمر تيار مستمر مقداره 5A في ملف عدد لفاته 700 لفة فيسبب فيضا مقداره 2.1×10^{-4} wb احسب:
1- معامل الحث الذاتي للملف
2- معدل القوة الدافعة الكهربائية المحتثة في الملف اذا تغير التيار الى الصفر في زمن قدره 0.035 ثانية.

الحل/

1- $N\Phi_B = L\,I \quad \Rightarrow \quad 700\times2.1\times10^{-4} = L\times5 \quad \Rightarrow \quad L = \dfrac{700\times2.1\times10^{-4}}{5} = 2.94\times10^{-2}\,H$

2- $\Delta I = I_2 - I_1 = 0 - 5 = -5A$

$$\varepsilon_{ind} = -L\frac{\Delta I}{\Delta t} = -2.94\times10^{-2}\times\frac{-5}{0.035} = 4.2V$$

مثال/87 ملف معامل حثه الذاتي 0.4H هنري عدد لفاته 200 لفه مقاومته 12Ω وضعت عليه فولطية مستمرة 60V ما مقدار: 1- المعدل الزمني لتغير الفيض والمعدل الزمني لتغير التيار لحظة غلق المفتاح
2- التيار الآني لحظة وصول القوة الدافعة الكهربائية المحتثة 20% من فولطية المصدر.

الحل/

1- $I_{ins}=0$

$$V_{app} = I_{ins}R + N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad 60 = 0 + 0.4\times\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}$$

$$\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = \frac{60}{200} = 0.3\,wb/s$$

$$V_{app} = I_{ins}R + L\frac{\Delta I}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad 60 = 0 + 0.4\frac{\Delta I}{\Delta t}$$

$$\frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{60}{0.4} = 150\,A/s$$

2- $\varepsilon_{ind} = 20\%V_{app} = 0.2\times60 = 12V$

$$I_{ins} = \frac{V_{app} - \varepsilon_{ind}}{R} = \frac{60-12}{12} = \frac{48}{12} = 4A$$

مثال/88 ملف عدد لفاته 50 لفة ومقدار الفيض المغناطيسي الذي يخترق كل لفة من لفاته 5×10^{-3}wb عندما يمر تيار فيه شدته 2A احسب:
1- معامل الحث الذاتي للملف   2- القوة الدافعة الكهربائية المحتثة اذا تلاشى التيار خلال 0.1s .

الحل/

1- $N\Phi_B = LI \quad \Rightarrow \quad 50\times5\times10^{-3} = L\times2 \quad \Rightarrow \quad L = \dfrac{50\times5\times10^{-3}}{2} = 0.125H$

2- $\Delta I = I_2 - I_1 = 0 - 2 = -2A$

$$\varepsilon_{ind} = -L\frac{\Delta I}{\Delta t} = -0.125\times\frac{-2}{0.1} = 2.5V$$

مثال/89 ملف عدد لفاته 200 لفة ومعامل حثه الذاتي 0.1H وكان المعدل الزمني لتغير التيار المار فيه 100A/s احسب المعدل الزمني لتغير الفيض المغناطيسي لكل لفة من لفات الملف في هذه الحالة .

الحل/

$$\varepsilon_{ind} = -L\frac{\Delta I}{\Delta t} = -0.1\times100 = -10V$$

$$\varepsilon_{ind} = -N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad -10 = -200\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = \frac{-10}{-200} = 0.05\,wb/s$$

مثال/90 ملف معامل حثه الذاتي 0.12H يتصل بمصدر مستمر فرق جهده 50V ومقاومة أسلاك الملف 10Ω احسب التيار المار في الملف عندما يكون المعدل الزمني لتغير التيار 300A/s .

الحل/

$$V_{app} = I_{ins}R + L\frac{\Delta I}{\Delta t} \Rightarrow 50 = I_{ins} \times 10 + 0.12 \times 300$$

$$50 = 10I_{ins} + 36 \Rightarrow 50 - 36 = 10I_{ins} \Rightarrow I_{ins} = \frac{24}{10} = 2.4A$$

مثال/91 ملف عدد لفاته 100 لفة ومعامل حثه الذاتي 0.6H وضعت عليه فولطية مستمرة 120V فاذا بلغ التيار الاني 60% من قيمته الثابتة فاحسب المعدل الزمني لتغير التيار و المعدل الزمني لتغير الفيض في تلك اللحظة.

الحل/

$$I_{ins} = 60\% I_{const} = \frac{60}{100} \times \frac{V_{app}}{R} = \frac{60 \times 120}{100R} = \frac{72}{R}$$

$$V_{app} = I_{ins}R + L\frac{\Delta I}{\Delta t} \Rightarrow 120 = \frac{72}{R} \times R + 0.6\frac{\Delta I}{\Delta t} \Rightarrow 120 - 72 = 0.6\frac{\Delta I}{\Delta t}$$

$$\therefore \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{48}{0.6} = 80A/s$$

$$V_{app} = I_{ins}R + N\frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} \Rightarrow 120 = \frac{72}{R} \times R + 100\frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} \Rightarrow 120 - 72 = 100\frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t}$$

$$\therefore \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} = \frac{48}{100} = 0.48wb/s$$

مثال/92 ملف عدد لفاته 400 لفة ومعامل حثه الذاتي 0.5H ومقاومته 8Ω وضعت عليه فولطية مستمرة مقدارها 80V احسب المعدل الزمني لتغير التيار والمعدل الزمني لتغير الفيض المغناطيسي والتيار الاني في الدائرة لحظة وصول القوة الدافعة الكهربائية المحتثة في الملف الى 20% من الفولطية الموضوعة.

الحل/

$$\varepsilon_{ind} = 20\% V_{app} = \frac{20}{100} \times 80 = 16V$$

$$\varepsilon_{ind} = -L\frac{\Delta I}{\Delta t} \Rightarrow -16 = -0.5\frac{\Delta I}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{-16}{-0.5} = 32A/s$$

$$\varepsilon_{ind} = -N\frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} \Rightarrow -16 = -400\frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} = \frac{-16}{-400} = 0.04wb/s$$

$$V_{app} = I_{ins}R + (\varepsilon_{ind}) \Rightarrow 80 = I_{ins} \times 8 + (16) \Rightarrow 80 - 16 = 8I_{ins}$$

$$64 = 8I_{ins} \Rightarrow I_{ins} = \frac{64}{8} = 8A$$

مثال/93 ملف يتكون من 50 لفة يتغير فيه التيار من 5A الى الصفر خلال زمن مقداره 0.02s فتتولد على طرفي الملف قوة دافعة كهربائية محتثة بمقدار 10V احسب :

1- معامل الحث الذاتي للملف . 2- المعدل الزمني للتغير بالفيض المغناطيسي للفة واحدة من لفات الملف.

3- الفيض المغناطيسي الذي يخترق لفة واحدة من لفات الملف عندما يكون التيار المار في الملف 2A.

الحل/

$$1-\quad \Delta I = I_2 - I_1 = 0 - 5 = -5A$$

$$L = -\frac{\varepsilon_{ind}}{\frac{\Delta I}{\Delta t}} = -\frac{10}{\frac{-5}{0.02}} = 2 \times 0.02 = 0.04H$$

$$2-\quad \varepsilon_{ind} = -N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} \Rightarrow 10 = -50\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = -\frac{10}{50} = -0.2wb/s$$

$$3-\quad N\Phi_B = LI \Rightarrow 50\Phi_B = 0.04 \times 2 \Rightarrow \Phi_B = \frac{0.04 \times 2}{50} = 16 \times 10^{-4} wb$$

مثال/94 ملف عدد لفاته 400 لفة ومعامل حثه الذاتي 0.4H تغير التيار فيه من 5A الى الصفر خلال 0.1s احسب:

1- القوة الدافعة الكهربائية المحتثة في الملف. 2- المعدل الزمني لتغير الفيض خلال لفة واحدة من لفات الملف.

الحل/

$$1-\quad \Delta I = I_2 - I_1 = 0 - 5 = -5A$$

$$\varepsilon_{ind} = -L\frac{\Delta I}{\Delta t} = -0.4 \times \frac{-5}{0.1} = 20V$$

$$2-\quad \varepsilon_{ind} = -N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} \Rightarrow 20 = -400 \times \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = -\frac{20}{400} = -0.05wb/s$$

مثال/95 ملف معامل حثه الذاتي 0.05H وضعت عليه فولطية مستمرة 6V فكان المقدار الثابت للتيار المار في دائرة الملف 1.5A ما المعدل الزمني لتغير التيار عندما كان التيار الآني في دائرة الملف 0.5A .

الحل/

$$R = \frac{V_{app}}{I_{const}} = \frac{6}{1.5} = 4\Omega$$

$$V_{app} = I_{ins}R + L\frac{\Delta I}{\Delta t} \Rightarrow 6 = 0.5 \times 4 + 0.05\frac{\Delta I}{\Delta t} \Rightarrow 6 - 2 = 0.05\frac{\Delta I}{\Delta t}$$

$$\therefore \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{4}{0.05} = 80A/s$$

مثال/96 ملف معامل حثه الذاتي 0.25H ومقاومته 80Ω وضعت عليه فولطية مستمرة مقدارها 60V ما مقدار التيار الآني في اللحظة التي يكون فيها المعدل الزمني لتغير التيار 200A/s .

الحل/

$$V_{app} = I_{ins}R + L\frac{\Delta I}{\Delta t} \Rightarrow 60 = I_{ins} \times 80 + 0.25 \times 200 \Rightarrow 60 = 80I_{ins} + 50$$

$$60 - 50 = 80I_{ins} \Rightarrow I_{ins} = \frac{10}{80} = 0.125A$$

مثال/97 وضعت فولطية مستمرة مقدارها 12V على ملف عدد لفاته 400 لفة ومعامل حثه الذاتي 0.08H ومقاومته 20Ω ما المعدل الزمني لتغير التيار والمعدل الزمني لتغير الفيض عندما يبلغ التيار 0.2A .

الحل/

$$V_{app} = I_{ins}R + L\frac{\Delta I}{\Delta t} \Rightarrow 12 = 0.2 \times 20 + 0.08\frac{\Delta I}{\Delta t} \Rightarrow 12 = 4 + 0.08\frac{\Delta I}{\Delta t}$$

$$\frac{\Delta I}{\Delta t}=\frac{8}{0.08}=100A/s$$

$$V_{app}=I_{ins}R+N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} \Rightarrow 12=0.2\times20+400\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} \Rightarrow 12=4+400\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}$$

$$\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}=\frac{8}{400}=0.02wb/s$$

مثال/98 وضعت فولطية مستمرة مقدارها 80V على ملف معامل حثه الذاتي 0.1H ومقاومته 10Ω وعدد لفاته 500 لفة احسب المعدل الزمني لتغير التيار والمعدل الزمني لتغير الفيض والتيار والقوة الدافعة الكهربائية المحتثة عندما يبلغ التيار الاني 3A .

الحل/

$$V_{app}=I_{ins}R+L\frac{\Delta I}{\Delta t} \Rightarrow 80=3\times10+0.1\frac{\Delta I}{\Delta t} \Rightarrow 80-30=0.1\frac{\Delta I}{\Delta t}$$

$$\therefore \frac{\Delta I}{\Delta t}=\frac{50}{0.1}=500A/s$$

$$V_{app}=I_{ins}R+N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} \Rightarrow 80=3\times10+500\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}=\frac{50}{500}=0.1wb/s$$

$$V_{app}=I_{ins}R+(\varepsilon_{ind}) \Rightarrow 80=3\times10+(\varepsilon_{ind}) \Rightarrow 80-30=\varepsilon_{ind}$$

$$\therefore \varepsilon_{ind}=50V$$

مثال/99 وضعت فولطية مستمرة على ملف معامل حثه الذاتي 0.12H ومقاومته 10Ω وعندما بلغ التيار الآني 0.6A بلغ المعدل الزمني لتغير التيار في الملف 200A/s ما مقدار الفولطية الموضوعة على الملف وما مقدار القوة الدافعة الكهربائية المحتثة عندما يصبح المعدل الزمني لتغير التيار 100A/s؟

الحل/

$$V_{app}=I_{ins}R+L\frac{\Delta I}{\Delta t}=0.6\times10+0.12\times200=6+24=30V$$

$$\varepsilon_{ind}=-L\frac{\Delta I}{\Delta t}=-0.12\times100=-12V$$

مثال/100 طبقت فولطية مستمرة مقدارها 6V على ملف معامل حثه الذاتي 0.25H ومقاومته 12Ω احسب القوة الدافعة الكهربائية المحتثة على طرفي الملف والتيار الآني في اللحظة التي يصبح عندها المعدل الزمني لتغير التيار 12V.

الحل/

$$\varepsilon_{ind}=-L\frac{\Delta I}{\Delta t}=-0.25\times12=-3V$$

$$V_{app}=I_{ins}R+(\varepsilon_{ind}) \Rightarrow 6=I_{ins}\times12+3 \Rightarrow 6-3=12I_{ins}$$

$$I_{ins}=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}=0.25A$$

مثال/101 طبقت فولطية مستمرة 200V على ملف مقاومته 50Ω فكان المعدل الزمني لازدياد التيار 300A/s في الملف لحظة وصول القوة الدافعة الكهربائية المحتثة على الملف 75% من الفولطية الموضوعة ما مقدار؟

1- معامل الحث الذاتي للملف. 2- التيار الآني في الملف.

الحل/

$$\varepsilon_{ind}=(75\%V_{app})=0.75\times200=150V$$

$$1-\quad L=-\frac{\varepsilon_{ind}}{\frac{\Delta I}{\Delta t}}=-\frac{-150}{300}=0.5H$$

$$2-\quad V_{app}=I_{ins}R+(\varepsilon_{ind})\quad\Rightarrow\quad 200=I_{ins}\times 50+(150)\quad\Rightarrow\quad 200-150=50I_{ins}$$

$$\therefore\quad I_{ins}=\frac{50}{50}=1A$$

مثال/102 وضعت فولطية مستمرة مقدارها 80V على طرفي ملف مقاومته 20Ω وعند وصول القوة الدافعة الكهربائية المحتثة في الملف 60% من الفولطية الموضوعة كان المعدل الزمني لتغير التيار 400A/s احسب :
1- معامل الحث الذاتي للملف . 2- التيار الآني في تلك اللحظة.

الحل/

$$1-\quad \varepsilon_{ind}=(60\%V_{app})=(0.6\times 80)=48V$$

$$L=-\frac{\varepsilon_{ind}}{\frac{\Delta I}{\Delta t}}=-\frac{-48}{400}=0.12H$$

$$2-\quad V_{app}=I_{ins}R+\varepsilon_{ind}\quad\Rightarrow\quad 80=I_{ins}\times 20+48\quad\Rightarrow\quad 80=20I_{ins}+48$$

$$I_{ins}=\frac{80-48}{20}=\frac{32}{20}=1.6A$$

مثال/103 ملف مقاومته 15Ω طبقت في الدائرة فولطية مستمرة قدرها 60V فإذا أصبح المعدل الزمني لزيادة التيار 30A/s لحظة وصول القوة الدافعة الكهربائية المحتثة إلى 30% من الفولطية الموضوعة احسب مقدار:
1- معامل الحث الذاتي للملف . 2- التيار الآني في تلك اللحظة

الحل/

$$\varepsilon_{ind}=30\%V_{app}=0.3\times 60=18V$$

$$1-\quad L=-\frac{\varepsilon_{ind}}{\frac{\Delta I}{\Delta t}}=-\frac{-18}{30}=0.6H$$

$$2-\quad V_{app}=I_{ins}R+\varepsilon_{ind}\quad\Rightarrow\quad 60=I_{ins}\times 15+18\quad\Rightarrow\quad 60-18=15I_{ins}$$

$$\therefore\quad I_{ins}=\frac{42}{15}=2.8A$$

مثال/104 ملف معامل حثه الذاتي 0.4H وضعت عليه فولطية مستمرة مقدارها 100V فاذا بلغ التيار 60% من قيمته الثابتة ما مقدار :
1- المعدل الزمني لتغير التيار 2- القوة الدافعة الكهربائية المحتثة على طرفي الملف.

الحل/

$$1-\quad I_{ins}=60\%I_{const}=0.6\frac{V_{app}}{R}=\frac{0.6\times 100}{R}=\frac{60}{R}$$

$$V_{app}=I_{ins}R+L\frac{\Delta I}{\Delta t}\quad\Rightarrow\quad 100=\frac{60}{R}\times R+0.4\frac{\Delta I}{\Delta t}\quad\Rightarrow\quad 100-60=0.4\frac{\Delta I}{\Delta t}$$

$$\frac{\Delta I}{\Delta t}=\frac{40}{0.4}=100A/s$$

2- $\varepsilon_{ind} = -L\dfrac{\Delta I}{\Delta t} = -0.4\times 100 = -40V$

مثال/105 ملف عدد لفاته 120 لفة ومعامل حثه الذاتي 0.4H وضعت عليه فولطية مستمرة مقدارها 60V ما مقدار القوة الدافعة الكهربائية المحتثة والمعدل الزمني لتغير التيار والمعدل الزمني لتغير الفيض المغناطيسي لحظة وصول التيار الى 40% من مقداره الثابت .

الحل/

$$I_{ins} = 40\% I_{const} = 0.4\times\frac{V_{app}}{R} = \frac{0.4\times 60}{R} = \frac{24}{R}$$

$$V_{app} = I_{ins}R + (-\varepsilon_{ind}) \Rightarrow 60 = \frac{24}{R}\times R - \varepsilon_{ind} \Rightarrow \varepsilon_{ind} = 24 - 60 = -36V$$

$$\varepsilon_{ind} = -L\frac{\Delta I}{\Delta t} \Rightarrow -36 = -0.4\frac{\Delta I}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{36}{0.4} = 90A/s$$

$$\varepsilon_{ind} = -N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} \Rightarrow -36 = -120\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = \frac{36}{120} = 0.3wb/s$$

مثال/106 ملف عدد لفاته 600 لفة ومقاومته 60Ω ومعامل حثه الذاتي 0.3H وضعت عليه فولطية مستمرة مقدارها 120V عند وصول التيار الى 40% من قيمته الثابتة احسب ما يلي :

1- القوة الدافعة الكهربائية المحتثة .　　2- المعدل الزمني لتغير الفيض المغناطيسي .

3- المعدل الزمني لتغير التيار .　　4- المعدل الزمني لتغير الفيض المغناطيسي لحظة غلق الدائرة.

الحل/

$$I_{ins} = 40\% I_{const} = 0.4\times\frac{V_{app}}{R} = \frac{0.4\times 120}{60} = 0.8A$$

1- $V_{app} = I_{ins}R + \varepsilon_{ind} \Rightarrow 120 = 0.8\times 60 + \varepsilon_{ind} \Rightarrow 120 = 48 + \varepsilon_{ind}$

$\varepsilon_{ind} = 48 - 120 = 72V$

2- $\varepsilon_{ind} = -N\dfrac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} \Rightarrow -72 = -600\dfrac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} \Rightarrow \dfrac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = \dfrac{72}{600} = 0.12wb$

3- $\varepsilon_{ind} = -L\dfrac{\Delta I}{\Delta t} \Rightarrow -72 = -0.3\times\dfrac{\Delta I}{\Delta t} \Rightarrow \dfrac{\Delta I}{\Delta t} = \dfrac{72}{0.3} = 240A/s$

4- $V_{app} = N\dfrac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} \Rightarrow 120 = 600\dfrac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} \Rightarrow \dfrac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = \dfrac{120}{600} = 0.2wb/s$

مثال/107 ملف عدد لفاته 180 لفة ومعامل حثه الذاتي 0.36H ومقاومته 12Ω وضعت عليه فولطية مستمرة 60V فكان المعدل الزمني لتغير الفيض المغناطيسي للفة واحدة من الملف 0.2wb/s لحظة وصول القوة الدافعة الكهربائية المحتثة 60% من الفولطية الموضوعة فما مقدار :

1- الفولطية الموضوعة .　　2- المعدل الزمني لتغير التيار في الملف والتيار الاني في الدائرة .

الحل/

$$\varepsilon_{ind} = -N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = -180\times 0.2 = -36V$$

1- $\varepsilon_{ind} = 60\% V_{app} \Rightarrow 36 = 0.6V_{app} \Rightarrow V_{app} = \dfrac{36}{0.6} = 60V$

2- $\varepsilon_{ind} = -L\dfrac{\Delta I}{\Delta t} \Rightarrow -36 = -0.36\dfrac{\Delta I}{\Delta t} \Rightarrow \dfrac{\Delta I}{\Delta t} = \dfrac{-36}{-0.36} = 100A/s$

$$V_{app} = I_{ins}R + \varepsilon_{ind} \Rightarrow 60 = I_{ins} \times 12 + 36 \Rightarrow 60 - 36 = 12I_{ins}$$

$$\therefore \quad I_{ins} = \frac{24}{12} = 2A$$

مثال/108 ملف معامل حثه الذاتي 0.2H ومقاومته 20Ω وضعت عليه فولطية مستمرة 80V احسب المعدل الزمني لتغير التيار في الحالات الآتية :

1- لحظة غلق الدائرة 2- عندما يبلغ التيار مقداره الثابت 3- عندما يبلغ التيار 80% من مقداره الثابت.

الحل/

1- $I_{ins} = 0$

$$V_{app} = L\frac{\Delta I}{\Delta t} \Rightarrow 80 = 0.2\frac{\Delta I}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{80}{0.2} = 400A/s$$

2- $\frac{\Delta I}{\Delta t} = 0$ (لان التيار ثابت)

3- $I_{ins} = 80\% I_{const} = 0.8 \times \frac{V_{app}}{R} = \frac{0.8 \times 80}{20} = 3.2A$

$$V_{app} = I_{ins}R + L\frac{\Delta I}{\Delta t} \Rightarrow 80 = 3.2 \times 20 + 0.2 \times \frac{\Delta I}{\Delta t} \Rightarrow 80 = 64 + 0.2 \times \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

$$\frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{80 - 64}{0.2} = \frac{16}{0.2} = 80A/s$$

مثال/109 ملف معامل حثه الذاتي 0.2H وعدد لفاته 400 لفة طبقت عليه فولطية مستمرة قدرها 8V جد المعدل الزمني لتغير التيار والمعدل الزمني لتغير الفيض في الحالات التالية :

1- لحظة غلق الدائرة. 2- عندما يبلغ التيار مقداره الثابت. 3- عندما يبلغ التيار 75% من مقداره الثابت.

الحل/

1- $I_{ins} = 0$

$$V_{app} = I_{ins}R + L\frac{\Delta I}{\Delta t} \Rightarrow 8 = 0 + 0.2\frac{\Delta I}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{8}{0.2} = 40A/s$$

$$V_{app} = I_{ins}R + N\frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} \Rightarrow 8 = 0 + 400\frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} = \frac{8}{400} = 0.02wb/s$$

2- $\frac{\Delta I}{\Delta t} = 0$ (لان التيار ثابت)

$\frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} = 0$ (لان الفيض ثابت)

3- $I_{ins} = 75\% I_{const} = 0.75 \times \frac{V_{app}}{R} = \frac{0.75 \times 8}{R} = \frac{6}{R}$

$$V_{app} = I_{ins}R + L\frac{\Delta I}{\Delta t} \Rightarrow 8 = \frac{6}{R} \times R + 0.2\frac{\Delta I}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{8-6}{0.2} = 10A/s$$

$$V_{app} = I_{ins}R + N\frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} \Rightarrow 8 = \frac{6}{R} \times R + 400\frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} = \frac{8-6}{400} = 0.005wb/s$$

مثال/110 ملف عدد لفاته 200 لفة ومعامل حثه الذاتي 0.4H وضعت عليه فولطية مستمرة 60V احسب المعدل الزمني لتغير التيار والمعدل الزمني لتغير الفيض لحظة وصول التيار الى 80% من مقداره الثابت.

الحل/

$$I_{ins}=80\%I_{const}=0.8\times\frac{V_{app}}{R}=\frac{0.8\times60}{R}=\frac{48}{R}$$

$$V_{app}=I_{ins}R+L\frac{\Delta I}{\Delta t}\Rightarrow 60=\frac{48}{R}\times R+0.4\frac{\Delta I}{\Delta t}\Rightarrow\frac{\Delta I}{\Delta t}=\frac{60-48}{0.4}=30A/s$$

$$V_{app}=I_{ins}R+N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}\Rightarrow 60=\frac{48}{R}\times R+200\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}\Rightarrow\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}=\frac{60-48}{200}=0.06wb/s$$

مثال/111 ملف معامل حثه الذاتي 0.2H ومقاومته 10Ω وضعت عليه فولطية مستمرة مقدارها 100V احسب المعدل الزمني لتغير التيار :

1- عندما يصل التيار 70% من مقداره الثابت.

2- عندما تصل القوة الدافعة الكهربائية المحتثة 50% من فولطية المصدر.

الحل/

$$I_{ins}=70\%I_{const}=0.7\times\frac{V_{app}}{R}=\frac{0.7\times100}{10}=7A$$

$$V_{app}=I_{ins}R+L\frac{\Delta I}{\Delta t}\Rightarrow 100=7\times10+0.2\frac{\Delta I}{\Delta t}\Rightarrow 100-70=0.2\frac{\Delta I}{\Delta t}$$

$$\therefore\frac{\Delta I}{\Delta t}=150A/s$$

$$\varepsilon_{ind}=50\%V_{app}=0.5\times100=50V$$

$$\frac{\Delta I}{\Delta t}=-\frac{\varepsilon_{ind}}{L}=-\frac{-50}{0.2}=250A/s$$

مثال/112 ملف عدد لفاته 400 لفة ومعامل حثه الذاتي 0.4H ومقاومته 20Ω وضعت عليه فولطية مستمرة وعند وصول التيار 60% من مقداره الثابت كان المعدل الزمني لتغير الفيض المغناطيسي 0.2wb/s احسب :

1- القوة الدافعة الكهربائية المحتثة لحظة غلق المفتاح .

2- المعدل الزمني لزيادة التيار والمعدل الزمني لزيادة الفيض لحظة وصول التيار 20% من قيمته الثابتة.

الحل/

1- $$I_{ins}=60\%I_{const}=0.6\times\frac{V_{app}}{R}=\frac{0.6}{20}V_{app}=0.03V_{app}$$

$$V_{app}=I_{ins}R+N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}\Rightarrow V_{app}=0.03V_{app}\times20+400\times0.2$$

$$V_{app}=0.6V_{app}+80\Rightarrow V_{app}-0.6V_{app}=80\Rightarrow 0.4V_{app}=80$$

$$V_{app}=\frac{80}{0.4}=200V$$

$$V_{app}=I_{ins}R+\varepsilon_{ins}\Rightarrow 200=0-\varepsilon_{ins}\Rightarrow\varepsilon_{ins}=200V$$

$$2-\quad I_{ins}=20\%I_{const}=0.2\times\frac{V_{app}}{R}=\frac{0.2\times200}{20}=2A$$

$$V_{app}=I_{ins}R+L\frac{\Delta I}{\Delta t}\Rightarrow 200=2\times20+0.4\times\frac{\Delta I}{\Delta t}\Rightarrow 200=40+0.4\frac{\Delta I}{\Delta t}$$

$$200-40=0.4\frac{\Delta I}{\Delta t}\Rightarrow \frac{\Delta I}{\Delta t}=\frac{160}{0.4}=400A/s$$

$$V_{app}=I_{ins}R+N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}\Rightarrow 200=2\times20+400\times\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}\Rightarrow 200=40+400\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}$$

$$200-40=400\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}\Rightarrow 160=400\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}\Rightarrow \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}=\frac{160}{400}=0.4wb/s$$

مثال/113 ملف عدد لفاته 500 لفة ومعامل حثه الذاتي 0.25H ومقاومته 40Ω وضعت عليه فولطية مستمرة وكان المعدل الزمني لتغير الفيض خلال لفة واحدة من لفات الملف 0.04wb/s لحظة وصول القوة الدافعة الكهربائية المحتثة 20% من الفولطية الموضوعة احسب مقدار :
1- الفولطية الموضوعة 2- المعدل الزمني لتغير التيار في الملف والتيار الآني في الدائرة .

الحل/

$$1-\quad \varepsilon_{ind}=-N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}\Rightarrow \varepsilon_{ind}=-500\times0.04=-20V$$

$$\varepsilon_{ind}=20\%V_{app}\Rightarrow 20=0.2V_{app}\Rightarrow V_{app}=\frac{20}{0.2}=100V$$

$$2-\quad \varepsilon_{ind}=-L\frac{\Delta I}{\Delta t}\Rightarrow -20=-0.25\times\frac{\Delta I}{\Delta t}\Rightarrow \frac{\Delta I}{\Delta t}=\frac{-20}{-0.25}=80A/s$$

$$V_{app}=I_{ins}R+\varepsilon_{ind}\Rightarrow 100=I_{ins}\times40+20\Rightarrow 100-20=40I_{ins}$$

$$I_{ins}=\frac{80}{40}=2A$$

مثال/114 ملف مقاومته 12Ω وكانت الفولطية الموضوعة في دائرته 240V وكان مقدار الطاقة المغناطيسية المختزنة في الملف عند ثبوت التيار 360J احسب مقدار:
1- معامل الحث الذاتي للملف.
2- القوة الدافعة الكهربائية المحتثة على طرفي الملف لحظة غلق الدائرة.
3- المعدل الزمني لتغير التيار لحظة ازدياد التيار في الدائرة الى 80% من مقداره الثابت.

الحل/

$$I=\frac{V_{app}}{R}=\frac{240}{12}=20A$$

$$1-\quad PE=\frac{1}{2}LI^2\Rightarrow 360=\frac{1}{2}\times L\times(20)^2\Rightarrow 360=\frac{1}{2}L\times400$$

$$L=\frac{360}{200}=1.8H$$

$$2-\quad V_{app}=I_{ins}R+\varepsilon_{ind}\Rightarrow 240=0-\varepsilon_{ind}\Rightarrow \varepsilon_{ind}=240V$$

$$3-\quad I_{ins}=80\%I_{const}\Rightarrow I_{ins}=\frac{80}{100}\times20=16A$$

$$V_{app} = I_{ins}R + L\frac{\Delta I}{\Delta t} \Rightarrow 240 = 16\times12 + 1.8\frac{\Delta I}{\Delta t} \Rightarrow 240 = 192 + 1.8\frac{\Delta I}{\Delta t}$$

$$\frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{240-192}{1.8} = \frac{48}{1.8} = \frac{480}{18} = \frac{80}{3} A/s$$

الحث المتبادل

مثال/115 ملفان متجاوران معامل الحث المتبادل بين الملفين 0.25H فاذا تغير التيار في الملف الابتدائي من 10A الى الصفر خلال 20 ملي ثانية عند فتح دائرته فما مقدار القوة الدافعة الكهربائية المحتثة في الملف الثانوي؟

الحل/

$$\Delta I = I_2 - I_1 = 0 - 10 = -10A$$

$$\Delta t = 5ms = 5\times10^{-3}s$$

$$\varepsilon_{ind2} = -M\frac{\Delta I_1}{\Delta t} = -0.25\times\frac{-10}{20\times10^{-3}} = 125V$$

مثال/116 ملفان متجاوران تغير التيار في الاول من 10A الى الصفر خلال 4ms فتولدت قوة دافعة كهربائية محتثة في الملف الثانوي مقدارها 400V احسب :

1- معامل الحث المتبادل بين الملفين .

2- تغير الفيض المغناطيسي خلال لفة واحدة من الملف الثانوي اذا كان عدد لفاته 200 لفة.

الحل/

$$1-\quad M = -\frac{\varepsilon_{ind2}}{\frac{\Delta I_1}{\Delta t}} = -\frac{400}{\frac{0-10}{4\times10^{-3}}} = 0.16H$$

$$2-\quad N_2\Delta\Phi_{B2} = M\Delta I_1 \Rightarrow 200\times\Delta\Phi_{B2} = 0.16\times(0-10) \Rightarrow 200\Delta\Phi_B = -1.6$$

$$\Delta\Phi_B = -\frac{1.6}{200} = -8\times10^{-3}wb$$

مثال/117 ملفان متجاوران معامل الحث المتبادل بينهما 0.3H تغير التيار في الملف الابتدائي من 1.4A الى الصفر في زمن قدره 0.07s ما مقدار القوة الدافعة الكهربائية المحتثة المتولدة في الملف الثانوي؟ (6V)

الحل/

$$\Delta I_1 = I_2 - I_1 = 0 - 1.4 = -1.4A$$

$$\varepsilon_{ind2} = -M\frac{-1.4}{0.07} = 0.3\times\frac{140}{7} = 0.3\times20 = 6V$$

مثال/118 ملفان متجاوران تغير تيار الملف الابتدائي من 10A إلى الصفر خلال زمن قدره 0.001s عند فتح دائرته بالمفتاح ، فاذا كان معامل الحث المتبادل بين الملفين 0.25H فما مقدار القوة الدافعة الكهربائية المحتثة في الملف الثانوي؟

الحل/

$$\Delta I_1 = I_2 - I_1 = 0 - 10 = -10A$$

$$\varepsilon_{ind2} = -M\frac{\Delta I}{\Delta t} = -0.25\times\frac{-10}{0.001} = 2500V$$

مثال/119 ملفان متجاوران عدد لفاتهما 500 لفة ، 200 لفة على الترتيب ، فإذا مر تيار مقداره 4A في الملف الابتدائي نتج عنه فيض قدره 10^{-3}wb في نفس الملف بينما يقطع الملف الثانوي فيض مقداره 0.3×10^{-3}wb احسب:
1- معامل الحث الذاتي للملف الابتدائي 2- معامل الحث المتبادل بين الملفين
3- معدل القوة الدافعة الكهربائية المحتثة المتولدة في الملف الثانوي عندما يتلاشى التيار في الملف الابتدائي في زمن قدره 0.2s .

الحل/

$$1-\ N_1\Phi_{B1}=L_1I_1 \Rightarrow 500\times10^{-3}=L_1\times4 \Rightarrow L_1=\frac{500\times10^{-3}}{4}=125\times10^{-3}H$$

$$2-\ N_2\Phi_{B2}=MI_1 \Rightarrow 200\times0.3\times10^{-3}=M\times4 \Rightarrow M=\frac{200\times0.3\times10^{-3}}{4}=15\times10^{-3}H$$

$$3-\ \Delta I_1=I_2-I_1=0-4=-4A$$

$$\varepsilon_{ind2}=-M\frac{\Delta I_1}{\Delta t}=-15\times10^{-3}\times\frac{-4}{0.2}=15\times10^{-3}\times20=0.3V$$

مثال/120 اذا تغير التيار في ملف من 20A الى الصفر خلال 5 ملي ثانية عند فتح مفتاح دائرته فتولدت قوة دافعة كهربائية محتثة قدرها 600V في ملف اخر يجاور الملف الاول عدد لفاته 300 لفة فما مقدار:
1- معامل الحث المتبادل بين الملفين. 2- تغير الفيض المغناطيسي الذي يخترق لفة واحدة من الملف الثانوي.

الحل/

$$1-\ M=-\frac{\varepsilon_{ind2}}{\frac{\Delta I_1}{\Delta t}}=-\frac{\varepsilon_{ind2}}{\frac{I_2-I_1}{\Delta t}}=-\frac{600}{\frac{0-20}{5\times10^{-3}}}=-\frac{600\times5\times10^{-3}}{-20}=0.15H$$

$$2-\ N_2\Delta\Phi_B=M\Delta I_1 \Rightarrow 300\Delta\Phi_B=0.15\times(-20) \Rightarrow 300\Delta\Phi_B=-3$$

$$\therefore\ \Delta\Phi_B=-\frac{3}{300}=-0.01wb/s$$

مثال/121 ملف معامل حثه الذاتي 0.5H ومقاومته 20Ω وعدد لفاته 500 لفة وضعت عليه فولطية مستمرة 60V احسب :
1- المعدل الزمني لتغير الفيض خلال لفة واحدة من الملف لحظة غلق الدائرة.
2- اذا وضع بجواره ملف اخر فما معامل الحث المتبادل بين الملفين اذا تولدت قوة دافعة كهربائية محتثة في الملف الثانوي مقدارها 4v لحظة مرور تيار مقداره 2A في الملف الابتدائي.
3- معامل الحث الذاتي للملف الثانوي اذا كان الاقتران تام بين الملفين.

الحل/

$$1-\ V_{app}=I_{ins}R+N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} \Rightarrow 60=0+500\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}=\frac{60}{500}=0.12wb/s$$

$$2-\ V_{app}=I_{ins}R_1+L_1\frac{\Delta I_1}{\Delta t} \Rightarrow 60=2\times20+0.5\frac{\Delta I}{\Delta t} \Rightarrow 60-40=0.5\frac{\Delta I}{\Delta t}$$

$$\therefore\ \frac{\Delta I}{\Delta t}=\frac{20}{0.5}=40A/s$$

$$M=-\frac{\varepsilon_{ind}}{\frac{\Delta I}{\Delta t}}=-\frac{-4}{40}=0.1H$$

$$3\text{-}\quad M=\sqrt{L_1L_2}\quad\Rightarrow\quad 0.1=\sqrt{0.5\times L_2}\quad\Rightarrow\quad 0.01=0.5L_2\quad\Rightarrow\quad L_2=\frac{0.01}{0.5}=0.02H$$

مثال/122 ملفان متجاوران الترابط بينهما تام مقاومة الاول 10Ω ومعامل حثه الذاتي 0.2H ومقاومة الثاني 20Ω وصل الثانوي مع كَلفانوميتر مقاومته 60Ω وعند وضع فولطية مستمرة مقدارها 40V على طرفي الملف الابتدائي ووصول التيار الى 20% من قيمته الثابتة كان التيار الاني في الملف الثانوي 0.2A احسب:

1- معامل الحث المتبادل بين الملفين.

2- معامل الحث الذاتي للملف الثانوي.

1- $R_2 = R_{\text{ملف}} + R_G = 20 + 60 = 80\Omega$

$$\varepsilon_{ind2}=I_2R_2=0.2\times 80=16V$$

$$I_{ins}=20\%I_{const}=0.2\times\frac{V_{app}}{R}=\frac{0.2\times 40}{10}=0.8A$$

$$V_{app}=I_{ins}R_1+L_1\frac{\Delta I_1}{\Delta t}\quad\Rightarrow\quad 40=0.8\times 10+0.2\frac{\Delta I_1}{\Delta t}\quad\Rightarrow\quad 40-8=0.2\frac{\Delta I_1}{\Delta t}$$

$$\frac{\Delta I_1}{\Delta t}=\frac{32}{0.2}=160A/s$$

$$M=-\frac{\varepsilon_{ind2}}{\frac{\Delta I_1}{\Delta t}}=-\frac{-16}{160}=0.1H$$

$$2\text{-}\quad M=\sqrt{L_1L_2}\quad\Rightarrow\quad 0.1=\sqrt{0.2L_2}\quad\Rightarrow\quad 0.01=0.2L_2\quad\Rightarrow\quad L_2=\frac{0.01}{0.2}=0.05H$$

مثال/123 ملفان متجاوران معامل الحث المتبادل بينهما 0.25H ومقاومة الملف الابتدائي 12Ω ومعامل حثه الذاتي 0.4H ومقاومة الملف الثانوي 20Ω وضعت على دائرة الملف الابتدائي فولطية مستمرة مقدارها 80V فما التيار الاني المار بالملف الابتدائي لحظة وصول التيار المحتث في دائرة الملف الثانوي 0.25A .

الحل/

$$\varepsilon_{ind2}=I_2R_2=0.25\times 20=5V$$

$$\varepsilon_{ind2}=-M\frac{\Delta I_1}{\Delta t}\quad\Rightarrow\quad -5=-0.25\frac{\Delta I_1}{\Delta t}\quad\Rightarrow\quad \frac{\Delta I_1}{\Delta t}=\frac{5}{0.25}=20A/s$$

$$V_{app}=I_{ins}R_1+L_1\frac{\Delta I_1}{\Delta t}\quad 80=I_{ins}\times 12+0.4\times 20\quad\Rightarrow\quad 80=I_{ins}\times 12+8$$

$$80-8=12I_{ins}\quad\Rightarrow\quad I_{ins}=\frac{72}{12}=6A$$

مثال/124 ملفان متجاوران بينهما اقتران مغناطيسي تام معامل الحث الذاتي للملف الابتدائي 0.4H وعدد لفاته 200 لفة وعدد لفات الملف الثانوي 100 لفة ومقاومة الثانوي 50Ω ربط الملف الابتدائي الى مصدر فولطية مستمرة مقدارها 100V احسب :

1- لحظة وصول التيار الى 60% من مقداره الثابت المعدل الزمني لتغير التيار والمعدل الزمني لتغير الفيض المغناطيسي في الملف الابتدائي والقوة الدافعة الكهربائية المحتثة في الثانوي عندما يمر به تيار مقداره 0.4A .

2- معامل الحث المتبادل بين الملفين ومعامل الحث الذاتي للثانوي.

الحل/

$$1\text{-}\quad I_{ins}=60\%I_{const}=0.6\times\frac{V_{app}}{R_1}=\frac{0.6\times 100}{R_1}=\frac{60}{R_1}$$

$$V_{app} = I_{ins}R_1 + L_1\frac{\Delta I_1}{\Delta t} \Rightarrow 100 = \frac{60}{R_1} \times R_1 + 0.4\frac{\Delta I_1}{\Delta t} \Rightarrow 40 = 0.4\frac{\Delta I_1}{\Delta t}$$

$$\frac{\Delta I_1}{\Delta t} = \frac{40}{0.4} = 100A/s$$

$$V_{app} = I_{ins}R_1 + N_1\frac{\Delta \Phi_{B1}}{\Delta t} \Rightarrow 100 = 60 + 200\frac{\Delta \Phi_{B1}}{\Delta t} \Rightarrow 40 = 200\frac{\Delta \Phi_{B1}}{\Delta t}$$

$$\frac{\Delta \Phi_{B1}}{\Delta t} = \frac{40}{200} = 0.2wb/s$$

$$\varepsilon_{ind2} = I_2R_2 = 0.4 \times 50 = 20V$$

$$2\text{-} \quad M = -\frac{\varepsilon_{ind2}}{\frac{\Delta I_1}{\Delta t}} = -\frac{-20}{100} = 0.2H$$

$$M = \sqrt{L_1L_2} \Rightarrow 0.2 = \sqrt{0.4L_2} \Rightarrow 0.04 = 0.4L_2 \quad L_2 = \frac{0.04}{0.4} = 0.1H$$

مثال/125 ملفان معامل الحث المتبادل بينهما 0.2H ومقاومة الملف الابتدائي 10Ω ومعامل الحث الذاتي للملف الابتدائي 0.1H وضعت فولطية مستمرة مقدارها 80V على الملف الابتدائي احسب القوة الدافعة الكهربائية المحتثة في كل من الملفين عندما يصبح التيار الآني في الملف الابتدائي 3A.

الحل/

$$V_{app} = I_{ins}R_1 + \varepsilon_{ind1} \Rightarrow 80 = 3 \times 10 + \varepsilon_{ind1} \Rightarrow \varepsilon_{ind1} = 50V$$

$$\varepsilon_{ind1} = -L_1\frac{\Delta I_1}{\Delta t} \Rightarrow -50 = -0.1\frac{\Delta I_1}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta I_1}{\Delta t} = \frac{40}{0.1} = 500A/s$$

$$\varepsilon_2 = -M\frac{\Delta I_1}{\Delta t} = -0.2 \times 500 = -100V$$

مثال/126 ملفان متجاوران بينهما ترابط مغناطيسي تام طبقت فولطية مستمرة مقدارها 36V على طرفي الملف الابتدائي الذي مقاومته 12Ω ومعامل حثه الذاتي 0.1H وعدد لفاته 100 لفة فما مقدار القوة الدافعة الكهربائية المحتثة حول طرفي هذا الملف في اللحظة التي يكون فيها الفيض المغناطيسي الذي يخترق كل لفة من لفاته 2mwb وما معدل القوة الدافعة الكهربائية المحتثة على طرفي الملف الثانوي في هذه اللحظة اذا علمت ان معامل الحث الذاتي للملف الثانوي 0.4H .

الحل/

$$N_1\Phi_{B1} = L_1I_1 \Rightarrow 100 \times 2 \times 10^{-3} = 0.1 \times I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{0.2}{0.1} = 2A$$

$$V_{app} = I_{ins}R_1 + \varepsilon_{ind1} \Rightarrow 36 = 2 \times 12 + \varepsilon_{ind1} \Rightarrow \varepsilon_{ind1} = 12V$$

$$\varepsilon_{ind1} = -L_1\frac{\Delta I_1}{\Delta t} \Rightarrow -12 = -0.1\frac{\Delta I_1}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta I_1}{\Delta t} = \frac{-12}{-0.1} = 120A/s$$

$$M = \sqrt{L_1L_2} = \sqrt{0.1 \times 0.4} = \sqrt{0.04} = 0.2H$$

$$\varepsilon_{ind2} = -M\frac{\Delta I_1}{\Delta t} = -0.2 \times 120 = -24V$$

مثال 127/ ملف معامل حثه الذاتي 0.4H وعدد لفاته 100 لفة ومقاومته 6Ω طبقت عليه فولطية مستمرة 60V احسب :

1- المعدل الزمني لزيادة التيار والمعدل الزمني لزيادة الفيض المغناطيسي والتيار الاني لحظة وصول القوة الدافعة الكهربائية المحتثة 80% من الفولطية المطبقة.

2- التيار المناسب في كلفانوميتر موصول مع ملف اخر ثانوي لحظة اغلاق دائرة الملف الابتدائي مع العلم ان مقاومة الكلفانوميتر 75Ω ومقاومة الملف الثانوي 25Ω ومعامل الحث المتبادل بين الملفين 0.1H .

الحل/

1- $\varepsilon_{ind} = (80\%V_{app}) = 0.8 \times 60 = 48V$

$$\varepsilon_{ind} = -L\frac{\Delta I}{\Delta t} \Rightarrow -48 = -0.4\frac{\Delta I}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{48}{0.4} = 120A/s$$

$$\varepsilon_{ind} = -N\frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} \Rightarrow -48 = -100\frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} = \frac{48}{100} = 0.48wb/s$$

$$V_{app} = I_{ins}R + (\varepsilon_{ind}) \Rightarrow 60 = I_{ins} \times 6 + 48 \Rightarrow 60 - 48 = 6I_{ins}$$

$$\therefore \quad I_{ins} = \frac{12}{6} = 2A$$

2- $V_{app} = L_1\frac{\Delta I_1}{\Delta t} \Rightarrow 60 = 0.4\frac{\Delta I_1}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta I_1}{\Delta t} = \frac{60}{0.4} = 150A/s$

$$\varepsilon_{ind2} = -M\frac{\Delta I_1}{\Delta t} = -0.1 \times 150 = -15V$$

$R_2 = R_{ملف} + R_G = 25 + 75 = 100\Omega$

$$I_2 = \frac{\varepsilon_{ind2}}{R_2} = \frac{15}{100} = 0.15A$$

مثال 128/ ملف عدد لفاته 180لفة ومقاومته 12Ω وضعت عليه فولطية مستمرة مقدارها 60V وعند وصول القوة الدافعة الكهربائية المحتثة 60% من فولطية المصدر اصبح المعدل الزمني لازدياد التيار 100A/s احسب:

1- التيار الاني في الدائرة في تلك اللحظة.

2- المعدل الزمني لتغير الفيض المغناطيسي في تلك اللحظة.

3- القوة الدافعة الكهربائية المحتثة في ملف اخر يحيط بالملف الابتدائي لحظة غلق دائرة الملف الابتدائي علما ان معامل الحث المتبادل بين الملفين 0.3H .

الحل/

1- $\varepsilon_{ind} = 60\%V_{app} = 0.6 \times 60 = 36V$

$$L = -\frac{\varepsilon_{ind}}{\frac{\Delta I}{\Delta t}} = -\frac{-36}{100} = 0.36H$$

$$V_{app} = I_{ins}R + \varepsilon_{ind} \Rightarrow 60 = I_{ins} \times 12 + 36 \Rightarrow 60 - 36 = 12I_{ins}$$

$$I_{ins} = \frac{24}{12} = 2A$$

2- $\varepsilon_{ind} = -N\frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} \Rightarrow -36 = -180\frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} = \frac{36}{180} = 0.2wb/s$

3- $V_{app} = I_{ins}R_1 + L_1\frac{\Delta I_1}{\Delta t} \Rightarrow 60 = 0 + 0.36\frac{\Delta I_1}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta I_1}{\Delta t} = \frac{60}{0.36} = \frac{500}{3}A/s$

$$\varepsilon_{ind2} = -M\frac{\Delta I_1}{\Delta t} = -0.3 \times \frac{500}{3} = -50V$$

مثال/129 ملفان متجاوران بينهما اقتران مغناطيسي تام عدد لفات الملف الابتدائي 100 لفة ومعامل حثه الذاتي 0.5H ومعامل الحث الذاتي للثانوي 0.02H فاذا وضعت على الملف الابتدائي فولطية مستمرة مقدارها 125V جد لحظة وصول التيار في الملف الابتدائي 80% من قيمته الثابتة ما يلي :

1- المعدل الزمني لزيادة التيار　　2- المعدل الزمني لزيادة الفيض المغناطيسي للفة واحدة من الملف الابتدائي

3- معامل الحث المتبادل بين الملفين.

الحل/

$$1- \quad I_{ins} = 80\% I_{const} = 0.8 \times \frac{V_{app}}{R_1} = \frac{0.8 \times 125}{R_1} = \frac{100}{R_1}$$

$$V_{app} = I_{ins}R_1 + L_1\frac{\Delta I_1}{\Delta t} \Rightarrow 125 = \frac{100}{R_1} \times R_1 + 0.5\frac{\Delta I_1}{\Delta t} \Rightarrow 125 - 100 = 0.5\frac{\Delta I_1}{\Delta t}$$

$$\therefore \frac{\Delta I_1}{\Delta t} = \frac{25}{0.5} = 50A/s$$

$$V_{app} = I_{ins}R_1 + N_1\frac{\Delta \Phi_{B1}}{\Delta t} \Rightarrow 125 = \frac{100}{R_1} \times R_1 + 100\frac{\Delta \Phi_{B1}}{\Delta t} \Rightarrow 125 - 100 = 100\frac{\Delta \Phi_{B1}}{\Delta t}$$

$$\therefore \frac{\Delta \Phi_{B1}}{\Delta t} = \frac{25}{100} = 0.25wb/s \quad , \quad 3- \; M = \sqrt{L_1L_2} = \sqrt{0.5 \times 0.02} = \sqrt{0.01} = 0.1H$$

مثال/130 ملفان متجاوران معامل الحث الذاتي للملف الابتدائي 0.2H ومقاومته 8Ω يتصل بمصدر مستمر فولطيته 10V ومعامل الحث المتبادل بينهما 0.3H ما مقدار القوة الدافعة الكهربائية في كل منهما عندما يصل التيار في الملف الابتدائي الى 0.5A؟

الحل/

$$V_{app} = I_{ins}R_1 + L_1\frac{\Delta I_1}{\Delta t} \Rightarrow 10 = 0.5 \times 8 + 0.2\frac{\Delta I_1}{\Delta t} \Rightarrow 10 = 4 + 0.2\frac{\Delta I_1}{\Delta t}$$

$$\therefore \frac{\Delta I_1}{\Delta t} = \frac{10-4}{0.2} = \frac{6}{0.2} = 30A/s$$

$$\varepsilon_{ind1} = -L_1\frac{\Delta I_1}{\Delta t} = -0.2 \times 30 = -6V$$

$$\varepsilon_{ind2} = -M\frac{\Delta I_1}{\Delta t} = -0.3 \times 30 = 9V$$

مثال/131 اذا كان معامل الحث المتبادل بين ملفين بينهما تربط مغناطيسي تام 0.2H ومقاومة الملف الابتدائي 15Ω ومعامل حثه الذاتي 0.1H فاذا وضعت فولطية مستمرة مقدارها 80V على الملف الابتدائي فاحسب القوة الدافعة الكهربائية المحتثة في كل من الملفين عندما يصبح التيار الاني في الملف الابتدائي 4A . ثم احسب معامل الحث الذاتي للملف الثانوي.

الحل/

$$V_{app} = I_{ins}R_1 + L_1\frac{\Delta I_1}{\Delta t} \Rightarrow 80 = 4 \times 15 + 0.1\frac{\Delta I_1}{\Delta t} \Rightarrow 80 = 4 + 15 + 0.1\frac{\Delta I_1}{\Delta t}$$

$$\therefore \frac{\Delta I_1}{\Delta t} = \frac{80-60}{0.1} = \frac{20}{0.1} = 200A/s$$

$$\varepsilon_{ind1} = -L_1\frac{\Delta I_1}{\Delta t} = -0.1\times 200 = -20V$$

$$\varepsilon_{ind2} = -M\frac{\Delta I_1}{\Delta t} = -0.2\times 200 = 40V$$

∵ الترابط تام بين الملفين لذلك

$$M = \sqrt{L_1L_2} \Rightarrow 0.2 = \sqrt{0.1\times L_2} \Rightarrow 0.04 = 0.1L_2 \Rightarrow L_2 = \frac{0.04}{0.1} = 0.4H$$

مثال/132 ملفان متجاوران بينهما ترابط مغناطيسي تام معامل الحث الذاتي للملف الابتدائي 0.75H يتصل بمصدر تيار مستمر فولطيته 60V ومقاومة الملف الثانوي 20Ω والذي يتصل بكَلفانومتر مقاومته 30Ω وعندما وصل تيار الملف الابتدائي الى 75% من قيمته الثابتة انساب تيار في الكَلفانومتر 0.2A احسب:
1- معامل الحث المتبادل بين الملفين. 2- معامل الحث الذاتي للملف الثانوي.

الحل/

1- $R_2 = R_{L2} + R_G = 20 + 30 = 50\Omega$

$$\varepsilon_{ind2} = I_2R_2 = 0.2\times 50 = 10V$$

$$I_{ins} = 75\% I_{const} = 0.75\frac{V_{app}}{R_1} = 0.75\times\frac{60}{R_1} = \frac{45}{R_1}$$

$$V_{app} = I_{ins}R_1 + L_1\frac{\Delta I_1}{\Delta t} \Rightarrow 60 = \frac{45}{R_1}\times R_1 + 0.75\frac{\Delta I_1}{\Delta t} \Rightarrow 0.75\frac{\Delta I_1}{\Delta t} = 60 - 45$$

$$\therefore \frac{\Delta I_1}{\Delta t} = \frac{15}{0.75} = \frac{1500}{75} = 20A/s$$

$$M = -\frac{\varepsilon_{ind2}}{\frac{\Delta I_1}{\Delta t}} = -\frac{-10}{20} = 0.5H$$

2- $M = \sqrt{L_1L_2} \Rightarrow 0.5 = \sqrt{0.75L_2} \Rightarrow 0.25 = 0.75L_2 \Rightarrow L_2 = \frac{0.25}{0.75} = \frac{1}{3}H$

مثال/133 ملفان متجاوران معامل الحث المتبادل بينهما 0.25H ومقاومة الملف الابتدائي 15Ω ومعامل حثه الذاتي 0.4H ومقاومة الملف الثانوي 20Ω وصل الملف الثانوي بكلفانوميتر مقاومته 80Ω ثم وضعت فولطية مقدارها 16V على طرفي الملف الابتدائي فما التيار الاني في الملف الابتدائي لحظة تولد تيار محتث في الملف الثانوي مقداره 0.025A .

الحل/

$R_2 = R_{ملف} + R_G = 20 + 80 = 100\Omega$

$$\varepsilon_{ind2} = I_2.R_2 = 0.025\times 100 = 2.5V$$

$$\varepsilon_{ind2} = -M\frac{\Delta I_1}{\Delta t} \Rightarrow -2.5 = -0.25\frac{\Delta I_1}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta I_1}{\Delta t} = \frac{-2.5}{-0.25} = 10A/s$$

$$V_{app} = I_{ins}R_1 + L_1\frac{\Delta I_1}{\Delta t} \Rightarrow 16 = I_{ins}\times 15 + 0.4\times 10 \Rightarrow 16 - 4 = 15I_{ins}$$

$$\therefore I_{ins} = \frac{12}{15} = 0.8A$$

مثال/134 ملفان متجاوران معامل الحث المتبادل بينهما 0.8H فإذا تلاشى التيار في الملف الابتدائي من 10A إلى الصفر خلال $2\times10^{-2}s$.

1 - ما مقدار القوة الدافعة الكهربائية المحتثة المتولدة في الملف الثانوي .

2 - اذا كان عدد لفات الملف الثانوي 500 لفة فما مقدار التغير بالفيض المغناطيسي عبر كل لفة من لفات الملف الثانوي. $(4000V, -16\times10^{-3}wb)$

الحل/

$$1-\ \Delta I_1 = I_2 - I_1 = 0 - 10 = -10A$$

$$\varepsilon_{ind2} = -M\frac{\Delta I_1}{\Delta t} = -0.8\times\frac{-10}{2\times10^{-2}} = 400V$$

$$N_2\Delta\Phi_{B2} = M\Delta I_1 \Rightarrow 500\times\Delta\Phi_{B2} = 0.8\times(-10) \Rightarrow \Delta\Phi_{B2} = \frac{-0.8\times10}{500} = 0.016wb$$

مثال/135 ملفان متجاوران عدد لفاتهما 100 لفة ، 500 لفة على الترتيب ، فإذا مر تيار مقداره 5A في الملف الابتدائي تولد في كل لفة فيض قدره 4×10^{-4} wb بينما تولد في كل لفة من الملف الثانوي فيض قدره 3×10^{-4} wb احسب:

1- معامل الحث الذاتي للملف الابتدائي 2- معامل الحث المتبادل بين الملفين

3- معدل القوة الدافعة الكهربائية المحتثة المتولدة في الملف الثانوي عندما يتلاشى التيار في الملف الابتدائي في زمن قدره 0.01s.

الحل/

$$1-\ N_1\Phi_{B1} = L_1 I_1 \Rightarrow 100\times4\times10^{-4} = L_1\times5 \Rightarrow L_1 = \frac{400\times10^{-4}}{5} = 0.008H$$

$$2-\ N_2\Phi_{B2} = M I_1 \Rightarrow 500\times3\times10^{-4} = M\times5 \Rightarrow M = \frac{500\times3\times10^{-4}}{5} = 0.03H$$

$$3-\ \Delta I_1 = I_2 - I_1 = 0 - 5 = -5A$$

$$\varepsilon_{ind2} = -M\frac{\Delta I_1}{\Delta t} = -0.03\times\frac{-5}{0.01} = 15V$$

مثال/136 ملفان متجاوران ينهما اقتران مغناطيسي تام معامل الحث الذاتي للملف الابتدائي 0.8H ومقاومته 40Ω ومعامل الحث الذاتي للملف الثانوي 0.2H وضعت فولطية مستمرة مقدارها 200V على الملف الابتدائي احسب التيار الآني المار في الملف الابتدائي لحظة تولد قوة دافعة كهربائية محتثة في الملف الثانوي مقدارها 60V .

الحل/

$$M = \sqrt{L_1L_2} = \sqrt{0.8\times0.2} = \sqrt{0.16} = 0.4H$$

$$\varepsilon_{ind2} = -M\frac{\Delta I_1}{\Delta t} \Rightarrow -60 = -0.4\frac{\Delta I_1}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta I_1}{\Delta t} = \frac{-60}{-0.4} = 150A/s$$

$$V_{app} = I_{ins}R_1 + L_1\frac{\Delta I_1}{\Delta t} \Rightarrow 200 = I_{ins}\times40 + 0.8\times150 \Rightarrow 200 = 40I_{ins} + 120$$

$$200 - 120 = 40I_{ins} \Rightarrow 80 = 40I_{ins} \Rightarrow I_{ins} = \frac{80}{40} = 2A$$

مثال 137/ ملفان متجاوران ربط بين طرفي الملف الابتدائي بطارية فرق الجهد بين طرفيها (80V) ومفتاح على التوالي فاذا كان معامل الحث الذاتي للملف الابتدائي (0.4H) ومقاومته (16Ω) احسب مقدار:
1- المعدل الزمني لتغير التيار في دائرة الملف الابتدائي لحظة اغلاق الدائرة.
2- معامل الحث المتبادل بين الملفين اذا تولدت قوة دافعة كهربائية محتثة بين طرفي الملف الثانوي مقدارها (50V) لحظة اغلاق المفتاح في دائرة الملف الابتدائي.
3- التيار الثابت المنساب في دائرة الملف الابتدائي بعد اغلاق الدائرة.

الحل/

$$1-\ V_{app}=I_{ins}R+L\frac{\Delta I_1}{\Delta t}\ \Rightarrow\ 80=0+0.4\frac{\Delta I_1}{\Delta t}\ \Rightarrow\ \frac{\Delta I_1}{\Delta t}=\frac{80}{0.4}=200A/s$$

$$2-\ \varepsilon_{ind(2)}=-M\frac{\Delta I_1}{\Delta t}\ \Rightarrow\ -50=-M\times 200\ \Rightarrow\ M=\frac{-50}{-200}=0.25H$$

$$3-\ I_{const}=\frac{V_{app}}{R}=\frac{80}{16}=5A$$

2015(خارج العراق – دور اول / ملفان متجاوران بينهما اقتران مغناطيسي تام كان معامل الحث الذاتي للملف الابتدائي (0.1H) ومقاومته (20Ω) ومعامل الحث الذاتي للملف الثانوي (0.9H) طبقت على الملف الابتدائي فولطية مستمرة ، عند اغلاق دائرة الملف الابتدائي ووصول التيار الى (40%) من مقداره الثابت كانت الفولطية المحتثة في الملف الابتدائي (18V) احسب مقدار :

1- معامل الحث المتبادل بين الملفين .   2- الفولطية الموضوعة في دائرة الملف الابتدائي .

3- المعدل الزمني لتغير التيار في دائرة الملف الابتدائي .   4- القوة الدافعة الكهربائية المحتثة في دائرة الملف الثانوي.

الحل/

$$M=\sqrt{L_1L_2}=\sqrt{0.1\times 0.9}=0.3H$$

$$I_{ins}=40\%I_{const}=\frac{40}{100}\frac{V_{app}}{R}=\frac{4V_{app}}{10\times 20}=0.02V_{app}$$

$$V_{app}=I_{ins}R+\varepsilon_{ind}\ \Rightarrow\ V_{app}=0.02V_{app}\times 20+18\ \Rightarrow\ 0.6V_{app}=18$$

$$V_{app}=\frac{18}{0.6}=30V$$

$$\varepsilon_{ind}=L\frac{\Delta I}{\Delta t}\ \Rightarrow\ 18=0.1\frac{\Delta I}{\Delta t}\ \Rightarrow\ \frac{\Delta I}{\Delta t}=180A/sec$$

$$\varepsilon_{ind2}=-M\frac{\Delta I_1}{\Delta t}=-0.3\times 180=-54V$$

مثال/1 مصدر للتيار المتناوب فولطيته تعطى بالعلاقة الاتية $V_{ins} = 300\sin 500t$ احسب:
1- القيمة العظمى والقيمة المؤثرة للفولطية. 2- التردد الزاوي وتردد المصدر

الحل/
بمقارنة المعادلة $V_{ins} = 300\sin 500t$ بالمعادلة العامة $V_{ins} = V_m \sin\omega t$ نجد :

$$1-\ V_m = 300V \quad , \quad V_{eff} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{300}{\sqrt{2}} = \frac{300}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 150\sqrt{2}\,V$$

$$2-\ \omega = 500rad$$

$$3-\ \omega = 2\pi F \Rightarrow 500 = 2\pi F \Rightarrow F = \frac{500}{2\pi} = \frac{250}{\pi}Hz$$

مثال/2 دائرة تيار متناوب تحتوي على مقاومة صرف مقدارها 30Ω وتيار الدائرة يعطى بالعلاقة الاتية $I_R = 3.2\sin 4000t$ احسب المقدار الاعظم والمقدار المؤثر للتيار وكذلك المقدار الاعظم والمقدار المؤثر للفولطية.

الحل/
بمقارنة المعادلة $I_R = 3.2\sin 4000t$ بالمعادلة العامة $I_R = I_m \sin\omega t$ نجد:

$$I_m = 3.2A \quad , \quad I_{eff} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{3.2}{\sqrt{2}} = \frac{3.2}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1.6\sqrt{2}\,A$$

$$V_m = I_m R = 3.2 \times 30 = 96V \quad , \quad V_{eff} = I_{eff} R = 1.6\sqrt{2} \times 30 = 48\sqrt{2}\,V$$

مثال/3 إذا كانت الفولطية المجهزة للبيت تتغير ما بين (+311V , - 311V) والتيار المار بأحد الأجهزة الكهربائية الذي يحتوي مقاومة اومية صرف في هذه الدائرة يتغير ما بين(+14.14A , -14.14A) مب احسب :
1- الفولطية المتوسطة والتيار المتوسط لدورة كاملة 2- المقدار المؤثر لكل من الفولطية والتيار
3- مقدار المقاومة 4- القدرة المتوسطة

الحل/

$$V_{av} = \frac{+V_m + (-V_m)}{2} = \frac{+311 + (-311)}{2} = 0 \ , \ I_{av} = \frac{+I_m + (-I_m)}{2} = \frac{+14.14 + (-14.14)}{2} = 0$$

$$2 - V_{eff} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{311}{\sqrt{2}} = \frac{311}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 155.5\sqrt{2}\,V$$

$$I_{eff} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{14.14}{1.414} = 10A$$

$$3-\ R = \frac{V_{eff}}{I_{eff}} = \frac{155.5\sqrt{2}}{10} = 15.55\sqrt{2}\,\Omega$$

$$4-\ P_{av} = I_{eff} V_{eff} = 10 \times 155.5\sqrt{2} = 1555\sqrt{2}\,w$$

مثال4/ دائرة تيار متناوب حملها مقاومة صرف مقدارها 200Ω وفولطيتها تعطى بالعلاقة التالية : $V_R = 565.6\sin 200\pi t$ احسب :

1- المقدار المؤثر للفولطية 2- تردد المصدر 3- معادلة التيار 4- القدرة المستهلكة في المقاومة

الحل/

بمقارنة المعادلة $V_R = 565.6\sin 200\pi t$ بالمعادلة العامة للفولطية $V_R = V_m \sin \omega t$ نجد:

$$1-\ V_m = 565.6V \Rightarrow V_{eff} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{565.6}{1.414} = 400V$$

$$2-\ \omega = 200\pi rad/s$$

$$\omega = 2\pi F \Rightarrow 200\pi = 2\pi F \Rightarrow F = \frac{200\pi}{2\pi} = 100Hz$$

$$3-\ I_{eff} = \frac{V_{eff}}{R} = \frac{400}{200} = 2A \quad , \quad I_m = \frac{I_{eff}}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} = 1.414A$$

$$I_R = I_m \sin \omega t \Rightarrow I_m = 1.414\sin 200\pi t$$

$$4-\ P = I_{eff}^2 R = (2)^2 \times 200 = 800w$$

مثال5/ ربطت مقاومة مقدارها 20Ω الى طرفي مصدر للفولطية المتناوبة وكانت الفولطية الانية 120V عندما كانت زاوية الطور 37° احسب :

1- المقدار الاعظم للفولطية والتيار. 2- المقدار المؤثر للفولطية والتيار. 3- القدرة المتوسطة.

الحل/

$$1-\ V_R = V_m \sin \omega t \Rightarrow 120 = V_m \sin 37° \Rightarrow 120 = V_m \times 0.6$$

$$\therefore\ V_m = \frac{120}{0.6} = 200V \quad , \quad I_m = \frac{V_m}{R} = \frac{200}{20} = 10A$$

$$2-\ V_{eff} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{200}{\sqrt{2}} = \frac{200}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 100\sqrt{2}\,V \quad , \quad I_{eff} = \frac{V_{eff}}{R} = \frac{100\sqrt{2}}{20} = 5\sqrt{2}\,A$$

$$3-\ P_{av} = I_{eff} V_{eff} = 5\sqrt{2} \times 100\sqrt{2} = 1000w$$

مثال6/ ملف معامل حثه الذاتي 1mH عند أي تردد تصبح رادة الحث له 628Ω ؟

الحل/

$$X_L = 2\pi FL \Rightarrow 628 = 2 \times 3.14F \times 1 \times 10^{-3} \Rightarrow 628 = 6.28F \times 10^{-3}$$

$$\therefore\ F = \frac{628}{6.28 \times 10^{-3}} = 100000Hz$$

مثال7/ محث صرف معامل حثه الذاتي (200mH) وضعت عليه فولطية متناوبة ترددها 1KHz فأصبح مقدار تيار الدائرة (5mA) احسب مقدار الفولطية عبر طرفي الملف .

الحل/

$$X_L = 2\pi fL = 2 \times 3.14 \times 1 \times 10^3 \times 200 \times 10^{-3} = 1256\Omega$$

$$V_L = I \times X_L = 5 \times 10^{-3} \times 1256 = 6.28V$$

مثال8/ ملف مهمل المقاومة معامل حثه الذاتي $\frac{1}{5\pi}H$ ربط بين قطبي مصدر للفولطية المتناوبة فرق الجهد بين طرفيه 100V وتردده 50Hz احسب كل من رادة الحث والتيار في الدائرة.

الحل/

$$X_L = 2\pi FL = 2\pi \times 50 \times \frac{1}{5\pi} = 20\Omega$$

$$I = \frac{V_L}{X_L} = \frac{100}{20} = 5A$$

مثال9/ محث صرف معامل حثه الذاتي $\frac{40}{\pi}mH$ متصل مع مصدر للتيار المتناوب فولطيته معطاة بالعلاقة الاتية:

$V_L = 24\cos 2\pi Ft$ ما المقدار الاعظم للتيار المار في الدائرة اذا كان تردد المصدر:

1- 100Hz 2- 1kHz

الحل/

بمقارنة المعادلة $V_L = 24\cos 2\pi Ft$ بالمعادلة العامة $V_L = V_m \cos 2\pi Ft$ نجد :

$$V_m = 24V$$

$$1-\ X_L = 2\pi FL = 2\pi \times 100 \times \frac{40}{\pi} \times 10^{-3} = 8\Omega$$

$$I_m = \frac{V_m}{X_L} = \frac{24}{8} = 3A$$

$$2-\ X_L = 2\pi FL = 2\pi \times 1 \times 1000 \times \frac{40}{\pi} \times 10^{-3} = 80\Omega$$

$$I_m = \frac{V_m}{X_L} = \frac{24}{80} = 0.3A$$

مثال10/ محث صرف ربط الى مصدر للفولطية المتناوبة فرق الجهد بين طرفيه 120V وتردده 60Hz فكان تيار الدائرة 1A فاذا ربط هذا المحث الى مصدر اخر فرق الجهد بين طرفيه 60V وتردده 120Hz فما مقدار تيار الدائرة في هذه الحالة؟

الحل/

$$X_L = \frac{V_L}{I_L} = \frac{120}{1} = 120\Omega$$

$$X_L = 2\pi FL \quad \Rightarrow \quad 120 = 2\pi \times 60L \quad \Rightarrow \quad L = \frac{120}{120\pi} = \frac{1}{\pi}H$$

$$X_L = 2\pi FL = 2\pi \times 120 \times \frac{1}{\pi} = 240\Omega$$

$$I = \frac{V_L}{X_L} = \frac{60}{240} = 0.25A$$

مثال 11/ متسعة ذات سعة صرف مقدارها $1\mu F$ عند أي تردد تصبح رادة السعة 100Ω؟

الحل/

$$X_C = \frac{1}{2\pi FC} \Rightarrow 100 = \frac{1}{2\pi F \times 1 \times 10^{-6}} \Rightarrow 200\pi C \times 10^{-6} = 1$$

$$\therefore\ C = \frac{10000}{2\pi} = \frac{5}{\pi} \times 10^{3} F$$

مثال 12/ متسعة سعتها $(\frac{20}{\pi}\mu F)$ ربطت بين قطبي مصدر للفولطية المتناوبة فرق الجهد بين طرفيه $(50V)$ وبتردد $(50Hz)$ احسب :

a- المقدار المؤثر للتيار　　b- المقدار الأعظم للتيار

الحل/

$$a)\ \ X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi \times 50 \times \frac{20}{\pi} \times 10^{-6}} = 500\Omega$$

$$I_{eff} = \frac{V_C}{X_C} = \frac{50}{500} = 0.1A$$

$$b)\ \ I_{max} = I_{eff} \times \sqrt{2} = 0.1 \times 1.414 = 0.1414A$$

مثال 13/ ربطت متسعة سعتها $\frac{1}{\pi} mF$ بين قطبي مصدر للفولطية المتناوبة فرق الجهد بين طرفيه $20V$ وتردده $5Hz$ احسب مقدار رادة السعة والتيار في هذه الدائرة.

الحل/

$$X_C = \frac{1}{2\pi FC} = \frac{1}{2\pi \times 5 \times \frac{1}{\pi} \times 10^{-3}} = \frac{1}{10^{-2}} = 100\Omega$$

$$I = \frac{V_C}{X_C} = \frac{20}{100} = 0.2A$$

مثال 14/ متسعة ذات سعة صرف سعتها $(8\mu F)$ ربطت بمصدر للفولطية المتناوبة مقدارها $(200V)$ وترددها $(50Hz)$ احسب تيار الدائرة والمقدار الأعظم للفولطية في الدائرة ؟

الحل/

$$X_c = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2 \times \frac{22}{7} \times 50 \times 8 \times 10^{-6}} = 398\Omega$$

$$I = \frac{V}{X_C} = \frac{200}{398} = 0.5A$$

$$V_m = \sqrt{2}\, V_{eff} = 1.414 V_{eff} = 1.414 \times 200 = 282.8V$$

مثال/15 ربطت متسعة سعتها $4\mu F$ بين قطبي مصدر للفولطية المتناوبة فرق الجهد بين طرفيه 12V . احسب رادة السعة ومقدار التيار في هذه الدائرة . اذا كان تردد الدائرة (a) 60Hz (b) 15Hz

الحل/

$$a)\ X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi \times 60 \times 4 \times 10^{-6}} = 663\Omega \quad , \quad I = \frac{V}{X_C} = \frac{12}{663} = 0.02A$$

$$b)\ X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi \times 15 \times 4 \times 10^{-6}} = 2654\Omega \quad ,$$

$$I = \frac{V}{X_C} = \frac{12}{2654} = 45 \times 10^{-4} A = 4.5mA$$

امثلة التوالي:

مثال/16 ملف مقاومته 6Ω ربط مع مصدر للتيار المتناوب فولطيته 110V وتردده 50Hz .أحسب معامل الحث الذاتي للملف إذا علمت أن التيار المار فيه 11A ؟

الحل/

$$Z = \frac{V_T}{I} = \frac{110}{11} = 10\Omega$$

$$Z^2 = R^2 + X_L^2 \Rightarrow (10)^2 = (6)^2 + X_L^2 \Rightarrow 100 = 36 + X_L^2$$

$$X_L^2 = 100 - 36 = 64 \Rightarrow X_L = 8\Omega$$

$$X_L = 2\pi FL \Rightarrow 8 = 2\pi \times 50 \times L \Rightarrow L = \frac{8}{100\pi} = \frac{0.08}{\pi} H$$

مثال/17 ربط ملف مقاومته 40Ω إلى مصدر للتيار المتناوب فولطيته 100V وتردده 60Hz وكان تيار الدائرة 2A احسب معامل الحث الذاتي للملف ؟

الحل/

$$Z = \frac{V_T}{I} = \frac{100}{2} = 50\Omega$$

$$Z^2 = R^2 + X_L^2 \Rightarrow (50)^2 = (40)^2 + X_L^2 \Rightarrow 2500 = 1600 + X_L^2 \Rightarrow X_L^2 = 2500 - 1600 = 900$$

$$\therefore X_L = 30\Omega$$

$$X_L = 2\pi FL \Rightarrow 30 = 2\pi \times 60L \Rightarrow L = \frac{30}{120\pi} = \frac{1}{4\pi} H$$

مثال/18 ملف مربوط مع مصدر التيار المتناوب فإذا كانت الفولطية الموضوعة على الملف 200V والتيار المار في الملف $2\sqrt{2}\,A$ والقدرة المستهلكة في الدائرة 400w أحسب:

1- مقاومة أسلاك الملف 2- ممانعة الدائرة 3- عامل القدرة 4- رادة الحث للملف.

الحل/

$$1-\ P_{real} = I^2R \Rightarrow 400 = (2\sqrt{2})^2 R \Rightarrow 400 = 8R \Rightarrow R = \frac{400}{8} = 50\Omega$$

2- $Z=\frac{V_T}{I}=\frac{200}{2\sqrt{2}}=50\sqrt{2}\,\Omega$

3- $PF=\cos\phi=\frac{R}{Z}=\frac{50}{50\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$

4- $Z^2=R^2+X_L^2 \Rightarrow (50\sqrt{2})^2=(50)^2+X_L^2 \Rightarrow X_L^2=5000-2500=2500 \therefore X_L=50\Omega$

مثال/19 ربط ملف معامل حثه الذاتي $\frac{4}{25\pi}$H بين قطبي مصدر للفولطية المتناوبة فكانت القدرة المستهلكة في الدائرة 300w وعامل القدرة 0.6 والتيار المناسب في الدائرة 5A فما تردد المصدر؟

الحل/

$P_{real}=I^2R \Rightarrow 300=(5)^2R \Rightarrow 300=25R \Rightarrow R=\frac{300}{25}=12\Omega$

$PF=\cos\phi=\frac{R}{Z} \Rightarrow 0.6=\frac{12}{Z} \Rightarrow Z=\frac{12}{0.6}=\frac{120}{6}=20\Omega$

$Z^2=R^2+X_L^2 \Rightarrow (20)^2=(12)^2+X_L^2 \Rightarrow 400=144+X_L^2 \Rightarrow X_L^2=400-144=256$

$\therefore X_L=16\Omega$

$X_L=2\pi FL \Rightarrow 16=2\pi F\times\frac{4}{25\pi} \Rightarrow 8F=400 \Rightarrow F=50Hz$

مثال/20 وضعت فولطية مستمرة مقدارها (25V) على طرفي ملف فأصبح تيار الدائرة (1.25A) ولو وضعت فولطية متناوبة مقدارها (25V) وترددها (500Hz) بدلا من هذه الفولطية المستمرة على طرفي الملف نفسه أصبح تيار الدائرة (1A) ما مقدار معامل الحث الذاتي للملف وعامل القدرة وقياس زاوية فرق الطور بين الفولطية والتيار.

الحل/

في حالة ربط الملف الى المصدر المستمر:

$R=\frac{V}{I}=\frac{25}{1.25}=20\Omega$

في حالة ربط الملف إلى المصدر المتناوب :

$Z=\frac{V_T}{I}=\frac{25}{1}=25\Omega$

$Z^2=R^2+X_L^2 \Rightarrow (25)^2=(20)^2+X_L^2 \Rightarrow 625=400+X_L^2$

$X_L^2=225 \Rightarrow X_L=15\Omega$

$Pf=\cos\phi=\frac{R}{Z}=\frac{20}{25}=0.8$

$\tan\phi=\frac{X_L}{R}=\frac{15}{20}=\frac{3}{4} \Rightarrow \phi=37°$

مثال/21 ربط ملف مقاومته (60Ω) مع مصدر للفولطية المتناوبة تردده (50Hz) فكان عامل القدرة في الدائرة (0.6) والقدرة الحقيقية فيها (240W) احسب مقدار:

1- ممانعة الدائرة ومعامل الحث الذاتي للملف   2- فولطية المصدر

الحل/

$Pf=\cos\phi=\frac{R}{Z} \Rightarrow 0.6=\frac{60}{Z} \Rightarrow Z=\frac{60}{0.6}=100\Omega$

$Z^2 = R^2 + X_L^2 \Rightarrow (100)^2 = (60)^2 + X_L^2 \Rightarrow 10000 = 3600 + X_L^2$

$X_L^2 = 4600 \Rightarrow X_L = 80\Omega$

$X_L = 2\pi f L \Rightarrow 80 = 2\pi \times 50 L \Rightarrow L = \frac{4}{5\pi} H$

$P_{real} = I^2.R \Rightarrow 240 = I^2 \times 60 \Rightarrow I^2 = 4 \Rightarrow I = 2A$

$V_T = I . Z = 2 \times 100 = 200V$

مثال/22 ملف معامل حثه الذاتي $\frac{7}{44}H$ ربط إلى مصدر فولطيته 200V وتردده 40H فكان التيار في الدائرة 4A احسب القدرة المستهلكة في الدائرة .

الحل/

$$X_L = 2\pi FL = 2\pi \times 40 \times \frac{7}{44} = 2 \times \frac{22}{7} \times 40 \times \frac{7}{44} = 40\Omega$$

$$Z = \frac{V_T}{I} = \frac{200}{4} = 50\Omega$$

$Z^2 = R^2 + X_L^2 \Rightarrow (50)^2 = R^2 + (40)^2 \Rightarrow 2500 = R^2 + 1600$

$R^2 = 2500 - 1600 = 900 \Rightarrow R = 30\Omega$

$P_{real} = I^2R = (4)^2 \times 30 = 16 \times 30 = 480w$

مثال/23 ربط ملف مقاومته (60Ω) مع مصدر للفولطية المتناوبة تردده (50Hz) فكان عامل القدرة في الدائرة (0.6) والقدرة الحقيقية فيها (240W) احسب:

1- ممانعة الدائرة ومعامل الحث الذاتي للملف 2- فولطية المصدر

الحل/

1- $Pf = \cos\phi = \frac{R}{Z} \Rightarrow 0.6 = \frac{60}{Z} \Rightarrow Z = 100\Omega$

$Z^2 = R^2 + X_L^2 \Rightarrow (100)^2 = (60)^2 + X_L^2 \Rightarrow X_L^2 = 10000 - 3600 = 6400$

$\therefore X_L = 80\Omega$

$X_L = 2\pi f L \Rightarrow 80 = 2\pi \times 50L \Rightarrow L = \frac{80}{100\pi} = \frac{4}{5\pi} H$

2- $P_{real} = I^2 R \Rightarrow 240 = I^2 \times 60 \Rightarrow I^2 = 4 \Rightarrow I = 2A$

$V_T = I Z = 2 \times 100 = 200V$

مثال/24 ربط ملف بين قطبي مصدر للفولطية المتناوبة فرق الجهد بين طرفيه ($200\sqrt{2}$ V) وتردده الزاوي (100rad/s) وكان تيار الدائرة (2A) والقدرة الحقيقية المستهلكة في الدائرة 400w احسب :

1- ممانعة الدائرة. 2- مقاومة الملف. 3- معامل الحث الذاتي للملف.

الحل/

1- $Z = \frac{V_T}{I} = \frac{200\sqrt{2}}{2} = 100\sqrt{2}\,\Omega$

2- $P_{real} = I^2R \Rightarrow 400 = (2)^2 R \Rightarrow R = \frac{400}{4} = 100\Omega$

3- $Z^2 = R^2 + X_L^2 \quad (100\sqrt{2})^2 = (100)^2 + X_L^2 \Rightarrow 20000 = 10000 + X_L^2$

$\therefore X_L^2 = 20000 - 10000 = 10000 \Rightarrow X_L = 100\Omega$

$$X_L = \omega L \Rightarrow 100 = 200L \Rightarrow L = \frac{100}{200} = 0.5H$$

مثال/25 ملف معامل حثه الذاتي $\frac{16}{100\pi}H$ فانساب فيه تيار 5A عندما ربط الملف الى مصدر متناوب وكانت القدرة المستهلكة في الدائرة 300W وعامل القدرة 0.6 احسب تردد المصدر .

الحل/

$$P_{real} = I^2R \Rightarrow 300 = (5)^2 \times R \Rightarrow R = \frac{300}{25} = 12\Omega$$

$$PF = \cos\phi = \frac{R}{Z} \Rightarrow 0.6 = \frac{12}{Z} \Rightarrow Z = \frac{12}{0.6} = 20\Omega$$

$$Z^2 = R^2 + X_L^2 \Rightarrow (20)^2 = (12)^2 + X_L^2 \Rightarrow 400 = 144 + X_L^2$$

$$X_L^2 = 400 - 144 = 256 \Rightarrow X_L = 16\Omega$$

$$X_L = 2\pi FL \Rightarrow 16 = 2\pi F \times \frac{16}{100\pi} \Rightarrow 1 = \frac{F}{50} \Rightarrow F = 50Hz$$

مثال/26 دائرة تيار متناوب تحتوي على مقاومة صرف ومحث صرف موصولين على التوالي فاذا كان مقدار الرادة الحثية في الدائرة $10\sqrt{3}\,\Omega$ والقدرة الحقيقية تساوي نصف القدرة الظاهرية احسب :
1- عامل القدرة 2- ممانعة الدائرة.

الحل/

$$1-\ \ PF = \frac{P_{real}}{P_{app}} = \frac{\frac{1}{2}P_{app}}{P_{app}} = \frac{1}{2} = 0.5$$

$$2-\ \ PF = \cos\phi \Rightarrow \cos\phi = 0.5 \Rightarrow \phi = 60^\circ$$

$$\tan\phi = \frac{X_L}{R} \Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{10\sqrt{3}}{R} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{10\sqrt{3}}{R} \Rightarrow R = 10\Omega$$

$$Z^2 = R^2 + X_L^2 = (10)^2 + (10\sqrt{3})^2 = 100 + 300 = 400 \Rightarrow Z = 20\Omega$$

مثال/27 دائرة تيار متناوب تحتوي متسعة ومقاومة مربوطتين على التوالي ربطت المجموعة عبر قطبي مصدر فولطية متناوبة مقدارها 110V بتردد 50Hz فاصبح تيار الدائرة 4.4A فاذا كان مقدار مقاومة الدائرة 15Ω فما مقدار:
1- سعة المتسعة 2- فرق الجهد عبر كل من المقاومة والمتسعة 3- قياس زاوية فرق الطور بين الفولطية والتيار

الحل/

$$1-\ \ Z = \frac{V_T}{I} = \frac{110}{4.4} = 25\Omega$$

$$Z^2 = R^2 + X_C^2 \Rightarrow (25)^2 = (15)^2 + X_C^2 \Rightarrow 625 = 225 + X_C^2 \Rightarrow X_C^2 = 625 - 225 = 400$$

$$\therefore X_C = 20\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi FC} \Rightarrow 20 = \frac{1}{2\pi \times 50C} \Rightarrow 2000\pi C = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{2000\pi} = \frac{5}{\pi} \times 10^{-4}F$$

$$2-\ \ V_R = IR = 4.4 \times 15 = 66V \ \ ,\ \ V_C = IX_C = 4.4 \times 20 = 88V$$

$$3-\quad \tan\phi = \frac{-X_C}{R} = \frac{-20}{15} = -\frac{4}{3} \quad \Rightarrow \quad \phi = -53°$$

مثال/28 متسعة ذات سعة صرف ومقاومة موصولتان على التوالي بطرفي مصدر للفولطية المتناوبة فاذا كانت ممانعة الدائرة 25Ω والقدرة المجهزة للحمل $240w$ وفولطية المقاومة $60V$ جد:
1- تيار الدائرة. 2- فولطية المصدر. 3- مقدار المقاومة. 4- رادة السعة. 5- عامل القدرة.

الحل/

$$1-\quad P_{real} = IV_R \quad \Rightarrow \quad 240 = I \times 60 \quad \Rightarrow \quad I = \frac{240}{60} = 4A$$

$$2-\quad V_T = IZ = 4 \times 25 = 100V$$

$$3-\quad R = \frac{V_R}{I} = \frac{60}{4} = 15\Omega$$

$$4-\quad Z^2 = R^2 + X_C^2 \quad \Rightarrow \quad (25)^2 = (15)^2 + X_C^2 \quad \Rightarrow \quad 625 = 225 + X_C^2$$

$$X_C^2 = 625 - 225 = 400 \quad \Rightarrow \quad X_C = 20\Omega$$

$$5-\quad PF = \cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5} = 0.6$$

مثال/29 دائرة تيار متناوب متوالية الربط تحتوي على ملف مقاومته 30Ω ومتسعة ذات سعة صرف ومصدر للفولطية المتناوبة فرق الجهد بين قطبيه $200V$ بتردد $100Hz$ وكانت رادة الحث 55Ω ورادة السعة 15Ω احسب:
1- تيار الدائرة. 2- عامل القدرة. 3- سعة المتسعة.

الحل/

$$1-\quad Z^2 = R^2 + (X_L - X_C)^2 = (30)^2 + (55-15)^2 = 900 + 1600 = 2500 \quad \Rightarrow \quad Z = 50\Omega$$

$$I = \frac{V_T}{Z} = \frac{200}{50} = 4A$$

$$2-\quad PF = \cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{30}{50} = 0.6$$

$$3-\quad X_C = \frac{1}{2\pi FC} \quad \Rightarrow \quad 15 = \frac{1}{2\pi \times 100C} \quad \Rightarrow \quad 3000\pi C = 1 \quad \Rightarrow \quad C = \frac{1}{3\pi} \times 10^{-3} F$$

مثال/30 ملف معامل حثه الذاتي $\frac{4}{25\pi}H$ ومقاومته 12Ω ربط الى طرفي مصدر للفولطية المتناوبة فرق الجهد بين طرفيه $100V$ فكانت زاوية فرق الطور بين الفولطية والتيار $53°$ احسب :
1- تيار الدائرة. 2- تردد المصدر. 3- القدرة الحقيقية والقدرة الظاهرية.

الحل/

$$1-\quad \tan\phi = \frac{X_L}{R} \quad \Rightarrow \quad \tan 53° = \frac{X_L}{12} \quad \Rightarrow \quad \frac{4}{3} = \frac{X_L}{12} \quad \Rightarrow \quad X_L = \frac{4 \times 12}{3} = 16\Omega$$

$$Z^2 = R^2 + X_L^2 = (12)^2 + (16)^2 = 144 + 256 = 400 \quad \Rightarrow \quad Z = 20\Omega$$

$$I = \frac{V_T}{Z} = \frac{100}{20} = 5A$$

$$2\text{-}\ X_L = 2\pi FL \Rightarrow 16 = 2\pi \times F \times \frac{4}{25\pi} \Rightarrow 400 = 8F \Rightarrow F = \frac{400}{8} = 50Hz$$

$$3\text{-}\ P_{real} = I^2R = (5)^2 \times 12 = 25 \times 12 = 300w \quad , \quad P_{app} = IV_T = 5 \times 100 = 500VA$$

مثال/31 ربطت مقاومة صرف على التوالي مع محث صرف وربطت المجموعة إلى مصدر للتيار المتناوب فولطيته 100V بتردد 60Hz فإذا كان تيار الدائرة 5A وكانت فولطية المقاومة 80V احسب مقدار:
1- القدرة المستهلكة على طرفي المقاومة 2- معامل الحث الذاتي 3- عامل القدرة

الحل/

$$1\text{-}\ P_{real} = IV_R = 5 \times 80 = 400w$$

$$2\text{-}\ R = \frac{V_R}{I} = \frac{80}{5} = 16\Omega \quad , \quad Z = \frac{V_T}{I} = \frac{100}{5} = 20\Omega$$

$$Z^2 = R^2 + X_L^2 \Rightarrow (20)^2 = (16)^2 + X_L^2 \Rightarrow 400 = 256 + X_L^2 \Rightarrow X_L^2 = 400 - 256 = 144$$

$$\therefore X_L = 12\Omega$$

$$X_L = 2\pi FL \Rightarrow 12 = 2\pi \times 60L \Rightarrow L = \frac{12}{120\pi} = \frac{1}{10\pi}H$$

$$PF = \cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{16}{20} = 0.8$$

مثال/32 دائرة تيار متناوب متوالية الربط تحتوي على محث صرف ومتسعة ذات سعة صرف ومقاومة صرف وكانت فولطية المصدر 100V وتيار الدائرة 1A وعامل القدرة 0.8 والفولطية عبر المتسعة 20V والتردد الزاوي 40πrad/s وللدائرة خواص حثية فما مقدار حث المحث ؟

الحل/

$$Z = \frac{V_T}{I} = \frac{100}{1} = 100\Omega$$

$$PF = \cos\phi = \frac{R}{Z} \Rightarrow 0.8 = \frac{R}{100} \Rightarrow R = 0.8 \times 100 = 80\Omega$$

$$X_C = \frac{V_C}{I} = \frac{20}{1} = 20\Omega$$

$$Z^2 = R^2 + (X_L - X_C)^2 \Rightarrow (100)^2 = (80)^2 + (X_L - 20)^2 \Rightarrow 10000 = 6400 + (X_L - 20)^2$$

$$(X_L - 20)^2 = 10000 - 6400 = 3600 \Rightarrow X_L - 20 = 60 \Rightarrow X_L = 80\Omega$$

$$X_L = \omega L \Rightarrow 80 = 40\pi L \Rightarrow L = \frac{80}{40\pi} = \frac{2}{\pi}H$$

مثال/33 متسعة رادة السعة لها 50Ω عندما كانت موصولة الى مصدر تيار متناوب تردده 100Hz فإذا فصلت عن المصدر وربطت على التوالي مع مقاومة ومصدر اخر فولطيته 100V وتردده 200Hz اصبحت الفولطية الكلية تتاخر عن التيار بزاوية فرق طور 45° جد سعة المتسعة ومقدار المقاومة والممانعة الكلية للدائرة والقدرة المستهلكة في الدائرة؟

الحل/

$$X_C = \frac{1}{2\pi FC} \Rightarrow 50 = \frac{1}{2\pi \times 100C} \Rightarrow 10000\pi C = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{\pi} \times 10^{-4}F$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi FC} = \frac{1}{2\pi \times 200 \times \frac{1}{\pi} \times 10^{-4}} = 25\Omega$$

$$\tan\phi = \frac{-X_C}{R} \Rightarrow \tan(-45°) = \frac{-X_C}{R} \Rightarrow -1 = \frac{-25}{R} \Rightarrow R = 25\Omega$$

$$Z^2 = R^2 + X_C^2 = (25)^2 + (25)^2 = 2\times(25)^2 \Rightarrow Z = 25\sqrt{2}\,\Omega$$

$$I = \frac{V_T}{Z} = \frac{100}{25\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}\,A$$

$$P_{real} = I^2R = (2\sqrt{2})^2 \times 25 = 200w$$

مثال/34 دائرة متوالية الربط تحتوي على مقاومة صرف ومحث صرف ومتسعة ذات سعة صرف ومصدر للفولطية المتناوبة وكان مقدار المقاومة 40Ω والرادة السعوية 20Ω والقدرة المستهلكة في الدائرة 160w والممانعة بقدر الرادة الحثية ،ما خصائص الدائرة . وضح ذلك ثم احسب عامل القدرة والفولطية الكلية؟

الحل/

$$Z^2 = R^2 + (X_L - X_C) \Rightarrow X_L^2 = (40)^2 + (X_L - 20)^2$$

$$X_L^2 = 1600 + X_L^2 - 40X_L + 400 \Rightarrow 40X_L = 2000 \Rightarrow X_L = \frac{2000}{40} = 50\Omega$$

$\because\ X_L > X_C$

$\therefore$ خصائص الدائرة حثية.

$$PF = \cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{40}{50} = 0.8$$

$$P_{real} = I^2R \Rightarrow 160 = I^2 \times 40 \Rightarrow I^2 = \frac{160}{40} = 4 \Rightarrow I = 2A$$

$$V_T = IZ = 2\times 50 = 100V$$

مثال/35 متسعة رادتها السعوية 10Ω عند التردد 200Hz وصلت على التوالي مع مقاومة 30Ω وربطت المجموعة بطرفي مصدر فولطيته 100V وتردده 50Hz احسب:
1- تيار الدائرة 2- زاوية فرق الطور وعامل القدرة. 3- القدرة الحقيقية والقدرة الظاهرية.

الحل/

$$X_C = \frac{1}{2\pi FC} \Rightarrow 10 = \frac{1}{2\pi \times 200C} \Rightarrow 4000\pi C = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{4000\pi} = \frac{25}{\pi}\times 10^{-5}F$$

$$1\text{-}\quad X_C = \frac{1}{2\pi FC} = \frac{1}{2\pi \times 50 \times \frac{25}{\pi} \times 10^{-5}} = 40\Omega$$

$$Z^2 = R^2 + X_C^2 = (30)^2 + (40)^2 = 900 + 1600 = 2500 \Rightarrow Z = 50\Omega$$

$$I = \frac{V_T}{Z} = \frac{100}{50} = 2A$$

$$2\text{-}\quad \tan\phi = \frac{-X_C}{R} = -\frac{40}{30} = -\frac{4}{3} \Rightarrow \phi = -53° \quad , \quad PF = \cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{30}{50} = 0.6$$

$$3\text{-}\quad P_{real} = I^2R = (2)^2 \times 30 = 4\times 30 = 120w \quad , \quad P_{app} = IV_T = 2\times 100 = 200VA$$

مثال/36 ربط ملف بطرفي مصدر للفولطية المتناوبة فرق الجهد بين قطبيه 100V وتردده الزاوي 100rad/s والتيار المار في الدائرة 5A وزاوية فرق الطور بين الفولطية الكلية والتيار 53° احسب:
1- الممانعة الكلية للدائرة. 2- معامل الحث الذاتي للملف. 3- القدرة المستهلكة في الدائرة.

الحل/

$$1-\quad Z=\frac{V_T}{I}=\frac{100}{5}=20\Omega$$

$$2-\quad \cos\phi=\frac{R}{Z}\ \Rightarrow\ \cos53^\circ=\frac{R}{20}\ \Rightarrow\ 0.6=\frac{R}{20}\ \Rightarrow\ R=0.6\times20=12\Omega$$

$$Z^2=R^2+X_L^2\ \Rightarrow\ (20)^2=(12)^2+X_L^2\ \Rightarrow\ X_L^2=400-144=256$$

$$\therefore\ X_L=16\Omega$$

$$X_L=\omega L\ \Rightarrow\ 16=100L\ \Rightarrow\ L=0.16H$$

$$3-\quad P_{real}=I^2R=(5)^2\times12=25\times12=300w$$

مثال/37 متسعة ذات سعة صرف ومقاومة صرف موصولتان على التوالي بطرفي مصدر للفولطية المتناوبة فإذا كانت ممانعة الدائرة 25Ω والقدرة المجهزة للحمل 240w وفولطية المقاومة 60V جد:
1- تيار الدائرة 2- فولطية المصدر 3- مقدار المقاومة 4- الرادة السعوية 5- عامل القدرة

الحل/

$$1-\ P_{real}=IV_R\ \Rightarrow\ 240=I\times60\ \Rightarrow\ I=\frac{240}{60}=4A$$

$$2-\ V_T=IZ=4\times25=100V\quad,\quad 3-\ R=\frac{V_R}{I}=\frac{60}{4}=15\Omega$$

$$3-\ Z^2=R^2+X_C^2\ \Rightarrow\ (25)^2=(15)^2+X_C^2\ \Rightarrow\ 625=225+X_C^2$$

$$X_C^2=625-225=400\ \Rightarrow\ X_C=20\Omega$$

$$5-\ PF=\cos\phi=\frac{R}{Z}=\frac{15}{25}=\frac{3}{5}=0.6$$

مثال/38 دائرة تيار متناوب متوالية الربط تحتوي على ملف ومصدر للفولطية المتناوبة مقدارها $(200\sqrt{2}\,V)$ وكان مقدار التيار في الدائرة (2A) والقدرة الحقيقية فيها (400W) احسب مقدار:
1- عامل القدرة وقياس زاوية فرق الطور بين الفولطية الكلية والتيار.
2- معامل الحث الذاتي للملف إذا كان تردد الفولطية في الدائرة $(\frac{100}{\pi}Hz)$.

الحل/

$$1-\ Pf=\frac{P_{real}}{P_{app}}=\frac{P_{real}}{IV_T}=\frac{400}{2\times200\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$Pf=\cos\phi\ \Rightarrow\ \cos\phi=\frac{1}{\sqrt{2}}\ \Rightarrow\ \phi=45^\circ$$

$$P_{real}=I^2R\ \Rightarrow\ 400=(2)^2\times R\ \Rightarrow\ R=100\Omega$$

$$\tan\phi=\frac{X_L}{R}\ \Rightarrow\ \tan45=\frac{X_L}{100}\ \Rightarrow\ 1=\frac{X_L}{100}\ \Rightarrow\ X_L=100\Omega$$

$$2-\ X_L=2\pi fL\ \Rightarrow\ 100=2\pi\times\frac{100}{\pi}\times L\ \Rightarrow\ L=0.5H$$

مثال/39 ملف مقاومته 6Ω ربط على التوالي مع متسعة ذات سعة صرف مقدار سعتها 5mF وربط الجميع الى مصدر للفولطية المتناوبة فرق الجهد بين قطبيه 50V فكان تيار الدائرة 5A ورادة السعة 10Ω وللدائرة خواص حثية احسب:
1- معامل الحث الذاتي للملف. 2- عامل القدرة وزاوية فرق الطور بين الفولطية الكلية والتيار.

الحل/

$$1-\quad Z=\frac{V_T}{I}=\frac{50}{5}=10\Omega$$

$$Z^2=R^2+(X_L-X_C)^2 \Rightarrow (10)^2=(6)^2+(X_L-10)^2 \Rightarrow 100=36+(X_L-10)^2$$

$$\therefore (X_L-10)^2=100-36=64 \Rightarrow (X_L-10)=8 \Rightarrow X_L=18\Omega$$

$$X_C=\frac{1}{2\pi FC} \Rightarrow 10=\frac{1}{2\pi F\times 5\times 10^{-3}} \Rightarrow 100\pi F\times 10^{-3}=1 \Rightarrow F=\frac{10}{\pi}Hz$$

$$X_L=2\pi FL \Rightarrow 18=2\pi\times\frac{10}{\pi}L \Rightarrow L=\frac{18}{20}=0.9H$$

$$2-\quad PF=\cos\phi=\frac{R}{Z}=\frac{6}{10}=0.6 \quad , \quad \tan\phi=\frac{X_L-X_C}{R}=\frac{18-10}{6}=\frac{4}{3} \Rightarrow \phi=53^\circ$$

مثال/40 دائرة تيار متناوب متوالية الربط تحتوي على مقاومة ومتسعة ومحث خالص معامل حثه الذاتي $(\frac{4}{\pi}H)$ وضعت عليها فولطية مقدارها 100V وترددها 50Hz فكان تيار الدائرة 0.2A ومقدار الرادة السعوية 100Ω .
أحسب مقاومة الدائرة والقدرة الكهربائية المستهلكة فيها ؟

الحل/

$$Z=\frac{V_T}{I}=\frac{100}{0.2}=500\Omega$$

$$X_L=2\pi FL=2\pi\times 50\times\frac{4}{\pi}=400\Omega$$

$$Z^2=R^2+(X_L-X_C)^2 \Rightarrow (500)^2=R^2+(400-100)^2$$

$$250000=R^2+90000 \Rightarrow R^2=250000-90000=160000 \Rightarrow R=400\Omega$$

$$P_{real}=I^2R=(0.2)^2\times 400=16w$$

مثال/41 دائرة تيار متناوب متوالية الربط تحتوي على مقاومة ومتسعة ومصدر للفولطية المتناوبة وكانت الممانعة الكلية للدائرة 25Ω والقدرة المستهلكة في الدائرة 240w وفرق الجهد عبر المقاومة 60V احسب:
1- تيار الدائرة. 2- فولطية المصدر. 3- مقدار المقاومة. 4- رادة السعة. 5- عامل القدرة.

الحل/

$$1-\quad P_{real}=IV_R \Rightarrow 240=I\times 60 \Rightarrow I=\frac{240}{60}=4A$$

$$2-\quad V_T=IZ=4\times 25=100V$$

$$3-\quad R=\frac{V_R}{I}=\frac{60}{4}=15\Omega$$

$$4-\quad Z^2=R^2+X_C^2 \Rightarrow (25)^2=(15)^2+X_C^2 \Rightarrow 625=225+X_C^2$$

$$\therefore X_C^2=625-225=400 \Rightarrow X_C=20\Omega$$

5- $PF = \cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{15}{25} = 0.6$

مثال/42 دائرة تيار متناوب متوالية الربط تحتوي على محث ومقاومة ومتسعة ومصدر للفولطية المتناوبة فرق الجهد بين قطبيه 200V وتردده الزاوي 100πrad/s وكان تيار الدائرة 2A وعامل القدرة 0.6 وفرق الجهد عبر المتسعة 40V وللدائرة خصائص حثية فما مقدار معامل الحث الذاتي للمحث؟

الحل/

$$Z = \frac{V_T}{I} = \frac{200}{2} = 100\Omega$$

$$PF = \cos\phi = \frac{R}{Z} \Rightarrow 0.6 = \frac{R}{100} \Rightarrow R = 0.6 \times 100 = 60\Omega$$

$$X_C = \frac{V_C}{I} = \frac{40}{2} = 20\Omega$$

$$Z^2 = R^2 + (X_L - X_C)^2 \Rightarrow (100)^2 = (60)^2 + (X_L - 20)^2 \Rightarrow 10000 = 36 + (X_L - 20)^2$$

$$\therefore (X_L - 20)^2 = 10000 - 3600 = 6400 \Rightarrow X_L - 20 = 80 \Rightarrow X_L = 80 + 20 = 100\Omega$$

$$X_L = \omega L \Rightarrow 100 = 100\pi L \Rightarrow L = \frac{100}{100\pi} = \frac{1}{\pi} H$$

مثال/43 دائرة تيار متناوب تحتوي محث صرف ومقاومة صرف ومتسعة ذات سعة صرف مربوطة على التوالي فإذا كان فرق الجهد عبر المحث 80V وعبر المقاومة 40V وعبر المتسعة 50V وكان تيار الدائرة 2A احسب :

1- الفولطية الكلية الموضوعة على الدائرة　　2- زاوية فرق الطور بين الفولطية والتيار وخواص الدائرة
3- عامل القدرة　　4- القدرة الحقيقية　　5- المقاومة　　6- الممانعة　　7- ارسم مخطط الفولطية

الحل/

1- $V_T^2 = V_R^2 + (V_L - V_C)^2 = (40)^2 + (80-50)^2 = 1600 + 900 = 2500 \Rightarrow V_R = 50V$

2- $\tan\phi = \frac{V_L - V_C}{V_R} = \frac{80-50}{40} = \frac{30}{40} = \frac{3}{4} \Rightarrow \phi = 37°$

$\because X_L > X_C$ لذلك فان خواص الدائرة حثية.

3- $PF = \cos\phi = \frac{V_R}{V_T} = \frac{40}{50} = 0.8$

4- $P_{real} = IV_R = 2 \times 40 = 80w$

5- $R = \frac{V_R}{I} = \frac{40}{2} = 20$

6- $Z = \frac{V_T}{I} = \frac{50}{2} = 25\Omega$

مثال/44 دائرة تيار متناوب تحتوي ملف ومتسعة ذات سعة صرف مربوطة على التوالي وضعت على الدائرة فولطية متناوبة مقدارها (200V) بتردد ($\frac{500}{\pi}$Hz) فأصبح تيار الدائرة (4A) وعامل القدرة فيها (0.6) والفولطية عبر المتسعة (200V) وكانت للدائرة خصائص سعوية احسب مقدار:

1- سعة المتسعة　　2- معامل الحث الذاتي

الحل/

1- $X_C = \frac{V_C}{I} = \frac{200}{4} = 50\Omega$

$X_C = \frac{1}{2\pi f C} \Rightarrow 50 = \frac{1}{2\pi \times \frac{500}{\pi} \times C} \Rightarrow 50000C=1 \Rightarrow C=2\times10^{-5}F=20\mu F$

2- $Z = \frac{V_T}{I} = \frac{200}{4} = 50\Omega$, $Pf = \cos\phi = \frac{R}{Z} \Rightarrow 0.6 = \frac{R}{50} \Rightarrow R=30\Omega$

$Z^2 = R^2 + (X_L - X_C) \Rightarrow 2500 = 900 + (X_L - 50)^2 \Rightarrow (X_L - 50) = 40$

بما ان خوص الدائرة سعوية لذلك

$-(X_L - 50) = 40 \Rightarrow X_L=10\Omega$

$X_L = 2\pi f L \Rightarrow 10 = 2\pi \times \frac{500}{\pi} \times L \Rightarrow 1=100L \Rightarrow L=0.01H$

مثال/45 دائرة تيار متناوب متوالية الربط تحتوي مقاومة صرف 20Ω ومحث صرف رادة الحث له 15Ω ومصدر للفولطية المتناوبة وكان تيار الدائرة $2A$ احسب:

1- الفولطية عبر كل من المقاومة والمحث والفولطية الكلية. 2- زاوية فرق الطور 3- القدرة المستهلكة في الدائرة.

الحل/

1- $Z^2 = R^2 + X_L^2 = (20)^2 + (15)^2 = 400 + 225 = 625 \Rightarrow Z = 25\Omega$

$V_R = IR = 2\times20 = 40V$, $V_L = IX_L = 2\times15 = 30V$, $V_T = IZ = 2\times25 = 50V$

2- $\tan\phi = \frac{X_L}{R} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4} \Rightarrow \phi = 37°$

3- $P_{real} = I^2R = (2)^2\times20 = 4\times20 = 80w$

مثال/46 دائرة تيار متناوب متوالية الربط تحتوي على متسعة ومقاومة ومصدر للفولطية المتناوبة فكانت الممانعة الكلية للدائرة 100Ω وفرق الجهد على طرفي المقاومة $120V$ والقدرة المستهلكة في الدائرة $240w$ احسب:

1- تيار الدائرة. 2- فولطية المصدر. 3- مقدار المقاومة. 4- رادة السعة. 5- عامل القدرة.

الحل/

1- $P_{real} = IV_R \Rightarrow 240 = I\times120 \Rightarrow I = \frac{240}{120} = 2A$

2- $V_T = IZ = 2\times100 = 200V$

3- $R = \frac{V_R}{I} = \frac{120}{2} = 60\Omega$

4- $Z^2 = R^2 + X_C^2 \Rightarrow (100)^2 = (60)^2 + X_C^2 \Rightarrow 10000 = 3600 + X_C^2$

$\therefore X_C^2 = 10000 - 3600 = 6400 \Rightarrow X_C = 80\Omega$

5- $PF = \cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{60}{100} = 0.6$

مثال/47 ملف ربط مع مصدر للتيار المستمر يعطي $120V$ فكانت القدرة المستهلكة في الملف $960w$. فإذا وصل الملف مع مصدر للتيار المتناوب يعطي $125V$ وبتردد $\frac{200}{\pi}Hz$ بدلا من المصدر المستمر لأصبح تيار الدائرة $5A$ جد معامل الحث الذاتي للملف وعامل القدرة للدائرة ؟

الحل/

في دائرة التيار المستمر

$$P = IV \Rightarrow 960 = I \times 120 \Rightarrow I = \frac{960}{120} = 8A$$

$$R = \frac{V}{I} = \frac{120}{8} = 15\Omega$$

في دائرة التيار المتناوب

$$Z = \frac{V_T}{I} = \frac{125}{5} = 25\Omega$$

$$Z^2 = R^2 + X_L^2 \Rightarrow (25)^2 = (15)^2 + X_L^2 \Rightarrow 625 = 225 + X_L^2$$

$$X_L^2 = 625 - 225 = 400 \Rightarrow X_L = 20\Omega$$

$$X_L = 2\pi FL \Rightarrow 20 = 2\pi \times \frac{200}{\pi} L \Rightarrow L = \frac{20}{400} = 0.05H$$

$$PF = \cos\phi = \frac{R}{z} = \frac{15}{25} = 0.6$$

مثال48/ متسعة رادة السعة لها 40Ω عند التردد $200Hz$ ربطت على التوالي مع مقاومة 60Ω ومصدر للفولطية المتناوبة فرق الجهد بين قطبيه $200V$ وتردده $100Hz$ احسب:

1- تيار الدائرة.   2- عامل القدرة.   3- القدرة المستهلكة في الدائرة.

الحل/

$$1-\ X_C = \frac{1}{2\pi FC} \Rightarrow 40 = \frac{1}{2\pi \times 200C} \Rightarrow 16000\pi C = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{16000\pi} F$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi FC} = \frac{1}{2\pi \times 100 \times \frac{1}{16000\pi}} = \frac{160}{2} = 80\Omega$$

$$Z^2 = R^2 + X_C^2 = (60)^2 + (80)^2 = 3600 + 6400 = 10000 \Rightarrow Z = 100\Omega$$

$$I = \frac{V_T}{Z} = \frac{200}{100} = 2A$$

$$2-\ PF = \cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{60}{100} = 0.6$$

$$3-\ P_{real} = I^2R = (2)^2 \times 60 = 4 \times 60 = 240w$$

مثال49/ دائرة تيار متناوب متوالية الربط تحتوي على مقاومة 40Ω ومتسعة ذات سعة صرف مقدارها $\frac{1}{3\pi} mF$ ومصدر للفولطية المتناوبة بتردد $50Hz$ فكانت القدرة المستهلكة في الدائرة $1000w$ احسب:

1- تيار الدائرة.   2- عامل القدرة وزاوية فرق الطور.   3- فولطية المصدر.

الحل/

$$1-\ P_{real} = I^2R \Rightarrow 1000 = I^2 \times 40 \Rightarrow I^2 = \frac{1000}{40} = 25 \Rightarrow I = 5A$$

2- $X_C = \frac{1}{2\pi FC} = \frac{1}{2\pi \times 50 \times \frac{1}{3\pi} \times 10^{-3}} = 30\Omega$

$Z^2 = R^2 + X_C^2 = (40)^2 + (30)^2 = 1600 + 900 = 2500 \quad \Rightarrow \quad Z = 50\Omega$

$PF = \cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{40}{50} = 0.8 \quad , \quad \tan\phi = \frac{-X_C}{R} = \frac{-30}{40} = -\frac{3}{4} \quad \Rightarrow \quad \phi = -37°$

3- $V_T = IZ = 5 \times 50 = 250V$

مثال/50 دائرة تيار متناوب متوالية الربط تحتوي على محث ومتسعة ومقاومة فإذا كان معامل الحث الذاتي المحث $\frac{1}{2\pi}H$ ورادة السعة 20Ω والمقاومة 30Ω والقدرة المجهزة للحمل 120w وتردد الدائرة 60Hz أحسب ممانعة الدائرة وعامل القدرة والفولطية عبر الدائرة . أرسم مخطط الممانعة ؟

الحل/

$X_L = 2\pi FL = 2\pi \times 60 \times \frac{1}{2\pi} = 60\Omega$

$Z^2 = R^2 + (X_L - X_C)^2 = (30)^2 + (60-20)^2 = 900 + 1600 = 2500$

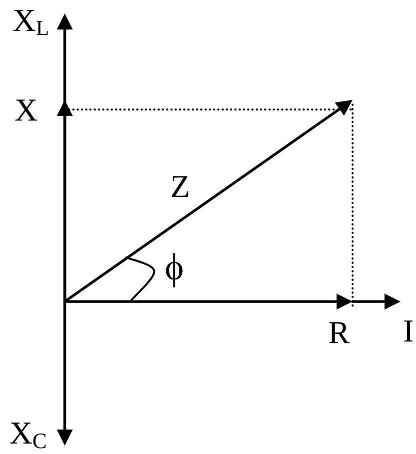
$Z=50\Omega$

$PF = \cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{30}{50} = 0.6$

$P_{real} = I^2R \quad \Rightarrow \quad 120 = I^2 \times 30 \quad \Rightarrow \quad I^2 = \frac{120}{30} = 4$

$I=2A$

$V_T = IZ = 2 \times 50 = 100V$



مثال/51 ملف مقاومته 16Ω ومعامل حثه الذاتي $(\frac{7}{220}H)$ ربط عبر قطبي مصدر للفولطية المتناوبة فرق جهده 100V وتردده 60Hz أحسب التيار المتناوب في الدائرة وعامل القدرة وزاوية فرق الطور والقدرة المستهلكة في الحمل؟

الحل/

$X_L = 2\pi FL = 2\pi \times 60 \times \frac{7}{220} = 2 \times \frac{22}{7} \times 60 \times \frac{7}{220} = 12\Omega$

$Z^2 = R^2 + X_L^2 = (16)^2 + (12)^2 = 256 + 144 = 400 \quad \Rightarrow \quad Z=20\Omega$

$$I = \frac{V_T}{Z} = \frac{100}{20} = 5A$$

$$PF = \cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{16}{20} = 0.8$$

$$\tan\phi = \frac{X_L}{R} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4} \quad \Rightarrow \quad \phi = 37°$$

$$P_{real} = I^2R = 25\times16 = 400w$$

مثال/52 دائرة تيار متناوب الحمل فيها محث صرف ومتسعة ذات سعة صرف ومقاومة صرف مربوطة على التوالي وضعت على الدائرة فولطية متناوبة مقدارها 200V وترددها 50Hz فكان تيار الدائرة 2A وعامل القدرة 0.6 والفولطية عبر المتسعة 40V فإذا علمت أن للدائرة خصائص حثية فما مقدار معامل الحث الذاتي للمحث؟

الحل/

$$Z = \frac{V_T}{I} = \frac{200}{2} = 100\Omega$$

$$PF = \cos\phi = \frac{R}{Z} \quad \Rightarrow \quad 0.6 = \frac{R}{100} \quad \Rightarrow \quad R = 0.6\times100 = 60\Omega$$

$$X_C = \frac{V_C}{I} = \frac{40}{2} = 20\Omega$$

$$Z^2 = R^2 + (X_L - X_C)^2 \quad \Rightarrow \quad (100)^2 = (60)^2 + (X_L - X_C)^2$$

$$10000 = 3600 + (X_L - X_C)^2 \quad \Rightarrow \quad (X_L - X_C)^2 = 10000 - 3600 = 6400$$

$$\therefore (X_L - X_C) = 80 \quad \Rightarrow \quad X_L - 20 = 80 \quad \Rightarrow \quad X_L = 80 + 20 = 100\Omega$$

$$X_L = 2\pi FL \quad \Rightarrow \quad 100 = 2\pi\times50L \quad \Rightarrow \quad 100 = 100\pi L \quad \Rightarrow \quad L = \frac{100}{100\pi} = \frac{1}{\pi}H$$

مثال/53 ربط ملف على طرفي مصدر للتيار المستمر فولطيته 100V فكانت القدرة المستثمرة في الملف 500w ولو ربط الملف نفسه على طرفي مصدر للتيار المتناوب فولطيته 125V وتردده $\frac{50}{\pi}$ Hz لبقي تيار الدائرة بالشدة نفسها في الحالتين جد : 1- معامل الحث الذاتي للملف 2- عامل القدرة لدائرة التيار المتناوب

الحل/

في دائرة التيار المستمر

$$P = VI \quad \Rightarrow \quad 500 = 100I \quad \Rightarrow \quad I = \frac{500}{100} = 5A$$

$$R = \frac{V}{I} = \frac{100}{5} = 20\Omega$$

في دائرة التيار المتناوب

$$Z = \frac{V_T}{I} = \frac{125}{5} = 25\Omega$$

$$Z^2 = R^2 + X_L^2 \quad \Rightarrow \quad (25)^2 = (20)^2 + X_L^2 \quad \Rightarrow \quad 625 = 400 + X_L^2$$

$$\therefore \quad X_L^2 = 625 - 400 = 225 \quad \Rightarrow \quad X_L = 15\Omega$$

$$X_L = 2\pi FL \quad \Rightarrow \quad 15 = 2\pi\times\frac{50}{\pi}L \quad \Rightarrow \quad L = \frac{15}{100} = 0.15H$$

مثال/54 ملف مهمل المقاومة رادته الحثية 80Ω عند التردد $200Hz$ فلو وصل هذا الملف على التوالي مع مقاومة 15Ω وربطت المجموعة بطرفي مصدر فولطيته $100V$ وتردده $50Hz$ ما مقدار :

1- تيار الدائرة 2- عامل القدرة 3- القدرة المستهلكة 4- ارسم مخطط الممانعة

الحل/

$$X_L = 2\pi FL \Rightarrow 80 = 2\pi \times 200L \Rightarrow L = \frac{80}{400\pi} = \frac{1}{5\pi}H$$

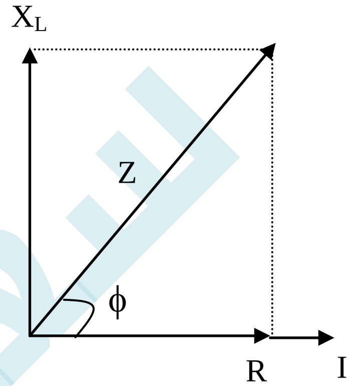
$$X_L = 2\pi \times 50 \times \frac{1}{5\pi} = 20\Omega$$

$$Z^2 = R^2 + X_L^2 = (15)^2 + (20)^2 = 225 + 400 = 625 \Rightarrow Z = 25\Omega$$

$$I = \frac{V_T}{Z} = \frac{100}{25} = 4A$$

$$PF = \cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5} = 0.6$$

$$P_{real} = I^2R = (4)^2 \times 15 = 240w$$



مثال/55 ملف مقاومته 6Ω ومعامل حثه الذاتي $\frac{1}{10\pi}H$ ومتسعة ذات سعة صرف ومصدر للفولطية المتناوبة فرق الجهد بين طرفيه $50V$ وتردده $100Hz$ فاذا كان تيار الدائرة $5A$ وللدائرة خصائص سعوية احسب :

1- سعة المتسعة . 2- عامل القدرة 3- كل من القدرة الحقيقية والقدرة الظاهرية.

الحل/

$$1-\quad X_L = 2\pi FL = 2\pi \times 100 \times \frac{1}{10\pi} = 20\Omega$$

$$Z = \frac{V_T}{I} = \frac{50}{5} = 10\Omega$$

$$Z^2 = R^2 + (X_L - X_C)^2 \Rightarrow (10)^2 = (6)^2 + (20 - X_C)^2 \Rightarrow 100 = 36 + (20 - X_C)^2$$

$$\therefore\ (20 - X_C)^2 = 100 - 36 = 64 \Rightarrow (20 - X_C) = 8$$

$\because$ الخواص سعوية لذلك

$$-(20 - X_C) = 8 \Rightarrow -20 + X_C = 8 \Rightarrow X_C = 8 + 20 = 28\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi FC} \Rightarrow 28 = \frac{1}{2\pi \times 100C} \Rightarrow 28 \times 2 \times \frac{22}{7} \times 100C = 1$$

$$\therefore\ C = \frac{1}{176} \times 10^{-2}F$$

$$2-\quad PF = \cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{6}{10} = 0.6$$

$$3-\quad P_{real} = I^2R = (5)^2 \times 6 = 25 \times 6 = 150w \quad , \quad P_{app} = IV_T = 5 \times 50 = 250VA$$

مثال/56 دائرة تيار متناوب متوالية الربط تحتوي على ملف ومتسعة ومصدر للفولطية المتناوبة فرق الجهد بين قطبيه $25V$ وتردده $\frac{500}{\pi}Hz$ وتيار الدائرة $1A$ والقدرة المستهلكة في الدائرة $20w$ ورادة الحث 85Ω وكانت خصائص الدائرة سعوية احسب:

1- عامل القدرة وزاوية فرق الطور بين الفولطية الكلية والتيار. 2- سعة المتسعة.

الحل/

$$1-\quad P_{real}=I^2R \quad\Rightarrow\quad 20=(1)^2R \quad\Rightarrow\quad R=20\Omega$$

$$Z=\frac{V_T}{I}=\frac{25}{1}=25\Omega$$

$$PF=\cos\phi=\frac{R}{Z}=\frac{20}{25}=0.8$$

$$Z^2=R^2+(X_L-X_C)^2 \quad\Rightarrow\quad (25)^2=(20)^2+(85-X_C)^2 \quad\Rightarrow\quad 625=400+(85-X_C)^2$$

$$\therefore (85-X_C)^2=625-400=225 \quad\Rightarrow\quad (85-X_C)=15$$

$\because$ خصائص الدائرة سعوية لذلك

$$-(85-X_C)=15 \quad\Rightarrow\quad -85+X_C=15 \quad\Rightarrow\quad X_C=15+85=100\Omega$$

$$\tan\phi=\frac{X_L-X_C}{R}=\frac{85-100}{20}=-\frac{15}{20}=-\frac{3}{4} \quad\Rightarrow\quad \phi=-37^\circ$$

$$2-\quad X_C=\frac{1}{2\pi FC} \quad\Rightarrow\quad 100=\frac{1}{2\pi\times\frac{500}{\pi}C} \quad\Rightarrow\quad 100000C=1 \quad\Rightarrow\quad C=10^{-5}F$$

مثال/57 دائرة تيار متناوب متوالية الربط تحتوي على ملف ومصدر للفولطية المتناوبة مقدارها 100V وكان مقدار التيار في الدائرة (5A) والقدرة الحقيقية 400w . احسب مقدار :

1- عامل القدرة وقياس زاوية فرق الطور بين الفولطية الكلية والتيار .

2- معامل الحث الذاتي للملف اذا كان تردد الفولطية في الدائرة 60Hz .

الحل/

$$1-\quad PF=\frac{P_{real}}{P_{app}}=\frac{P_{real}}{IV_T}=\frac{400}{5\times100}=\frac{4}{5}=0.8$$

$$\cos\phi=PF=0.8 \quad\Rightarrow\quad \phi=37^\circ$$

$$Z=\frac{V_T}{I}=\frac{100}{5}=20\Omega$$

$$\cos\phi=\frac{R}{Z} \quad\Rightarrow\quad 0.8=\frac{R}{20} \quad\Rightarrow\quad R=0.8\times20=16\Omega$$

$$Z^2=R^2+X_L^2 \quad\Rightarrow\quad (20)^2=(16)^2+X_L^2 \quad\Rightarrow\quad 400=256+X_L^2$$

$$\therefore\quad X_L^2=400-256=144 \quad\Rightarrow\quad X_L=12\Omega$$

$$X_L=2\pi FL \quad\Rightarrow\quad 12=2\pi\times60L \quad\Rightarrow\quad L=\frac{12}{120\pi}=\frac{1}{10\pi}H$$

مثال/58 دائرة تيار متناوب متوالية الربط تحتوي على مصدر للفولطية بتردد 50Hz وملف مقاومته 50Ω ومتسعة متغيرة السعة اخذ من سعتها $\frac{50}{\pi}\mu F$ أصبحت الفولطية الكلية تتأخر عن التيار بفرق طور 45° .

احسب مقدار : 1- معامل الحث الذاتي

2- السعة الجديدة للمتسعة التي ستجعل الفولطية الكلية تتقدم عن التيار بفرق الطور نفسه

الحل/

$$X_C=\frac{1}{2\pi FC}=\frac{1}{2\pi\times50\times\frac{50}{\pi}\times10^{-6}}=\frac{1}{5000\times10^{-6}}=\frac{1000}{5}=200\Omega$$

$$\tan\phi=\frac{X_L-X_C}{R}\Rightarrow\tan(-45°)=\frac{X_L-200}{50}\Rightarrow-1=\frac{X_L-200}{50}$$

$$\therefore\ X_L-200=-50\Rightarrow X_L=-50+200=150\Omega$$

$$X_L=2\pi FL\Rightarrow150=2\pi\times50L\Rightarrow L=\frac{150}{100\pi}=\frac{3}{2\pi}H$$

$$\tan\phi=\frac{X_L-X_C}{R}\Rightarrow\tan45°=\frac{150-X_C}{50}\Rightarrow1=\frac{150-X_C}{50}$$

$$\therefore\ 50=150-X_C\Rightarrow X_C=150-50=100\Omega$$

$$X_C=\frac{1}{2\pi FC}\Rightarrow100=\frac{1}{2\pi\times50C}\Rightarrow10000\pi C=1$$

$$\therefore\ C=\frac{1}{10000\pi}=\frac{1}{\pi}\times10^{-4}F$$

مثال/59 مصدر للفولطية المتناوبة فرق الجهد بين طرفيه يعطى بالعلاقة التالية : $V_{ins}=200\sin(\omega t+\frac{\pi}{4})$
ربطت بين طرفيه مقاومة مقدارها 20Ω وملف رادة الحث له 50Ω فكان تيار الدائرة 2A احسب :
1- مقاومة الملف. 2- زاوية فرق الطور. 3- القدرة المستهلكة في الدائرة.

الحل/

بمقارنة المعادلة $V_{ins}=200\sin(\omega t+\frac{\pi}{4})$ بالمعادلة العامة $V_{ins}=V_m\sin(\omega t+\phi)$ نجد:

1- $V_m=200V$

$$\therefore V_{eff}=\frac{V_m}{\sqrt2}=\frac{200}{\sqrt2}=\frac{200}{\sqrt2}\times\frac{\sqrt2}{\sqrt2}=100\sqrt2\,V=V_T$$

$$Z=\frac{V_T}{I}=\frac{100\sqrt2}{2}=50\sqrt2\,\Omega$$

$$Z^2=R_T^2+X_L^2\Rightarrow(50\sqrt2)^2=R_T^2+(50)^2\Rightarrow5000=R_T^2+2500$$

$$\therefore R_T^2=5000-2500=2500\Rightarrow R_T=50\Omega$$

$$R_T=R_L+R\Rightarrow50=R_L+20\Rightarrow R_L=50-20=30\Omega$$

2- $\phi=\frac{\pi}{4}=\frac{180°}{4}=45°$

3- $P_{real}=I^2R_T=(2)^2\times50=4\times50=200w$

مثال/60 دائرة تيار متناوب متوالية الربط تحتوي على مقاومة 30Ω وملف رادته الحثية $(50\sqrt3\,\Omega)$ هو وتيار الدائرة 1A والفولطية المطبقة على الدائرة تعطى بالعلاقة : $V_{T(ins)}=141.4\sin(\omega t+\frac{\pi}{3})$ احسب :
المقدار المؤثر للفولطية المطبقة ، زاوية فرق الطور ، عامل القدرة ، ممانعة الدائرة ، مقاومة الملف

الحل/

بمقارنة المعادلة $V_{ins}=141.4\sin(\omega t+\frac{\pi}{3})$

بالمعادلة العامة $V_{ins}=V_m\sin(\omega t+\phi)$ نجد :

$$V_m=141.4V$$

$$\therefore\ V_{eff}=\frac{V_m}{\sqrt{2}}=\frac{141.4}{1.414}=100V$$

$$\phi=\frac{\pi}{3}=60^\circ$$

$$PF=\cos\phi=\cos60^\circ=0.5$$

$$Z=\frac{V_T}{I}=\frac{100}{1}=100\Omega$$

$$Z^2=R_T^2+X_L^2 \Rightarrow (100)^2=R_T^2+(50\sqrt{3})^2 \Rightarrow 10000=R_T^2+7500$$

$$R_T^2=10000-7500=2500 \Rightarrow R_T=50\Omega$$

$$R_T=R_L+R \Rightarrow 50=R_L+30 \Rightarrow R_L=20\Omega$$

مثال/61 وصل ملف مقاومته 20Ω بمصدر للتيار المتناوب فولطيته تعطى بالعلاقة ($V_{ins}=200\sin(100t+\frac{\pi}{4})$) فكان تيار الدائرة $5A$ احسب معامل الحث الذاتي للملف والقدرة المستهلكة فيه وعامل القدرة.

الحل/

بمقارنة المعادلة $V_{ins}=200\sin(100t+\frac{\pi}{4}$

بالمعادلة العامة $V_{ins}=V_m\sin(\omega t+\phi)$ نجد:

$$V_m=200V \Rightarrow V_{eff}=\frac{V_m}{\sqrt{2}}=\frac{200}{\sqrt{2}}=\frac{200}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=100\sqrt{2}\,V=V_T$$

$$Z=\frac{V_T}{I}=\frac{100\sqrt{2}}{5}=20\sqrt{2}\,\Omega$$

$$Z^2=R^2+X_L^2 \Rightarrow (20\sqrt{2})^2=(20)^2+X_L^2 \Rightarrow 800=400+X_L^2 \Rightarrow X_L^2=800-400=400$$

$$\therefore X_L=20\Omega$$

$$\omega t=100t \Rightarrow \omega=100rad/s$$

$$X_L=\omega L \Rightarrow 20=100L \Rightarrow L=\frac{20}{100}=0.2H$$

$$P_{real}=I^2R=(5)^2\times20=25\times20=500w \quad , \quad PF=\cos\phi=\frac{R}{Z}=\frac{20}{20\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

مثال/62 دائرة تيار متناوب متوالية الربط تتالف من مقاومة مقدارها 100Ω ومحث صرف معامل حثه الذاتي $2H$ ومتسعة ذات سعة صرف مقدارها $100\mu F$ ومصدر للفولطية المتناوبة فولطيته تعطى بالعلاقة التالية: ($V_{ins}=120\sin100t$) اكتب المعادلة التي يعطى بها التيار؟

الحل/

بمقارنة المعادلة $(V_{ins}=120\sin 100t)$ بالمعادلة العامة $V_{ins}=V_m\sin(\omega t)$ نجد :

$$V_m=120V \quad , \quad \omega=100rad/s$$

$$V_{eff}=\frac{V_m}{\sqrt{2}}=\frac{120}{\sqrt{2}}=\frac{120}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=60\sqrt{2}\,V=V_T$$

$$X_L=\omega L=100\times 2=200\Omega \quad , \quad X_C=\frac{1}{\omega C}=\frac{1}{100\times 100\times 10^{-6}}=100\Omega$$

$$\tan\phi=\frac{X_L-X_C}{R}=\frac{200-100}{100}=1 \quad \Rightarrow \quad \phi=45^\circ=\frac{\pi}{4}$$

$$Z^2=R^2+(X_L-X_C)^2=(100)^2+(200-100)^2=2(100)^2 \quad \Rightarrow \quad Z=100\sqrt{2}\,\Omega$$

$$I=\frac{V_T}{Z}=\frac{60\sqrt{2}}{100\sqrt{2}}=0.6A=I_{eff} \quad \Rightarrow \quad I_m=\sqrt{2}\,I_{eff}=1.414\times 0.6=0.8484A$$

$$\because\ X_L>X_C$$

لذلك فان المعادلة العامة للتيار هي :

$$I_{ins}=I_m\sin(\omega t-\phi) \quad \Rightarrow \quad I_{ins}=0.8484\sin(100t-\frac{\pi}{4})$$

مثال/63 ملف مقاومته 80Ω ربط الى مصدر للفولطية المتناوبة فرق الجهد بين طرفيه معطى بالعلاقة الاتية :

$V_{ins}=200\sqrt{2}\sin(314t+\frac{\pi}{6})$ وتيار الدائرة 2A احسب :

1- ممانعة الدائرة 2- معامل الحث الذاتي للملف. 3- زاوية فرق الطور. 4- القدرة الحقيقية المستهلكة في الدائرة.

الحل/

بمقارنة المعادلة : $V_{ins}=200\sqrt{2}\sin(314t+\frac{\pi}{6})$

بالمعادلة العامة : $V_{ins}=V_m\sin(\omega t+\phi)$ نجد :

$$1-\quad V_m=200\sqrt{2}\,V \quad \Rightarrow \quad V_{eff}=\frac{V_m}{\sqrt{2}}=\frac{200\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=200V=V_T$$

$$\therefore\ Z=\frac{V_T}{I}=\frac{200}{2}=100\Omega$$

$$2-\quad Z^2=R^2+X_L^2 \quad \Rightarrow \quad (100)^2=(80)^2+X_L^2 \quad \Rightarrow \quad 10000=6400+X_L^2$$

$$\therefore\ X_L^2=10000-6400=3600 \quad \Rightarrow \quad X_L=60\Omega$$

$$X_L=\omega L \quad \Rightarrow \quad 60=314L \quad \Rightarrow \quad 60=100\pi L \quad \Rightarrow \quad L=\frac{60}{100\pi}=\frac{3}{5\pi}H$$

$$3-\quad \phi=\frac{\pi}{6}=\frac{180^\circ}{6}=30^\circ$$

$$4-\quad P_{real}=I^2R=(2)^2\times 80=4\times 80=320w$$

مثال/64 ربط ملف مقاومته 20Ω إلى مصدر للتيار المتناوب فولطيته تعطى بالعلاقة التالية :

$V_T=141.4\sin(100t+37^\circ)$ فإذا كان تيار الدائرة 4A احسب :

1- المقدار المؤثر للفولطية 2- تردد الفولطية 3- زاوية فرق الطور بين متجه الطور للفولطية ومتجه الطور للتيار 4- معامل الحث الذاتي للملف 5- القدرة المستهلكة بالدائرة والقدرة الظاهرية .

الحل/

بمقارنة المعادلة $V_T = 141.4\sin(100t + 37°)$ بالمعادلة العامة $V_{ins} = V_m \sin(\omega t + 37°)$ نجد:

$$1-\ \ V_m = 141.4V \quad , \quad V_{eff} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{141.4}{1.414} = 100V$$

$$2-\ \ \omega = 100rad/s \quad , \quad \omega = 2\pi F \Rightarrow 100 = 2\pi F \Rightarrow F = \frac{100}{2\pi} = \frac{50}{\pi}Hz$$

$$3-\ \ \phi = 37°$$

$$4-\ \ Z = \frac{V_T}{I} = \frac{100}{4} = 25\Omega$$

$$Z^2 = R^2 + X_L^2 \Rightarrow (25)^2 = (20)^2 + X_L^2 \Rightarrow 625 = 400 + X_L^2 \Rightarrow X_L^2 = 625 - 400 = 225$$

$$\therefore X_L = 15\Omega$$

$$X_L = \omega L \Rightarrow 15 = 100L \Rightarrow L = \frac{15}{100} = 0.15H$$

$$5-\ \ P_{real} = I^2R = (4)^2 \times 20 = 16 \times 20 = 320w \quad , \quad P_{app} = IV_T = 4 \times 100 = 400VA$$

مثال/65 دائرة تيار متناوب متوالية الربط تحتوي على محث صرف رادة الحث له 40Ω ومقاومة صرف ومتسعة ذات سعة صرف ومصدر للفولطية المتناوبة فرق الجهد بين قطبيه 100V وتردده 50Hz وتيار الدائرة 2A وكان متجه الطور للفولطية الكلية يتاخر عن متجه الطور للتيار بزاوية فرق طور $53°$ فما مقدار؟

1- المقاومة. 2- سعة المتسعة. 3- معامل الحث الذاتي للمحث.

الحل/

$$1-\ \ Z = \frac{V_T}{I} = \frac{100}{2} = 50\Omega$$

$$\cos\phi = \frac{R}{Z} \Rightarrow \cos 53° = \frac{R}{50} \Rightarrow R = 0.6 \times 50 = 30\Omega$$

$$2-\ \ Z^2 = R^2 + (X_L - X_C)^2 \Rightarrow (50)^2 = (30)^2 + (40 - X_C)^2$$

$$2500 = 900 + (40 - X_C)^2 \Rightarrow (40 - X_C)^2 = 2500 - 900 = 1600$$

$$\therefore (40 - X_C) = 40$$

$\because$ الخواص سعوية لذلك

$$-(40 - X_C) = 40 \Rightarrow -40 + X_C = 40 \Rightarrow X_C = 80\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi FC} \Rightarrow 80 = \frac{1}{2\pi \times 50C} \Rightarrow 8000\pi C = 1 \Rightarrow C = \frac{125}{\pi} \times 10^{-6}F$$

$$3-\ \ X_L = 2\pi FL \Rightarrow 40 = 2\pi \times 50L \Rightarrow L = \frac{40}{100\pi} = \frac{2}{5\pi}H$$

مثال/66 دائرة تيار متناوب الحمل فيها محث ومتسعة ومقاومة على التوالي وضعت على الدائرة فولطية متناوبة مقدارها 200V وترددها 50Hz فكان تيار الدائرة 2A وعامل القدرة 0.6 والفولطية عبر المتسعة 40V فاذا علمت أن للدائرة خصائص حثية فما مقدار معامل الحث الذاتي للمحث؟

الحل/

$$Z = \frac{V_T}{I} = \frac{200}{2} = 100\Omega$$

$$PF = \cos\phi = \frac{R}{Z} \Rightarrow 0.6 = \frac{R}{100} \Rightarrow R = 0.6 \times 100 = 60\Omega$$

$$X_C = \frac{V_C}{I} = \frac{40}{2} = 20\Omega$$

$$Z^2 = R^2 + (X_L - X_C)^2 \Rightarrow (100)^2 = (60)^2 + (X_L - 20)^2$$

$$10000 = 3600 + (X_L - 20)^2 \Rightarrow (X_L - 20)^2 = 10000 - 3600 = 6400$$

$$\therefore (X_L - 20) = 80 \Rightarrow X_L = 100\Omega$$

$$X_L = 2\pi FL \Rightarrow 100 = 2\pi \times 50L \Rightarrow L = \frac{100}{100\pi} = \frac{1}{\pi}H$$

مثال/67 دائرة تيار متناوب متوالية الربط تحتوي على ملف مقاومته 40Ω ومتسعة ذات سعة صرف مقدارها $\frac{1}{22}mF$ ومصدر للفولطية المتناوبة فرق الجهد بين طرفيه $100V$ فاذا كان فرق الجهد عبر المتسعة $140V$ والقدرة الحقيقية المستهلكة في المقاومة $160w$ وللدائرة خصائص حثية احسب :

1- تردد المصدر. 2- معامل الحث الذاتي للملف. 3- عامل القدرة.

الحل/

$$1\text{-}\ P_{real} = I^2R \Rightarrow 160 = I^2 \times 40 \Rightarrow I^2 = \frac{160}{40} = 4 \Rightarrow I = 2A$$

$$X_C = \frac{V_C}{I} = \frac{140}{2} = 70\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi FC} \Rightarrow 70 = \frac{1}{2\pi F \times \frac{1}{22} \times 10^{-3}} \Rightarrow 70 = \frac{10^3}{2 \times \frac{22F}{7} \times \frac{1}{22}}$$

$$70 = \frac{7 \times 10^3}{2F} \Rightarrow F = \frac{7000}{2 \times 70} = 50Hz$$

$$2\text{-}\ Z = \frac{V_T}{I} = \frac{100}{2} = 50V$$

$$Z^2 = R^2 + (X_L - X_C)^2 \Rightarrow (50)^2 = (40)^2 + (X_L - 70)^2$$

$$2500 = 1600 + (X_L - 70)^2 \Rightarrow (X_L - 70)^2 = 2500 - 1600 = 900$$

$$\therefore X_L - 70 = 30 \Rightarrow X_L = 30 + 70 = 100\Omega$$

$$X_L = 2\pi FL \Rightarrow 100 = 2\pi \times 50L \Rightarrow 100 = 100\pi L \Rightarrow L = \frac{100}{100\pi} = \frac{1}{\pi}H$$

3- $PF = \cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{40}{50} = 0.8$

مثال/68 وضعت فولطية مستمرة مقدارها (40V) على طرفي ملف فاصبح تيار الدائرة (2A) ولو وضعت فولطية متناوبة مقدارها (40V) وترددها (500Hz) بدلا من هذه الفولطية المستمرة على طرفي الملف نفسه اصبح تيار الدائرة (1.6A) .

1- ما سبب قلة التيار في هذه الحالة الثانية .
2- احسب مقدار معامل الحث الذاتي للملف وعامل القدرة وقياس زاوية فرق الطور بين الفولطية والتيار .
3- احسب القدرة الحقيقية في الحالتين .

الحل/

1- وذلك بسبب ظهور معاكسة مشتركة للملف ضد مرور التيار الكهربائي ناتجة عن مقاومة أسلاكه ورادته الحثية تسمى الممانعة .

في دائرة التيار المستمر

$$R = \frac{V}{I} = \frac{40}{2} = 20\Omega$$

في دائرة التيار المتناوب

$$Z = \frac{V_T}{I} = \frac{40}{1.6} = 25\Omega$$

$$Z^2 = R^2 + X_L^2 \Rightarrow (25)^2 = (20)^2 + X_L^2 \Rightarrow 625 = 400 + X_L^2$$

$$\therefore X_L^2 = 625 - 400 = 225 \Rightarrow X_L = 15\Omega$$

$$X_L = 2\pi FL \Rightarrow 15 = 2\pi \times 500L \Rightarrow 15 = 1000\pi L \Rightarrow L = \frac{0.015}{\pi} H$$

$$PF = \cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{20}{25} = \frac{4}{5} = 0.8$$

$$\tan\phi = \frac{X_L}{R} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4} \Rightarrow \phi = 37°$$

$$P_{dc} = I^2R = (2)^2 \times 20 = 4 \times 20 = 80w$$

$$P_{real} = I^2R = (1.6)^2 \times 20 = 2.56 \times 20 = 51.2w$$

مثال/69 وضعت فولطية مستمرة مقدارها 80V على طرفي ملف فكان تيار الدائرة 10A ولو وضعت فولطية متناوبة مقدارها 80V بتردد 60Hz على طرفي الملف نفسه بدلا من الفولطية المستمرة اصبح تيار الدائرة 8A احسب:

1- معامل الحث الذاتي للملف 2- عامل القدرة وزاوية فرق الطور 3- القدرة المستهلكة في الملف في الحالتين.

الحل/

في حالة الفولطية مستمرة فان:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{80}{10} = 8\Omega$$

في حالة الفولطية متناوبة فان:

$$Z = \frac{V_T}{I} = \frac{80}{8} = 10\Omega$$

$$Z^2 = R^2 + X_L^2 \Rightarrow (10)^2 = (8)^2 + X_L^2 \Rightarrow 100 = 64 + X_L^2 \Rightarrow X_L^2 = 100 - 64 = 36$$

$$\therefore X_L = 6\Omega$$

$X_L = 2\pi FL \Rightarrow 6 = 2\pi \times 60L \Rightarrow L = \frac{6}{120\pi} = \frac{1}{20\pi} H$

2- $PF = \cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{8}{10} = 0.8 \quad , \quad \tan\phi = \frac{X_L}{R} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \Rightarrow \phi = 37°$

3- $P_{dc} = IV = 10 \times 80 = 800w \quad , \quad P_{real} = IV_T = 8 \times 80 = 6400w$

مثال/70 وضعت فولطية مستمرة قدرها (50V) على طرفي ملف فاصبح تيار الدائرة (1.25A).ولو وضعت فولطية متناوبة قدرها (50V) وبتردد ($\frac{500}{\pi}$ Hz) بدلا من الفولطية المستمرة على طرفي نفس الملف يصبح تيار الدائرة (1A)

1- ما سبب قلة التيار في الحالة الثانية ؟
2- جد معامل الحث الذاتي للملف وعامل القدرة وقياس زاوية فرق الطور بين الفولطية والتيار في الحالة الثانية .

الحل/

1- بسبب تولد رادة حثية في دائرة التيار المتناوب اضافة لوجود المقاومة فتزيد من ممانعة الدائرة .
2- في دائرة التيار المستمر :

$R = \frac{V}{I} = \frac{50}{1.25} = 40\Omega$

في دائرة التيار المتناوب :

$Z = \frac{V_T}{I} = \frac{50}{1} = 50\Omega$

$Z^2 = R^2 + X_L^2 \Rightarrow (50)^2 = (40)^2 + X_L^2 \Rightarrow 2500 = 1600 + X_L^2$

$\therefore X_L^2 = 2500 - 1600 = 900 \Rightarrow X_L = 30\Omega$

$X_L = 2\pi FL \Rightarrow 30 = 2\pi \times \frac{500}{\pi} L \Rightarrow L = 0.03H$

$PF = \cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{40}{50} = 0.8$

$\tan\phi = \frac{X_L}{R} = \frac{30}{40} = \frac{3}{4} \Rightarrow \phi = 37°$

مثال/71 دائرة تيار متناوب متوالية الربط تتالف من محث رادة الحث له 100Ω ومتسعة ذات سعة صرف مقدارها $250\mu F$ ومقاومة 60Ω فاذا كانت فولطية المصدر $200V$ وتردده $\frac{700}{22}$ Hz احسب :

1- الممانعة الكلية وتيار الدائرة. 2- فرق الجهد عبر كل من المقاومة والمحث والمتسعة.
3- زاوية فرق الطور بين متجه الطور للفولطية الكلية ومتجه الطور للتيار.
4- كل من القدرة الحقيقية والقدرة الظاهرية.

الحل/

1- $X_C = \frac{1}{2\pi FC} = \frac{1}{2\pi \times \frac{700}{22} \times 250 \times 10^{-6}} = \frac{1}{2 \times \frac{22}{7} \times \frac{700}{22} \times 250 \times 10^{-6}} = \frac{100}{5} = 20\Omega$

$Z^2 = R^2 + (X_L - X_C)^2 = (60)^2 + (100 - 20)^2 = 3600 + 6400 = 10000 \Rightarrow Z = 100\Omega$

$I = \frac{V_T}{Z} = \frac{200}{100} = 2A$

2- $V_R = IR = 2 \times 60 = 120V$, $V_L = IX_L = 2 \times 100 = 200V$, $V_C = IX_C = 2 \times 20 = 40V$

3- $\tan\phi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{100-20}{60} = \frac{80}{60} = \frac{4}{3} \Rightarrow \phi = 53°$

4- $P_{real} = I^2R = (2)^2 \times 60 = 240w$, $P_{app} = IV_T = 2 \times 200 = 400VA$

مثال/72 دائرة تيار متناوب متوالية الربط تحتوي على مصدر للفولطية المتناوبة بتردد 50Hz ومقاومة صرف ومتسعة ذات سعة صرف رادة السعة لها 14Ω ومحث صرف فاذا كانت الممانعة الكلية للدائرة 10Ω وعامل القدرة لها 0.6 وللدائرة خصائص حثية فما مقدار :

1- مقاومة الدائرة. 2- معامل الحث الذاتي.

3- زاوية فرق الطور بين متجه الطور للفولطية الكلية ومتجه الطور للتيار.

الحل/

1- $PF = \cos\phi = \frac{R}{Z} \Rightarrow 0.6 = \frac{R}{10} \Rightarrow R = 0.6 \times 10 = 6\Omega$

2- $Z^2 = R^2 + (X_L - X_C)^2 \Rightarrow (10)^2 = (6)^2 + (X_L - 14)^2 \Rightarrow 100 = 36 + (X_L - 14)^2$

$\therefore (X_L - 14)^2 = 100 - 36 = 64 \Rightarrow (X_L - 14) = 8 \Rightarrow X_L = 8 + 14 = 22\Omega$

$X_L = 2\pi FL \Rightarrow 22 = 2\pi \times 50L \Rightarrow L = \frac{22}{100\pi} = \frac{22}{100 \times \frac{22}{7}} = 0.07H$

3- $\tan\phi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{22-14}{6} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \Rightarrow \phi = 53°$

مثال/73 دائرة تيار متناوب متوالية الربط تحتوي ملف معامل حثه الذاتي $(\frac{4}{\pi}H)$ ومقاومة صرف (300Ω) ومتسعة ذات سعة صرف ومصدر للفولطية المتناوبة مقدارها $(100V)$ بتردد $(50Hz)$ فكان مقدار التيار في الدائرة $(0.2A)$ ومقدار رادة السعة (100Ω) احسب مقدار:

1- مقاومة الملف وعامل القدرة وقياس زاوية فرق الطور بين الفولطية الكلية والتيار .

2- القدرة المستهلكة في الدائرة .

الحل/

1- $X_L = 2\pi fL = 2\pi \times 50 \times \frac{4}{\pi} = 400\Omega$, $Z = \frac{V_T}{I_T} = \frac{100}{0.2} = 500\Omega$

$Z^2 = R_T^2 + (X_L - X_C)^2 \Rightarrow (500)^2 = R_T^2 + (400-100)^2$

$R_T^2 = 250000 - 90000 = 160000 \Rightarrow R_T = 400\Omega$

$R_T = R_L + R \Rightarrow 400 = R_L + 300 \Rightarrow R_L = 100\Omega$

$Pf = \cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{400}{500} = 0.8\Omega$, $\tan\phi = \frac{X_L - X_C}{R_T} = \frac{400-100}{400} = \frac{300}{400} = \frac{3}{4}$

$\therefore \phi = 37°$

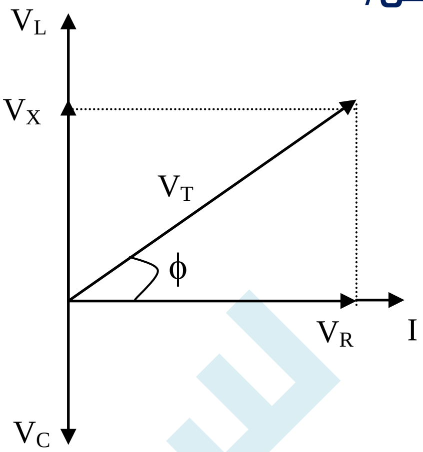
2- $P_{real} = I^2.R_T = (0.2)^2 \times 400 = 16W$

مثال/74 دائرة تيار متناوب متوالية الربط تحتوي ملفا ومتسعة ومصدر للفولطية المتناوبة مقدارها $(100V)$ بتردد معين وكان مقدار الرادة الحثية يساوي أربعة أمثال مقدار الرادة السعوية للمتسعة ومقدار الفولطية عبر المتسعة $(20V)$ وتيار الدائرة $(0.2A)$ احسب مقدار :

1- الرادة السعوية للمتسعة 2- الرادة الحثية للملف 3- المقاومة الاومية 4- القدرة المستهلكة في الدائرة

5- ارسم مخطط الفولطية بالمتجهات الطورية في الدائرة .

الحل/



$$1-\quad X_C = \frac{V_C}{I} = \frac{20}{0.2} = 100\Omega$$

$$2-\quad \because X_L = 4X_C \quad \Rightarrow \quad X_L = 4 \times 100 = 400\Omega$$

$$3-\quad Z = \frac{V_T}{I} = \frac{100}{0.2} = 500\Omega$$

$$Z^2 = R^2 + (X_L - X_C)^2 \quad \Rightarrow \quad (500)^2 = R^2 + (400-100)^2$$

$$250000 = R^2 + 90000$$

$$R^2 = 250000 - 90000 = 160000 \quad \Rightarrow \quad R = 400\Omega$$

$$P_{real} = I^2R = (0.2)^2 \times 400 = 0.04 \times 400 = 16w$$

مثال/75 دائرة تيار متناوب متوالية الربط تحتوي على ملف مهمل المقاومة معامل حثه الذاتي($\frac{0.4}{\pi}$ H) ومقاومة مقدارها (30Ω) ومتسعة سعتها ($\frac{125}{\pi}$ μF) ومصدر للفولطية المتناوبة مقدارها (200V) بتردد (50Hz) احسب مقدار :

1- ممانعة الدائرة
2- التيار المار في الدائرة
3- عامل القدرة للدائرة
4- القدرة المستهلكة في الدائرة
5- القدرة الظاهرية

الحل/

$$1-\quad X_L = 2\pi F L = 2\pi \times 50 \times \frac{0.4}{\pi} = 40\Omega \quad ,$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi FC} = \frac{1}{2\pi \times 50 \times \frac{125}{\pi} \times 10^{-6}} = \frac{10000}{125} = 80\Omega$$

$$Z^2 = R^2 + (X_L - X_C)^2 = (30)^2 + (40-80)^2 = 900 + 1600 = 2500 \quad \Rightarrow \quad Z = 50\Omega$$

$$2-\quad I = \frac{V_T}{Z} = \frac{200}{50} = 4A$$

$$3-\quad PF = \cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{30}{50} = 0.6$$

$$4-\quad P_{real} = I^2R = (4)^2 \times 30 = 16 \times 30 = 480w$$

$$5-\quad P_{app} = IV_T = 4 \times 200 = 800VA$$

مثال/76 دائرة تيار متناوب متوالية الربط تحتوي على مقاومة ومحث ومتسعة ومصدر للفولطية المتناوبة فولطيته (25V) وتردده ($\frac{500}{\pi}Hz$) وكانت القدرة المستهلكة في الدائرة 20w وتيار الدائرة (1A) ورادة الحث (85Ω) وكانت خواص الدائرة سعوية فاحسب :

1- عامل القدرة.　　2- زاوية فرق الطور بين الفولطية الكلية والتيار .　　3- سعة المتسعة.

الحل/

$$1-\quad Z=\frac{V_T}{I}=\frac{25}{1}=25\Omega$$

$$P_{real}=I^2R \qquad 20=(1)^2R \qquad \Rightarrow \qquad R=20\Omega$$

$$PF=\cos\phi=\frac{R}{Z}=\frac{20}{25}=0.8$$

$$2-\quad Z^2=R^2+(X_L-X_C)^2 \quad \Rightarrow \quad (25)^2=(20)^2+(85-X_C)^2 \quad \Rightarrow$$

$$625=400+(85-X_C)^2$$

$$\therefore\ (85-X_C)^2=625-400=225 \quad \Rightarrow \quad (85-X_C)=15 \quad \Rightarrow \quad -(85-X_C)=15$$

$$\therefore\ X_C=100\Omega$$

$$\tan\phi=\frac{X_L-X_C}{R}=\frac{85-100}{20}=-\frac{15}{20}=-\frac{3}{4} \quad \Rightarrow \quad \phi=-37^\circ$$

$$3-\quad X_C=\frac{1}{2\pi FC} \quad \Rightarrow \quad 100=\frac{1}{2\pi\times\frac{500}{\pi}C} \quad \Rightarrow \quad 100000C=1 \quad \therefore\ C=10^{-5}F$$

مثال/77 ربط ملف مقاومته (60Ω) مع مصدر للفولطية المتناوبة تردده (50Hz) فكان عامل القدرة في الدائرة (0.6) والقدرة الحقيقية فيها (240w) احسب مقدار:

1- ممانعة الدائرة ومعامل الحث الذاتي للملف　　2- فولطية المصدر

الحل/

$$1-\ PF=\cos\phi=\frac{R}{Z} \quad \Rightarrow \quad 0.6=\frac{60}{Z} \quad \Rightarrow \quad Z=\frac{60}{0.6}=100\Omega$$

$$Z^2=R^2+X_L^2 \quad \Rightarrow \quad (100)^2=(60)^2+X_L^2 \quad \Rightarrow \quad 10000=3600+X_L^2$$

$$\therefore\ X_L^2=10000-3600=6400 \quad \Rightarrow \quad X_L=80\Omega$$

$$X_L=2\pi FL \quad \Rightarrow \quad 80=2\pi\times50L \quad \Rightarrow \quad L=\frac{80}{100\pi}=\frac{4}{5\pi}H$$

$$2-\quad P_{real}=I^2R \quad \Rightarrow \quad 240=I^2\times60 \quad \Rightarrow \quad I^2=\frac{240}{60}=4 \quad \Rightarrow \quad I=2A$$

$$V_T=IZ=2\times100=200V$$

مثال/78 وضعت فولطية مستمرة مقدارها (60V) على طرفي ملف فأصبح المعدل الزمني لازدياد التيار في الملف (150A/s) في لحظة اغلاق الدائرة والمقدار الثابت للتيار (2A) . ولو وضعت فولطية متناوبة مقدارها (200V) وترددها الزاوي (100rad/s) بدلا من الفولطية المستمرة على طرفي الملف نفسه ، فما مقدار القدرة المستهلكة في دائرة التيار المتناوب ؟

الحل/

في دائرة التيار المستمر

$$R=\frac{V}{I}=\frac{60}{2}=30\Omega$$

$$V_{app}=I_{ins}R+L\frac{\Delta I}{\Delta t}\quad\Rightarrow\quad 60=0+L\times150\quad\Rightarrow\quad L=\frac{60}{150}=\frac{2}{5}=0.4H$$

في دائرة التيار المتناوب

$$X_L=\omega L=100\times0.4=40\Omega$$

$$Z^2=R^2+X_L^2=(30)^2+(40)^2=900+1600=2500\quad\Rightarrow\quad Z=50\Omega$$

$$I=\frac{V_T}{Z}=\frac{200}{50}=4A$$

$$P_{real}=I^2R=(4)^2\times30=480w$$

مثال79/ وضعت فولطية مستمرة مقدارها 100V على طرفي ملف فكان المعدل الزمني لازدياد التيار 120A/s في اللحظة التي بلغ فيها التيار الاني 2A وعند وصول التيار الى مقداره الاعظم 5A فصل الملف عن المصدر المستمر ووصل مع مصدر للفولطية المتناوبة فرق الجهد بين قطبيه 75V وتردده $\frac{15}{\pi}Hz$ احسب:

1- الممانعة الكلية للدائرة. 2- القدرة المستهلكة في الدائرة. 3- عامل القدرة في الدائرة.

الحل/

في حالة المصدر المستمر:

$$R=\frac{V_{app}}{I_{const}}=\frac{100}{5}=20\Omega$$

$$V_{app}=I_{ins}R+L\frac{\Delta I}{\Delta t}\quad\Rightarrow\quad 100=2\times20+L\times120\quad\Rightarrow\quad 100=40+120L$$

$$L=\frac{100-40}{120}=\frac{60}{120}=0.5H$$

في حالة المصدر المتناوب:

1- $X_L=2\pi FL=2\pi\times\frac{15}{\pi}\times0.5=15\Omega$

$$Z^2=R^2+X_L^2=(20)^2+(15)^2=400+225=625\quad\Rightarrow\quad Z=25\Omega$$

2- $I=\frac{V_T}{Z}=\frac{75}{25}=3A$, $P_{real}=I^2R=(3)^2\times20=9\times20=180w$

3- $PF=\cos\phi=\frac{R}{Z}=\frac{20}{25}=0.8$

مثال80/ وضعت فولطية مستمرة مقدارها 12V على طرفي ملف فاصبح المعدل الزمني لازدياد التيار في الملف 600A/s في لحظة اغلاق الدائرة والمقدار الثابت للتيار 2A فإذا ربط هذا الملف على التوالي مع متسعة سعتها 1mF ومصدر للفولطية المتناوبة تردده الزاوي 100rad/s بدلا من الفولطية المستمرة فما مقدار زاوية فرق الطور بين متجه الطور للفولطية الكلية ومتجه الطور للتيار وعامل القدرة؟

الحل/

في حالة المصدر مستمر:

$$V_{app}=I_{ins}R+L\frac{\Delta I}{\Delta t}\quad\Rightarrow\quad 12=L\times600\quad\Rightarrow\quad L=\frac{12}{600}=0.02H$$

$$R=\frac{V_{app}}{I_{const}}=\frac{12}{2}=6\Omega$$

في حالة المصدر متناوب:

$$X_L=\omega L=100\times 0.02=2\Omega \quad , \quad X_C=\frac{1}{\omega C}=\frac{1}{100\times 1\times 10^{-3}}=10\Omega$$

$$\tan\phi=\frac{X_L-X_C}{R}=\frac{2-10}{6}=-\frac{8}{6}=-\frac{4}{3} \quad \Rightarrow \quad \phi=-53^\circ$$

$$PF=\cos\phi=\cos 53^\circ=0.6$$

مثال81/ مصدران للفولطية احدهما مستمر والآخر متناوب متساويان بفرق الجهد ربط بكل منهما ملف (احدهما مماثل للآخر) وعند غلق الدائرتين كانت النسبة بين القدرة المستهلكة في دائرة التيار المستمر الى القدرة الحقيقية المستهلكة في دائرة التيار المتناوب تساوي 25:16 جد قياس زاوية فرق الطور بين الفولطية الكلية والتيار في دائرة التيار المتناوب .

الحل/

$$\frac{P_{dc}}{P_{real}}=\frac{I_{dc}^2 R}{I_{ac}^2 R} \quad \Rightarrow \quad \frac{25}{16}=\frac{I_{dc}^2}{I_{ac}^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{I_{dc}}{I_{ac}}=\frac{5}{4} \quad \Rightarrow \quad \frac{\frac{V_{dc}}{R}}{\frac{V_{ac}}{Z}}=\frac{5}{4}$$

$$\because \ V_{dc}=V_{ac}$$

$$\therefore \ \frac{\frac{1}{R}}{\frac{1}{Z}}=\frac{5}{4} \quad \Rightarrow \quad \frac{Z}{R}=\frac{5}{4} \quad \Rightarrow \quad \frac{R}{Z}=\frac{4}{5}=0.8$$

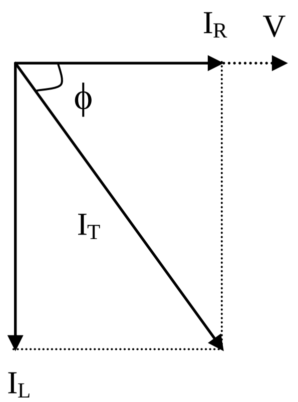
$$\because \ \cos\phi=\frac{R}{Z} \quad \Rightarrow \quad \cos\phi=0.8 \quad \Rightarrow \quad \phi=37^\circ$$

مسائل التوازي:

مثال82/ ربطت مقاومة 60Ω على التوازي مع محث صرف والمجموعة الى مصدر للفولطية المتناوبة فكان التيار الكلي 5A وعامل القدرة 0.8 ارسم مخطط التيار ثم احسب:

1- تيار فرع المقاومة 2- فولطية المصدر 3- رادة الحث والممانعة الكلية.

الحل/



$$1\text{-}\ PF=\cos\phi=\frac{I_R}{I_T} \quad \Rightarrow \quad 0.6=\frac{I_R}{5} \quad \Rightarrow \quad I_R=0.6\times 5=3A$$

$$2\text{-}\ V=I_R R=3\times 60=180V$$

$$3\text{-}\ I_T^2=I_R^2+I_L^2 \quad \Rightarrow \quad (5)^2=(3)^2+I_L^2 \quad \Rightarrow \quad I_L^2=25-9=16$$

$$\therefore \ I_L=4A$$

$$3\text{-}\ X_L=\frac{V}{I_L}=\frac{180}{4}=45\Omega \quad , \quad Z=\frac{V}{I_T}=\frac{180}{5}=36\Omega$$

مثال/83 دائرة تيار متناوب متوازية الربط تحتوي على مقاومة صرف ومحث صرف ومتسعة ذات سعة صرف ومصدر للفولطية المتناوبة فرق الجهد بين قطبيه 220V فإذا كان التيار في فرع المقاومة 8A وفي فرع المتسعة 9A وفي فرع المحث 15A جد:
1- التيار الكلي في الدائرة. 2- زاوية فرق الطور بين التيار الكلي والفولطية. 3- القدرة الحقيقية والقدرة الظاهرية.

الحل/

$$1-\ I_T^2 = I_R^2 + (I_C - I_L)^2 = (8)^2 + (9-15)^2 = 64+36 = 100 \quad \Rightarrow \quad I_T = 10A$$

$$2-\ \tan\phi = \frac{I_C - I_L}{I_R} = \frac{9-15}{8} = \frac{-6}{8} = -\frac{3}{4} \quad \Rightarrow \quad \phi = -37°$$

$$3-\ P_{real} = I_R V = 8\times 220 = 1760w \quad , \quad P_{app} = I_T V = 10\times 220 = 2200VA$$

مثال/84 دائرة تيار متناوب متوازية الربط تحتوي على مقاومة مقدارها 30Ω ومتسعة ومصدر للفولطية المتناوبة تردده 50Hz فإذا كانت ممانعة الدائرة 24Ω والقدرة المستهلكة في الدائرة 480w فما مقدار سعة المتسعة؟

الحل/

$$P_{real} = I_R^2 R \quad \Rightarrow \quad 480 = I_R^2 \times 30 \quad \Rightarrow \quad I_R^2 = \frac{480}{30} = 16 \quad \Rightarrow \quad I_R = 4A$$

$$V = I_R R = 4\times 30 = 120V$$

$$I_T = \frac{V}{Z} = \frac{120}{24} = 5A$$

$$I_T^2 = I_R^2 + I_C^2 \quad \Rightarrow \quad (5)^2 = (4)^2 + I_C^2 \quad \Rightarrow \quad 25 = 16 + I_C^2 \quad \Rightarrow \quad I_C^2 = 25-16 = 9$$

$$\therefore I_C = 3A$$

$$X_C = \frac{V}{I_C} = \frac{120}{3} = 40\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi FC} \quad \Rightarrow \quad 40 = \frac{1}{2\pi\times 50C} \quad \Rightarrow 4000\pi C = 1 \quad \Rightarrow \quad C = \frac{1}{4000\pi} = \frac{25}{\pi}\times 10^{-5}F$$

مثال/85 ربطت مقاومة 15Ω على التوازي مع محث خالص حثه الذاتي $\frac{1}{5\pi}H$ ثم ربطت المجموعة عبر مصدر للفولطية المتناوبة فأصبح تيار المحث 3A والتيار الكلي 5A . أحسب مقدار فولطية المصدر وممانعة الدائرة وعامل القدرة وتردد تيار الدارة ؟

الحل/

$$I_T^2 = I_R^2 + I_L^2 \quad \Rightarrow \quad (5)^2 = I_R^2 + (3)^2 \quad \Rightarrow \quad 25 = I_R^2 + 9 \quad \Rightarrow \quad I_R^2 = 25-9 = 16$$

$$\therefore \quad I_R = 4A$$

$$V = I_R R = 4\times 15 = 60V$$

$$Z = \frac{V}{I_T} = \frac{60}{5} = 12\Omega$$

$$PF = \cos\phi = \frac{I_R}{I_T} = \frac{4}{5} = 0.8$$

$$X_L = \frac{V}{I_L} = \frac{60}{3} = 20\Omega$$

$$X_L = 2\pi FL \Rightarrow 20 = 2\pi F \times \frac{1}{5\pi} \Rightarrow 20 = \frac{2F}{5} \Rightarrow F = \frac{100}{2} = 50Hz$$

مثال/86 ربطت مقاومة 30Ω على التوازي مع ملف مهمل المقاومة معامل حثه الذاتي ($\frac{2}{5\pi}H$) ثم ربطت هذه المجموعة عبر مصدر للفولطية المتناوبة فاصبح التيار في فرع الملف (6A) والتيار الكلي (10A) احسب :
1- مقدار فولطية المصدر وترددها   2- قياس زاوية فرق الطور بين التيار الكلي والفولطية

الحل/

$$1-\quad I_T^2 = I_R^2 + I_L^2 \Rightarrow (10)^2 = I_R^2 + (6)^2 \Rightarrow 100 = I_R^2 + 36$$

$$I_R^2 = 100 - 36 = 64 \Rightarrow I_R = 8A$$

$$V_R = I_R R = 8 \times 30 = 240V = V_T$$ (لان الربط توازي)

$$X_L = \frac{V}{I_L} = \frac{240}{6} = 40\Omega$$

$$X_L = 2\pi FL \Rightarrow 40 = 2\pi F \times \frac{2}{5\pi} \Rightarrow 4F = 200 \Rightarrow F = \frac{200}{4} = 50Hz$$

$$2-\quad \tan\phi = \frac{-I_L}{I_R} = -\frac{6}{8} = -\frac{3}{4} \Rightarrow \phi = -37°$$

مثال/87 دائرة تيار متناوب متوازية الربط تحتوي على مقاومة 10Ω وملف مهمل المقاومة ومتسعة ذات سعة صرف ومصدر للفولطية المتناوبة فرق الجهد بين طرفيه 40V وتردده 50Hz فاذا كان تيار الدائرة 5A والتيار في فرع المتسعة 13A وكانت للدائرة خصائص سعوية فما مقدار:
1- معامل الحث الذاتي للملف.   2- عامل القدرة.   3- زاوية فرق الطور بين التيار الكلي والفولطية.

الحل/

$$1-\quad I_R = \frac{V}{R} = \frac{40}{10} = 4A$$

$$I_T^2 = I_R^2 + (I_C - I_L)^2 \Rightarrow (5)^2 = (4)^2 + (13 - I_L)^2 \Rightarrow 25 = 16 + (13 - I_L)^2$$

$$\therefore (13 - I_L)^2 = 25 - 16 = 9 \Rightarrow (13 - I_L) = 3 \Rightarrow I_L = 13 - 3 = 10A$$

$$X_L = \frac{V}{I_L} = \frac{40}{10} = 4\Omega$$

$$X_L = 2\pi FL \Rightarrow 4 = 2\pi \times 50L \Rightarrow L = \frac{4}{100\pi} = \frac{1}{24\pi}H$$

$$2-\quad PF = \cos\phi = \frac{I_R}{I_T} = \frac{4}{5} = 0.8$$

$$3-\quad \tan\phi = \frac{I_C - I_L}{I_R} = \frac{13 - 10}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow \phi = 37°$$

مثال/88 ربطت مقاومة (30Ω) على التوازي مع متسعة ثم ربطت هذه المجموعة عبر قطبي مصدر للفولطية المتناوبة بتردد (50Hz) فأصبحت الممانعة الكلية للدائرة (24Ω) والقدرة الحقيقية المستهلكة بالمقاومة (480w) فما سعة المتسعة ؟

الحل/

$$P_{real} = I_R^2 R \Rightarrow 480 = I_R^2 \times 30 \Rightarrow I_R^2 = \frac{480}{30} = 16 \Rightarrow I_R = 4A$$

$$V = I_R R = 4 \times 30 = 120V$$

$$I_T = \frac{V}{Z} = \frac{120}{24} = 5A$$

$$I_T^2 = I_R^2 + I_C^2 \Rightarrow (5)^2 = (4)^2 + I_C^2 \Rightarrow 25 = 16 + I_C^2 \Rightarrow I_C^2 = 25 - 16 = 9$$

$$\therefore\ I_C = 3A$$

$$X_C = \frac{V}{I_C} = \frac{120}{3} = 40\Omega$$

مثال/89 دائرة تيار متناوب متوازية الربط تحتوي ملف مهمل المقاومة معامل حثه الذاتي $\frac{1}{2\pi}H$ ومقاومة مقدارها 25Ω ومتسعة رادتها السعوية 20Ω ومصدر للفولطية المتناوبة فرق الجهد بين طرفيه 100V وتردده 50Hz احسب:

1- التيار المناسب في كل من فرع المقاومة وفي فرع المتسعة وفي فرع المحث والتيار الكلي.
2- الممانعة الكلية للدائرة. 3- سعة المتسعة. 4- قياس زاوية فرق الطور بين التيار الكلي والفولطية.
5- القدرة الحقيقية والقدرة الظاهرية وعامل القدرة.

الحل/

$$1-\quad X_L = 2\pi FL = 2\pi \times 50 \times \frac{1}{2\pi} = 50\Omega$$

$$I_R = \frac{V}{R} = \frac{100}{25} = 4A \ ,\quad I_C = \frac{V}{X_C} = \frac{100}{20} = 5A \ ,\quad I_L = \frac{V}{X_L} = \frac{100}{50} = 2A$$

$$I_T^2 = I_R^2 + (I_C - I_L)^2 = (4)^2 + (5-2)^2 = 16 + 9 = 25 \Rightarrow I_T = 5A$$

$$2-\ Z = \frac{V}{I_T} = \frac{100}{5} = 20\Omega$$

$$3-\quad X_C = \frac{1}{2\pi FC} \Rightarrow 20 = \frac{1}{2\pi \times 50C} \Rightarrow 20 \times 2\pi \times 50C = 1$$

$$\therefore\ C = \frac{1}{2000\pi} = \frac{1}{2\pi} \times 10^{-3}F$$

$$4-\quad \tan\phi = \frac{I_C - I_L}{I_T} = \frac{5-2}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow \phi = 37^\circ$$

$$5-\quad P_{real} = I_R V = 4 \times 100 = 400w \quad , \quad P_{app} = I_T V = 5 \times 100 = 500VA$$

مثال/90 دائرة تيار متناوب متوازية الربط تحتوي على مقاومة صرف مقدارها 20Ω وملف مهمل المقاومة ومتسعة ذات سعة صرف مقدارها $\frac{7}{22}mF$ ومصدر للفولطية المتناوبة بتردد 50Hz وكانت القدرة الحقيقية المستهلكة في الدائرة 180w والتيار المار في فرع المحث 2A احسب :

1- الممانعة الكلية للدائرة. 2- عامل القدرة. 3- معامل الحث الذاتي للملف.

الحل/

$$1-\quad X_C=\frac{1}{2\pi FC}=\frac{1}{2\pi\times 50\times\frac{7}{22}\times 10^{-3}}=\frac{10^3}{2\times\frac{22}{7}\times 50\times\frac{7}{22}}=\frac{1000}{100}=10\Omega$$

$$P_{real}=I_R^2R\quad\Rightarrow\quad 180=I_R^2\times 20\quad\Rightarrow\quad I_R^2=\frac{180}{20}=9\quad\Rightarrow\quad I_R=3A$$

$$V=I_RR=3\times 20=60V$$

$$I_C=\frac{V}{X_C}=\frac{60}{10}=6A$$

$$I_T^2=I_R^2+(I_C-I_L)^2=(3)^2+(6-2)^2=9+16=25\quad\Rightarrow\quad I_T=5A$$

$$Z=\frac{V}{I_T}=\frac{60}{5}=12\Omega$$

$$2-\quad PF=\cos\phi=\frac{I_R}{I_T}=\frac{3}{5}=0.6$$

$$3-\quad X_L=\frac{V}{I_L}=\frac{60}{2}=30\Omega$$

$$X_L=2\pi FL\quad\Rightarrow\quad 30=2\pi\times 50L\quad\Rightarrow\quad L=\frac{30}{100\pi}=\frac{0.3}{\pi}H$$

مثال/91 دائرة تيار متناوب متوازية الربط تحتوي على مقاومة صرف 60Ω ومتسعة ذات سعة صرف ومصدر للفولطية المتناوبة وكان تيار الدائرة 5A وعامل القدرة 0.8 احسب تيار المقاومة وفولطية المصدر ورادة السعة والمقاومة ثم ارسم مخطط المتجهات الطورية للتيارات.

الحل/

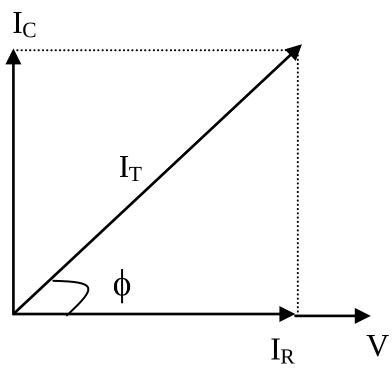
$$PF=\cos\phi=\frac{I_R}{I_T}\quad\Rightarrow\quad 0.8=\frac{I_R}{5}\quad\Rightarrow\quad I_R=0.8\times 5=4A$$

$$V=I_R\,R=4\times 60=240V$$

$$I_T=I_R^2+I_C^2\quad\Rightarrow\quad (5)^2=(4)^2+I_C^2\quad\Rightarrow\quad I_C^2=25-16=9$$

$$\therefore\ I_C=3A$$

$$X_C=\frac{V}{I_C}=\frac{240}{3}=80\Omega\quad,\qquad R=\frac{V}{I_R}=\frac{240}{4}=60\Omega$$



مثال/92 دائرة تيار متناوب تحتوي ملفا مهمل المقاومة ومتسعة ومقاومة اومية خالصة ربطت جميعها على التوازي عبر قطبي مصدر للفولطية المتناوبة مقدارها (120V) وترددها (50Hz) وكانت الرادة الحثية للملف (60Ω) وسعة المتسعة $(\frac{1}{2\pi}mF)$ والقدرة الحقيقية المستهلكة في الدائرة (360w) احسب مقدار :

1- التيار الكلي في الدائرة 2- عامل القدرة وممانعة الدائرة

الحل/

$$1-\quad X_C=\frac{1}{2\pi FC}=\frac{1}{2\pi\times 50\times\frac{1}{2\pi}\times 10^{-3}}=\frac{1000}{50}=20\Omega$$

$$I_C = \frac{V}{X_C} = \frac{120}{20} = 6\Omega \quad , \quad I_L = \frac{V}{X_L} = \frac{120}{60} = 2A$$

$$P_{real} = I_R V \Rightarrow 360 = I_R \times 120 \Rightarrow I_R = \frac{360}{120} = 3A$$

$$I_T^2 = I_R^2 + (I_C - I_L)^2 \Rightarrow I_T^2 = (3)^2 + (6-2)^2 = 9 + 16 = 25 \Rightarrow I_T = 5A$$

$$2\text{-} \quad PF = \cos\phi = \frac{I_R}{I_T} = \frac{3}{5} = 0.6 \quad , \quad Z = \frac{V}{I_T} = \frac{120}{5} = 24\Omega$$

مثال/93 دائرة تيار متناوب متوازية الربط تحتوي على مقاومة صرف ومتسعة ذات سعة صرف ومحث صرف معامل حثه الذاتي $\frac{1}{\pi}H$ ومصدر للفولطية المتناوبة فكان تيار المقاومة 4A وتيار المحث 2A وتيار المتسعة 5A والقدرة المستهلكة في الدائرة 400w احسب:

1- عامل القدرة. 2- زاوية فرق الطور. 3- ممانعة الدائرة. 4- سعة المتسعة.

الحل/

$$1\text{-} \quad I_T^2 = I_R^2 + (I_C - I_L)^2 = (4)^2 + (5-2)^2 = 16 + 9 = 25 \Rightarrow I_T = 5A$$

$$PF = \cos\phi = \frac{I_R}{I_T} = \frac{4}{5} = 0.8$$

$$2\text{-} \quad \tan\phi = \frac{I_C - I_L}{I_R} = \frac{5-2}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow \phi = 37°$$

$$3\text{-} \quad P_{real} = I_R V \Rightarrow 400 = 4V \Rightarrow V = \frac{400}{4} = 100V \quad , \quad Z = \frac{V}{I_T} = \frac{100}{5} = 20\Omega$$

$$4\text{-} \quad X_C = \frac{V}{I_C} = \frac{100}{5} = 20\Omega \quad , \quad X_L = \frac{V}{I_L} = \frac{100}{2} = 50\Omega$$

$$X_L = 2\pi FL \Rightarrow 50 = 2\pi F \times \frac{1}{\pi} \Rightarrow F = \frac{50}{2} = 25Hz$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi FC} \Rightarrow 20 = \frac{1}{2\pi \times 25C} \Rightarrow 1000\pi C = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{1000\pi} = \frac{1}{\pi} \times 10^{-3} F$$

مثال/94 دائرة تيار متناوب متوازية الربط تحتوي على متسعة ومقاومة وملف مهمل المقاومة معامل الحث الذاتي له ($\frac{1}{5\pi}H$) ومصدر للفولطية المتناوبة بتردد 100Hz والفولطية والتيار الكلي ممثلة بالعلاقات التاليــــــة:

$$V_{ins} = 565.6\sin(\omega t + 53°)$$
$$I_{ins} = 14.14\cos(\omega t)$$

احسب :

1- خواص الدائرة وزاوية فرق الطور بين الفولتية والتيار 2- سعة المتسعة التي تتناسب وتلك الخواص

3- عامل القدرة 4- القدرة المستهلكة في الدائرة؟

الحل/

$$V_{ins} = 565.6\sin(\omega t + 53°)$$
$$I_{ins} = 14.14\cos(\omega t) \Rightarrow I_{ins} = 14.14\sin(\omega t + 90°)$$

من المعادلتين نجد ان التيار يسبق الفولطية بزاوية فرق طور

$\phi = 90° - 53° = 37°$

لذلك فان خواص الدائرة سعوية .

$$V_m = 565.6V \Rightarrow V_{eff} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{565.6}{1.414} = 400V$$

$$I_m = 14.14A \Rightarrow I_{eff} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{14.14}{1.414} = 10A$$

$$\cos\phi = \frac{I_R}{I_T} \Rightarrow \cos37° = \frac{I_R}{10} \Rightarrow 0.8 = \frac{I_R}{10} \Rightarrow I_R = 8A$$

$$X_L = 2\pi FL = 2\pi \times 100 \times \frac{1}{5\pi} = \frac{200}{5} = 40\Omega$$

$$I_L = \frac{V}{X_L} = \frac{400}{40} = 10A$$

$$I_T^2 = I_R^2 + (I_C - I_L)^2 \Rightarrow (10)^2 = (8)^2 + (I_C - 10)^2 \Rightarrow 100 = 64 + (I_C - 10)^2$$

$$(I_C - 10)^2 = 100 - 64 = 36 \Rightarrow (I_C - 10) = 6 \Rightarrow I_C = 16A$$

$$X_C = \frac{V}{I_C} = \frac{400}{16} = 25\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi FC} \Rightarrow 25 = \frac{1}{2\pi \times 100C} \Rightarrow 5000\pi C = 1$$

$$\therefore \quad C = \frac{1}{5000\pi} = \frac{1}{5\pi} \times 10^{-3} F$$

$$PF = \cos\phi = \cos37° = 0.8$$

$$P_{real} = I_R V = 8 \times 400 = 3200w$$

مثال/95 دائرة تيار متناوب تحتوي على مقاومة صرف مقدارها 20Ω ومتسعة ذات سعة صرف موصولين مع بعضهما على التوازي ومعادلة التيار تعطى بالعلاقة التالية : $I_{ins} = 14.14\sin(100t + 53°)$ احسب:

1- فولطية المصدر وتردده 2- سعة المتسعة 3- الممانعة 4- عامل القدرة والقدرة الحقيقية.

الحل/

بمقارنة المعادلة $I_{ins} = 14.14\sin(100t + 53°)$ بالمعادلة العامة للتيار $I_{ins} = I_m \sin(\omega t + \phi)$ نجد:

$$1- \quad I_m = 14.14A \Rightarrow I_{eff} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{14.14}{1.414} = 10A = I_T$$

$$\phi = 53° \Rightarrow \cos\phi = \frac{I_R}{I_T} \Rightarrow \cos53° = \frac{I_R}{10} \Rightarrow 0.6 = \frac{I_R}{10} \Rightarrow I_R = 0.6 \times 10 = 6A$$

$$\therefore V = I_R R = 6 \times 20 = 120V$$

$$\omega = 100rad/s \Rightarrow F = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{100}{2\pi} = \frac{50}{\pi} Hz$$

$$2-\ \ I_T^2 = I_R^2 + I_C^2 \Rightarrow (10)^2 = (6)^2 + I_C^2 \Rightarrow I_C^2 = 100 - 36 = 64 \Rightarrow I_C = 8A$$

$$X_C = \frac{V}{I_C} = \frac{120}{8} = 15\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow 15 = \frac{1}{100C} \Rightarrow C = \frac{1}{1500} = \frac{1}{15} \times 10^{-2} F$$

$$3-\ \ Z = \frac{V}{I_T} = \frac{120}{10} = 12\Omega$$

$$4-\ \ PF = \cos\phi = \frac{I_R}{I_T} = \frac{6}{10} = 0.6 \quad , \quad P_{real} = I_R V = 6 \times 120 = 720w$$

مثال/96 دائرة تيار متناوب متوازية الربط تحتوي مقاومة 20Ω ومتسعة ذات سعة صرف مقدارها $\frac{2}{3\pi}$ mF ومصدر للفولطية المتناوبة فكان التيار الكلي للدائرة 10A وتيار فرع المتسعة 8A احسب:

1- الممانعة الكلية للدائرة. 2- تردد المصدر وعامل القدرة.

الحل/

$$1-\ \ I_T^2 = I_R^2 + I_C^2 \Rightarrow (10)^2 = I_R^2 + (8)^2 \Rightarrow I_R^2 = 100 - 64 = 36 \Rightarrow I_R = 6A$$

$$V = I_R R = 6 \times 20 = 120V$$

$$Z = \frac{V}{I_T} = \frac{120}{10} = 12\Omega$$

$$2-\ \ X_C = \frac{V}{I_C} = \frac{120}{8} = 15\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi FC} \Rightarrow 15 = \frac{1}{2\pi F \times \frac{2}{3\pi} \times 10^{-3}} \Rightarrow 15 = \frac{3000}{4F} \Rightarrow F = \frac{3000}{60} = 50Hz$$

$$PF = \cos\phi = \frac{I_R}{I_T} = \frac{6}{10} = 0.6$$

مثال/97 دائرة تيار متناوب متوازية الربط تحتوي مقاومة صرف ومتسعة ذات سعة صرف ومحث صرف ومصدر للفولطية المتناوبة فرق الجهد بين طرفيه 72V فاذا كان تيار الدائرة 10A وتيار المحث 15A وعامل القدرة 0.8 وللدائرة خصائص حثية فما مقدار:

1- مقاومة الدائرة. 2- رادة السعة. 3- القدرة المستهلكة في الدائرة.

الحل/

$$1-\ \ PF = \cos\phi = \frac{I_R}{I_T} \Rightarrow 0.8 = \frac{I_R}{10} \Rightarrow I_R = 0.8 \times 10 = 8A$$

$$R = \frac{V}{I_R} = \frac{72}{8} = 9\Omega$$

$$2-\ \ I_T^2 = I_R^2 + (I_C - I_L)^2 \Rightarrow (10)^2 = (8)^2 + (I_C - 15)^2 \Rightarrow 100 = 64 + (I_C - 15)^2$$

$$\therefore (I_C - 15)^2 = 100 - 64 = 36 \Rightarrow I_C - 15 = 6$$

$\because$ الخواص حثية لذلك

$$-(I_C - 15) = 6 \Rightarrow -I_C + 15 = 6 \Rightarrow I_C = 15 - 6 = 9A$$

$$X_C = \frac{V}{I_C} = \frac{72}{9} = 8\Omega$$

3- $P_{real} = I_R V = 8 \times 72 = 576w$

مثال/98 دائرة تيار متناوب متوازية الربط تحتوي على ملف مهمل المقاومة معامل حثه الذاتي 0.12H ومتسعة ذات سعة صرف ومقاومة صرف مقدارها 40Ω ومصدر للفولطية المتناوبة ترددە الزاوي 100rad/s فاذا كانت القدرة الحقيقية في الدائرة 360w والممانعة الكلية للدائرة 24Ω وللدائرة خصائص حثية فما مقدار:

1- سعة المتسعة. 2- عامل القدرة. 3- زاوية فرق الطور بين التيار الكلي والفولطية .

الحل/

1- $P_{real} = I_R^2 R \Rightarrow 360 = I_R^2 \times 40 \Rightarrow I_R^2 = \frac{360}{40} = 9 \Rightarrow I_R = 3A$

$V = I_R R = 3 \times 40 = 120V$

$X_L = \omega L = 100 \times 0.12 = 12\Omega$

$I_T = \frac{V}{Z} = \frac{120}{24} = 5A \quad , \quad I_L = \frac{V}{X_L} = \frac{120}{12} = 10A$

$I_T^2 = I_R^2 + (I_C - I_L)^2 \Rightarrow (5)^2 = (3)^2 + (I_C - 10)^2 \Rightarrow 25 = 9 + (I_C - 10)^2$

$\therefore (I_C - 10)^2 = 25 - 9 = 16 \Rightarrow I_C - 10 = 4$

∵ الخواص حثية لذلك

$-(I_C - 10) = 4 \Rightarrow -I_C + 10 = 4 \Rightarrow I_C = 10 - 4 = 6A$

$X_C = \frac{V}{I_C} = \frac{120}{6} = 20\Omega$

$X_C = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow 20 = \frac{1}{100C} \Rightarrow 2000C = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{2000} = 5 \times 10^{-4} F$

2- $PF = \cos\phi = \frac{I_R}{I_T} = \frac{3}{5} = 0.6$

3- $\tan\phi = \frac{I_C - I_L}{I_R} = \frac{6-10}{3} = -\frac{4}{3} \Rightarrow \phi = -53°$

مثال/99 دائرة تيار متناوب تحتوي ملفا مهمل المقاومة ومتسعة ذات سعة صرف ومقاومة صرف ربطت جميعها على التوازي عبر قطبي مصدر للفولطية المتناوبة مقدارها 300V وترددها 50Hz وكانت الرادة الحثية للملف 50Ω وسعة المتسعة $\frac{100}{\pi}\mu F$ وممانعة الدائرة 60Ω احسب :

1- القدرة المستهلكة في الدائرة 2- عامل القدرة

الحل/

1- $X_C = \frac{1}{2\pi FC} = \frac{1}{2\pi \times 50 \times \frac{100}{\pi} \times 10^{-6}} = \frac{1}{10^4 \times 10^{-6}} = 100\Omega$

$I_C = \frac{V}{X_C} = \frac{300}{100} = 3A \quad , \quad I_L = \frac{V}{X_L} = \frac{300}{50} = 6A \quad , \quad I_T = \frac{V}{Z} = \frac{300}{60} = 5A$

$I_T^2 = I_R^2 + (I_C - I_L)^2 \Rightarrow (5)^2 = I_R^2 + (3-6)^2 \Rightarrow 25 = I_R^2 + 9 \Rightarrow I_R^2 = 25 - 9 = 16$

$\therefore\ I_R = 4A$

$P_{real} = I_R V = 4 \times 300 = 1200w$

$PF = \cos\phi = \frac{I_R}{I_T} = \frac{4}{5} = 0.8$

مثال/100 دائرة تيار متناوب متوازية الربط تحتوي على متسعة ومقاومة مقدارها 50Ω وملف مهمل المقاومة معامل حثه الذاتي $\frac{1}{5\pi}H$ ومصدر للفولطية المتناوبة بتردد $100Hz$ فكانت القدرة المستهلكة للحمل في الدائرة $3200w$ وعامل القدرة 0.8 وكانت للدائرة خواص سعوية . احسب مقدار :

1- فولطية المصدر 2- التيار الكلي 3- التيار في فرع المتسعة.

4- التيار في فرع المقاومة 5- ممانعة الدائرة

الحل/

1- $P_{real} = I_T^2 R \Rightarrow 3200 = I_R^2 \times 50 \Rightarrow I_R^2 = \frac{3200}{50} = 64 \Rightarrow I_R = 8A$

$V = I_R R = 8 \times 50 = 400V$

2- $PF = \cos\phi = \frac{I_R}{I_T} \Rightarrow 0.8 = \frac{8}{I_T} \Rightarrow I_T = \frac{8}{0.8} = 10A$

3- $X_L = 2\pi FL = 2\pi \times 100 \times \frac{1}{5\pi} = 40\Omega$

$I_L = \frac{V}{X_L} = \frac{400}{40} = 10A$

$I_T^2 = I_R^2 + (I_C - I_L)^2 \Rightarrow (10)^2 = (8)^2 + (I_C - 10)^2 \Rightarrow 100 = 64 + (I_C - 10)^2$

$(I_C - 10)^2 = 100 - 64 = 36 \Rightarrow (I_C - 10) = 6 \Rightarrow I_C = 16A$

$Z = \frac{V}{I_T} = \frac{400}{10} = 40\Omega$

مثال/101 دائرة تيار متناوب تحتوي محثا ومتسعة ذات سعة صرف ومقاومة صرف مربوطة جميعها على التوازي وضعت على الدائرة فولطية متناوبة مقدارها (400V) بتردد (50Hz) فاصبح تيار فرع المقاومة (8A) وتيار فرع المحث (10A) وتيار فرع المتسعة (16A) احسب مقدار:

1- التيار الكلي 2- عامل القدرة 3- ممانعة الدائرة 4- القدرة الحقيقية في الدائرة

الحل/

1- $I_T^2 = I_R^2 + (I_C - I_L)^2 = (8)^2 + (16-10)^2 = 64 + 36 = 100 \Rightarrow I_T = 10A$

2- $PF = \cos\phi = \frac{I_R}{I_T} = \frac{8}{10} = 0.8$

3- $Z = \frac{V}{I_T} = \frac{400}{10} = 40\Omega$

4- $P_{real} = I_R V = 8 \times 400 = 3200w$

مثال/102 دائرة تيار متناوب متوازية الربط تحتوي على محث صرف ومتسعة ذات سعة صرف ومقاومة صرف ومصدر للفولطية المتناوبة فكانت رادة الحث 15Ω ورادة السعة 10Ω ومقاومة الدائرة 40Ω والقدرة المستهلكة في الدائرة 360w احسب:

1- فولطية المصدر. 2- تيار الدائرة. 3- الممانعة الكلية للدائرة.

الحل/

$$1\text{-}\ \ P_{real}=I_R^2R \Rightarrow 360=I_R^2\times 40 \Rightarrow I_R^2=\frac{360}{40}=9 \Rightarrow I_R=3A$$

$$V=I_RR=3\times 40=120V$$

$$2\text{-}\ \ I_L=\frac{V}{X_L}=\frac{120}{15}=8A \ \ ,\ \ I_C=\frac{V}{X_C}=\frac{120}{10}=12A$$

$$I_T^2=I_R^2+(I_C-I_L)^2=(3)^2+(12-8)^2=9+16=25 \Rightarrow I_T=5A$$

$$3\text{-}\ \ Z=\frac{V}{I_T}=\frac{120}{5}=24\Omega$$

مثال/103 دائرة تيار متناوب متوازية الربط تحتوي على مقاومة صرف مقدارها 25Ω ومحث صرف معامل حثه الذاتي $\frac{7}{22}H$ ومتسعة ذات سعة صرف ومصدر للفولطية المتناوبة تردده 25Hz فإذا كان التيار الكلي 5A والتيار المار في المحث 2A وكانت خواص الدائرة سعوية فاحسب :

1- سعة المتسعة. 2- الممانعة الكلية. 3- عامل القدرة.

الحل/

$$X_L=2\pi FL=2\pi\times 25\times\frac{7}{22}=50\pi\times\frac{1}{\pi}=50\Omega$$

$$V=I_LX_L=2\times 50=100V$$

$$I_R=\frac{V}{R}=\frac{100}{25}=4A$$

$$1\text{-}\ \ I_T^2=I_R^2+(I_C-I_L)^2 \Rightarrow (5)^2=(4)^2+(I_C-2)^2 \Rightarrow 25=16+(I_C-2)^2$$

$$\therefore (I_C-2)^2=25-16=9 \Rightarrow I_C-2=3 \Rightarrow I_C=3+2=5A$$

$$X_C=\frac{V}{I_C}=\frac{100}{5}=20\Omega$$

$$X_C=\frac{1}{2\pi FC} \Rightarrow 20=\frac{1}{2\pi\times 25C} \Rightarrow 1000\pi C=1 \Rightarrow C=\frac{1}{1000\pi}=\frac{1}{\pi}\times 10^{-3}F$$

$$2\text{-}\ \ Z=\frac{V}{I_T}=\frac{100}{5}=20\Omega$$

$$3\text{-}\ \ PF=\cos\phi=\frac{I_R}{I_T}=\frac{4}{5}=0.8$$

مثال/104 دائرة تيار متناوب متوازية الربط تحتوي على متسعة ومقاومة (50Ω) وملف مهمل المقاومة معامل حثه الذاتي $\frac{1}{5\pi}H$ ومصدر للفولطية المتناوبة بتردد 100Hz فكانت القدرة المستهلكة للحمل في الدائرة (3200w) وعامل القدرة (0.8) وكانت للدائرة خواص سعوية فما مقدار :

1- فولطية المصدر. 2- التيار الكلي. 3- التيار في فرع المحث والتيار في فرع المتسعة. 4- ممانعة الدائرة.

الحل/

$$1-\quad P_{real}=I_R^2R \Rightarrow 3200=I_R^2\times50 \Rightarrow I_R^2=\frac{3200}{50}=64 \Rightarrow I_R=8A$$

$$V=I_RR=8\times50=400V$$

$$2-\quad PF=\cos\phi=\frac{I_R}{I_T} \Rightarrow 0.8=\frac{8}{I_T} \Rightarrow I_T=\frac{8}{0.8}=10A$$

$$3-\quad X_L=2\pi FL=2\pi\times100\times\frac{1}{5\pi}=40\Omega$$

$$I_L=\frac{V}{X_L}=\frac{400}{40}=10A$$

$$I_T^2=I_R^2+(I_C-I_L)^2 \Rightarrow (10)^2=(8)^2+(I_C-10)^2 \Rightarrow 100=64+(I_C-10)^2$$

$$\therefore (I_C-10)^2=100-64=36 \Rightarrow (I_C-10)=6 \Rightarrow I_C=6+10=16A$$

$$4-\quad Z=\frac{V}{I_T}=\frac{400}{10}=40\Omega$$

مثال/105 دائرة تيار متناوب متوازية الربط تحتوي على مقاومة ومحث ومتسعة وكانت فولطية المصدر (120V) ورادة الحث (60Ω) والقدرة الحقيقية (360w) وعامل القدرة (0.6) وللدائرة خواص سعوية جد :

1- مقاومة الدائرة 2- رادة السعة .

الحل/

$$1-\quad P_{real}=VI_R \Rightarrow 360=120I_R \Rightarrow I_R=\frac{360}{120}=3A$$

$$\therefore R=\frac{V}{I_R}=\frac{120}{3}=40\Omega$$

$$PF=\cos\phi=\frac{I_R}{I_T} \Rightarrow 0.6=\frac{3}{I_T} \Rightarrow I_T=\frac{3}{0.6}=5A$$

$$I_L=\frac{V}{X_L}=\frac{120}{60}=2A$$

$$I_T^2=I_R^2+(I_C-I_L)^2 \Rightarrow (5)^2=(3)^2+(I_C-2)^2 \Rightarrow 25=9+(I_C-2)^2$$

$$\therefore (I_C-2)^2=25-9=16 \Rightarrow I_C-2=4 \Rightarrow I_C=6A$$

$$\therefore X_C=\frac{V}{I_C}=\frac{120}{6}=20\Omega$$

مثال/106 مقاومة (60Ω) ربطت على التوازي مع متسعة ذات سعة خالصة وربطت هذه المجموعة عبر قطبي مصدر للفولطية المتناوبة بتردد (100Hz) فاصبحت الممانعة الكلية للدائرة (48Ω) والقدرة الحقيقية (960w) فما مقدار؟

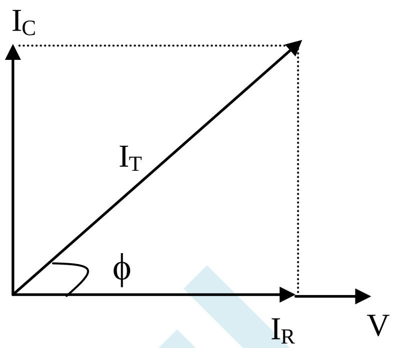
1- سعة المتسعة. 2- عامل القدرة في الدائرة. 3- القدرة الظاهرية (المجهزة للدائرة).

4- ارسم مخطط المتجهات الطورية للتيارات.

الحل/

1- $P_{real}=I_R^2R \Rightarrow 960=I_R^2\times 60 \Rightarrow I_R^2=\frac{960}{60}=16 \Rightarrow I_R=4A$

$V=I_RR=4\times 60=240V$



$I_T=\frac{V}{Z}=\frac{240}{48}=5A$

$I_T^2=I_R^2+I_C^2 \Rightarrow (5)^2=(4)^2+I_C^2 \Rightarrow 25=16+I_C^2$

$I_C^2=25-16=9 \Rightarrow I_C=3A$

$X_C=\frac{V}{I_C}=\frac{240}{3}=80\Omega$

$X_C=\frac{1}{2\pi FC} \Rightarrow 80=\frac{1}{2\pi\times 100C} \Rightarrow 16000\pi C=1 \Rightarrow C=\frac{1}{16\pi}\times 10^{-3}F$

2- $PF=\cos\phi=\frac{I_R}{I_T}=\frac{4}{5}=0.8$

3- $P_{app}=I_T V=5\times 240=1200VA$

4-

مثال/107 دائرة تيار متناوب متوازية الربط مؤلفة من مقاومة مقدارها 25Ω ومتسعة ذات سعة صرف ومحث صرف ومصدر للفولطية المتناوبة فرق جهده $100V$ تردده $\frac{50}{\pi}Hz$ فاذا كان التيار الكلي يسبق الفولطية بزاوية فرق طور $37°$ وكان تيار المحث $2A$ فما مقدار سعة المتسعة؟

الحل/

$I_R=\frac{V}{R}=\frac{100}{25}=4A$

$\tan\phi=\frac{I_C-I_L}{I_R} \Rightarrow \tan 37°=\frac{I_C-2}{4} \Rightarrow \frac{3}{4}=\frac{I_C-2}{4} \Rightarrow I_C=3+2=5A$

$X_C=\frac{V}{I_C}=\frac{100}{5}=20A$

$X_C=\frac{1}{2\pi FC} \Rightarrow 20=\frac{1}{2\pi\times\frac{50}{\pi}.C} \Rightarrow 2000C=1 \Rightarrow C=\frac{1}{2000}=5\times 10^{-4}F$

مثال/108 دائرة تيار متناوب متوازية الربط تحتوي على محث صرف ومتسعة ذات سعة صرف مقدار رادة السعة لها 90Ω ومقاومة ومصدر للفولطية المتناوبة فرق الجهد بين قطبيه $180V$ وتردده الزاوي $100rad/s$ فكانت القدرة المستهلكة في الدائرة $1080w$ وعامل القدرة فيها 0.6 وكانت للدائرة خصائص حثية فما مقدار معامل الحث الذاتي للمحث؟

الحل/

$P_{real}=I_RV \Rightarrow 1080=I_R\times 180 \Rightarrow I_R=\frac{1080}{180}=6A$

$$PF=\cos\phi=\frac{I_R}{I_T} \Rightarrow 0.6=\frac{6}{I_T} \Rightarrow I_T=\frac{6}{0.6}=10A$$

$$X_C=\frac{V}{I_C} \Rightarrow 90=\frac{180}{I_C} \Rightarrow I_C=\frac{180}{90}=2A$$

$$I_T^2=I_R^2+(I_C-I_L)^2 \Rightarrow (10)^2=(6)^2+(2-I_L)^2 \Rightarrow (2-I_L)^2=100-36=64$$

$$\therefore (2-I_L)=8$$

∵ الخواص حثية لذلك

$$-(2-I_L)=8 \Rightarrow I_L=10A$$

$$X_L=\frac{V}{I_L}=\frac{180}{10}=18\Omega$$

$$X_L=\omega L \Rightarrow 18=100L \Rightarrow L=\frac{18}{100}=0.18H$$

مثال109/ دائرة تيار متناوب متوازية الربط تحتوي على مقاومة 40Ω ومتسعة ذات سعة صرف ومحث صرف معامل حثه الذاتي $\frac{1}{5\pi}H$ ومصدر للفولطية المتناوبة بتردد 50Hz فكانت القدرة المستهلكة في الدائرة 1440w وعامل القدرة 0.6 وكانت خصائص الدائرة حثية فما مقدار:

1- التيار في فرع المقاومة والتيار في فرع المحث وفي فرع المتسعة.

2- الممانعة الكلية للدائرة.   3- زاوية فرق الطور بين متجه الطور للتيار الكلي ومتجه الطور للفولطية.

4- سعة المتسعة.

الحل/

$$1-\quad P_{real}=I_R^2R \Rightarrow 1440=I_R^2\times 40 \Rightarrow I_R^2=\frac{1440}{40}=36 \Rightarrow I_R=6A$$

$$X_L=2\pi FL=2\pi\times 50\times\frac{1}{5\pi}=20\Omega$$

$$V=I_RR=6\times 40=240V$$

$$I_L=\frac{V}{X_L}=\frac{240}{20}=12A$$

$$PF=\cos\phi=\frac{I_R}{I_T} \Rightarrow 0.6=\frac{6}{I_T} \Rightarrow I_T=\frac{6}{0.6}=10A$$

$$I_T^2=I_R^2+(I_C-I_L)^2 \Rightarrow (10)^2=(6)^2+(I_C-12)^2 \Rightarrow 100=36+(I_C-12)^2$$

$$\therefore (I_C-12)^2=100-36=64 \Rightarrow I_C-12=8$$

∵ الخواص حثية لذلك

$$-(I_C-12)=8 \Rightarrow I_C=12-8=4A$$

$$2-\quad Z=\frac{V}{I_T}=\frac{240}{10}=24\Omega$$

$$3-\quad \tan\phi=\frac{I_C-I_L}{I_R}=\frac{4-12}{6}=\frac{-8}{6}=-\frac{4}{3} \Rightarrow \phi=53^\circ$$

$$4-\quad X_C=\frac{V}{I_C}=\frac{240}{4}=60\Omega$$

$$X_C=\frac{1}{2\pi FC}\Rightarrow 60=\frac{1}{2\pi\times 50C}\Rightarrow 6000\pi C=1\Rightarrow C=\frac{1}{6000\pi}=\frac{1}{6\pi}\times 10^{-3}F$$

مثال/110 دائرة تيار متناوب متوازية الربط تحتوي على مقاومة صرف ومحث صرف ومتسعة ذات سعة صرف ومصدر للفولطية المتناوبة فرق الجهد بين طرفيه 120V فإذا كانت رادة الحث 60Ω والقدرة الحقيقية في الدائرة 360w وعامل القدرة 0.6 وللدائرة خصائص سعوية احسب:

1- التيار المار في كل فرع من فروع الدائرة. 2- مقاومة الدائرة. 3- رادة السعة.

الحل/

$$1-\quad P_{real}=I_R V\Rightarrow 360=I_R\times 120\Rightarrow I_R=\frac{360}{120}=3A$$

$$PF=\cos\phi=\frac{I_R}{I_T}\Rightarrow 0.6=\frac{3}{I_T}\Rightarrow I_T=\frac{3}{0.6}=5A$$

$$I_L=\frac{V}{X_L}=\frac{120}{60}=2A$$

$$I_T^2=I_R^2+(I_C-I_L)^2\Rightarrow (5)^2=(3)^2+(I_C-2)^2\Rightarrow (I_C-2)^2=25-9=16$$

$$\therefore (I_C-2)=4\Rightarrow I_C=4+2=6A$$

$$2-\quad R=\frac{V}{I_R}=\frac{120}{3}=40\Omega$$

$$3-\quad X_C=\frac{V}{I_C}=\frac{120}{6}=20\Omega$$

مثال/111 ربطت مقاومة 60Ω على التوازي مع محث صرف والمجموعة الى مصدر للفولطية المتناوبة فكان التيار الكلي 5A وعامل القدرة 0.8 احسب :

1- تيار المقاومة 2- فولطية المصدر 3- رادة الحث والممانعة الكلية للدائرة.

الحل/

$$1-\quad PF=\cos\phi=\frac{I_R}{I_T}\Rightarrow 0.8=\frac{I_R}{5}\Rightarrow I_R=0.8\times 5=4A$$

$$2-\quad V=I_R R=4\times 60=240V$$

$$3-\quad I_T^2=I_R^2+I_L^2\Rightarrow (5)^2=(4)^2+I_L^2\Rightarrow I_L^2=25-16=9\Rightarrow I_L=3A$$

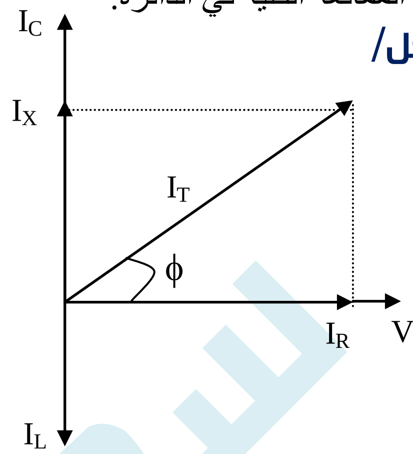
$$X_L=\frac{V}{I_L}=\frac{240}{3}=80\Omega\quad,\quad Z=\frac{V}{I_T}=\frac{240}{5}=48\Omega$$

مثال/112 دائرة تيار متناوب متوازية الربط تحتوي مقاومة صرف ومحث صرف ومتسعة ذات سعة صرف ومصدرا للفولطية المتناوبة فرق الجهد بين طرفيه (100V) بتردد (50Hz) وكان مقدار القدرة الحقيقية المستهلكة في الدائرة (400w) ومقدار رادة السعة (20Ω) ومعامل الحث الذاتي للمحث ($\frac{1}{2\pi}H$) احسب مقدار :

1- التيار المنساب في كل من فرع المقاومة وفي فرع المتسعة وفي فرع المحث والتيار الرئيس في الدائرة .

2- ارسم مخطط المتجهات الطورية .

3- قياس زاوية فرق الطور بين متجه الطور للتيار الرئيس ومتجه الطور للفولطية وما هي خواص هذه الدائرة ؟
4- عامل القدرة في الدائرة.
5- الممانعة الكلية في الدائرة.



الحل/

$$1-\quad P_{real}=I_R V \Rightarrow 400=I_R\times100 \Rightarrow I_R=\frac{400}{100}=4A$$

$$I_C=\frac{V}{X_C}=\frac{100}{20}=5A$$

$$X_L=2\pi FL=2\pi\times50\times\frac{1}{2\pi}=50\Omega$$

$$I_L=\frac{V}{X_L}=\frac{100}{50}=2A$$

$$I_T^2=I_R^2+(I_C-I_L)^2=(4)^2+(5-2)^2=16+9=25 \Rightarrow I_T=5A$$

$$\tan\phi=\frac{I_C-I_L}{I_R}=\frac{5-2}{4}=\frac{3}{4} \quad\Rightarrow\quad \phi=37°$$

الخواص سعوية لان $I_C > I_L$

$$PF=\cos\phi=\frac{I_R}{I_T}=\frac{4}{5}=0.8$$

$$Z=\frac{V}{I_T}=\frac{100}{5}=20\Omega$$

مثال113/ دائرة تيار متناوب متوازية الربط تحتوي على مقاومة صرف مقدارها 40Ω ومحث صرف رادته الحثية 20Ω ومتسعة ذات سعة صرف رادتها السعوية 60Ω فإذا كانت فولطية المصدر $120V$ وتردده $50Hz$ احسب :
1- تيار الدائرة 2- زاوية فرق الطور 3- عامل القدرة 4- الممانعة 5- القدرة الحقيقة والقدرة الظاهرية.

الحل/

$$1-\quad I_R=\frac{V}{R}=\frac{120}{40}=3A \ ,\ I_C=\frac{V}{X_C}=\frac{120}{60}=2A \ ,\ I_L=\frac{V}{X_L}=\frac{120}{20}=6A$$

$$I_T^2=I_R^2+(I_C-I_L)^2=(3)^2+(2-6)^2=9+16=25 \Rightarrow I_T=5A$$

$$2-\ \tan\phi=\frac{I_C-I_L}{I_R}=\frac{2-6}{3}=-\frac{4}{3} \Rightarrow \phi=-53°$$

$$3-\ PF=\cos\phi=\frac{I_R}{I_T}=\frac{3}{5}=0.6$$

$$4-\ Z=\frac{V}{I_T}=\frac{120}{5}=24\Omega$$

$$5-\ P_{real}=I_R V=3\times120=360w \ ,\ P_{app}=I_T V=5\times120=600VA$$

مثال114/ ربطت مقاومة صرف (15Ω) على التوازي مع محث صرف معامل حثه الذاتي $(\frac{1}{5\pi}H)$ ثم ربطت هذه المجموعة عبر مصدر للفولطية المتناوبة فأصبح التيار في فرع المحث $(3A)$ والتيار الكلي $(5A)$ احسب :

1- مقدار فولطية المصدر وترددها .   2- قياس زاوية فرق الطور بين التيار والفولطية
3- ممانعة الدائرة وعامل القدرة مع رسم مخطط التيار بالمتجهات الطورية .

الحل/

$1-\quad I_T^2 = I_R^2 + I_L^2 \quad \Rightarrow \quad (5)^2 = I_R^2 + (3)^2 \quad I_R^2 = 25-9=16$

$\therefore\ I_R = 4A$

$V_R=I_R \,.\, R=4\times15=60V$

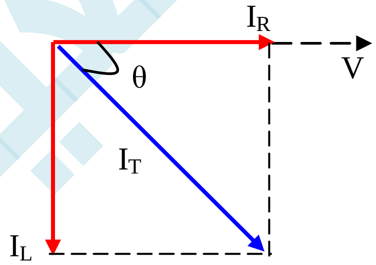
بما ان الربط توازي لذلك

$V_T=V_R=60V$

$X_L = \frac{V}{I_L} = \frac{60}{3} = 20\Omega \quad , \quad X_L = 2\pi fL \quad \Rightarrow \quad 20 = 2\pi \times f \times \frac{1}{5\pi} \quad \Rightarrow \quad f=50Hz$

$2-\quad \tan\phi = \frac{-I_L}{I_R} = \frac{-3}{4} \quad \Rightarrow \quad \phi = -37°$

$3-\quad Z = \frac{V_T}{I_T} = \frac{60}{5} = 12\Omega \quad , \quad Pf = \cos\phi = \frac{I_R}{I_T} = \frac{4}{5} = 0.8$



مثال/115 دائرة تيار متناوب تحتوي محث صرف ومتسعة ذات سعة صرف ومقاومة صرف ربطت جميعها على التوازي عبر قطبي مصدر للفولطية المتناوبة قدرها (100V) وترددها (50Hz) ومقدار رادة الحث (50Ω) وسعة المتسعة ($\frac{1}{\pi}$mF) والقدرة الحقيقية في الدائرة (800W) احسب مقدار :

1- التيار الكلي في الدائرة .   2- قياس زاوية فرق الطور بين التيار الكلي والفولطية .
3- عامل القدرة وممانعة الدائرة .

الحل/

$1-\quad X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi \times 50 \times \frac{1}{\pi} \times 10^{-3}} = 10\Omega$

$I_C = \frac{V}{X_C} = \frac{100}{10} = 10A \quad , \quad I_L = \frac{V}{X_L} = \frac{100}{50} = 2A$

$P_{real}=I_R.V \quad \Rightarrow \quad 800 = I_R\times100 \quad \Rightarrow \quad I_R=8A$

$I_T^2 = I_R^2 + (I_C - I_L)^2 \quad \Rightarrow \quad I^2 = (8)^2 + (10-2)^2 = 64 + 64 = 2\times64$

$\therefore\ I_T = 8\sqrt{2}\,A$

$2-\quad \tan\phi = \frac{I_C - I_L}{I_R} = \frac{10-2}{8} = \frac{8}{8} = 1 \quad \Rightarrow \quad \phi = 45°$

$3-\quad Pf = \cos\phi = \frac{I_R}{I_T} = \frac{8}{8\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad , \quad Z = \frac{V}{I_T} = \frac{100}{8\sqrt{2}} = \frac{25}{2\sqrt{2}}\Omega$

مثال 116/ ربطت مقاومة صرف (30Ω) على التوازي مع متسعة ذات سعة صرف ثم ربطت هذه المجموعة عبر قطبي مصدر للفولطية المتناوبة بتردد (50Hz) فأصبحت الممانعة الكلية للدائرة (24Ω) والقدرة الحقيقية المستهلكة بالمقاومة (480واط) ، فما سعة المتسعة ؟

الحل/

$$P_{real}=I_R^2R \Rightarrow 480=I_R^2\times 30 \Rightarrow I_R^2=\frac{480}{30}=16 \Rightarrow I_R=4A$$

$$V=I_R.R=4\times 30=120V$$

$$I_T=\frac{V}{Z}=\frac{120}{24}=5A$$

$$I_T^2=I_R^2+I_C^2 \Rightarrow (5)^2=(4)^2+I_C^2 \Rightarrow I_C^2=25-16=9 \Rightarrow I_C=3A$$

$$X_C=\frac{V}{I_C}=\frac{120}{3}=40\Omega$$

$$X_C=\frac{1}{2\pi f\,C} \Rightarrow 40=\frac{1}{2\pi\times 50C} \Rightarrow 4000\pi C=1$$

$$C=\frac{1}{4000\pi}=\frac{25}{\pi}\times 10^{-5}F=\frac{250}{\pi}\mu F$$

مثال 117/ دائرة تيار متناوب تحتوي محث صرف ومتسعة ذات سعة صرف ومقاومة اومية صرف مربوطة جميعها على التوازي وضعت على الدائرة فولطية متناوبة مقدارها 100V بتردد 50Hz فأصبح تيار فرع المقاومة 4A وتيار فرع المحث 2A وتيار فرع المتسعة 5A احسب :

1- تيار الدائرة 2- زاوية فرق الطور وخواص الدائرة 3- عامل القدرة 4- المقاومة والممانعة الكلية.
6- القدرة الحقيقية 7- معامل الحث الذاتي للمحث 8- سعة المتسعة

الحل/

$$1-\ I_T^2=I_R^2+(I_C-I_L)^2=(4)^2+(5-2)^2=16+9=25 \Rightarrow I_T=5A$$

$$2-\ \tan\phi=\frac{I_C-I_L}{I_R}=\frac{5-2}{4}=\frac{3}{4} \Rightarrow \phi=37°$$

خواص الدائرة سعوية لان $I_C>I_L$

$$3-\ PF=\cos\phi=\frac{I_R}{I_T}=\frac{4}{5}=0.8$$

$$4-\ R=\frac{V}{I_R}=\frac{100}{4}=25\Omega \quad , \quad Z=\frac{V}{I_T}=\frac{100}{5}=20\Omega$$

$$5-\ P_{real}=I_RV=4\times 100=400w$$

$$6-\ X_L=\frac{V}{I_L}=\frac{100}{2}=50\Omega$$

$$X_L=2\pi FL \Rightarrow 50=2\pi\times 50L \Rightarrow L=\frac{50}{2\pi\times 50}=\frac{1}{2\pi}H$$

$$7-\ X_C=\frac{V}{I_C}=\frac{100}{5}=20\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi FC} \Rightarrow 20 = \frac{1}{2\pi \times 50C} \Rightarrow 2000\pi C = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{2000\pi} = \frac{5}{\pi} \times 10^{-4} F$$

مثال/118 دائرة تيار متناوب متوازية الربط تحتوي على متسعة ذات سعة صرف ومقاومة صرف (50Ω) ومحث صرف معامل حثه الذاتي $(\frac{1}{5\pi}H)$ ومصدر للفولطية المتناوبة بتردد $(100Hz)$ فكانت القدرة المستهلكة في الدائرة (3200) وعامل القدرة (0.8) وكانت للدائرة خصائص سعوية فما مقدار:

1- فولطية المصدر. 2- التيار الكلي . 3- التيار في فرع المحث والتيار في فرع المتسعة

4- ممانعة الدائرة وقياس زاوية فرق الطور بين التيار الكلي والفولطية .

الحل/

$$1-\ P_{real} = I_R^2.R \Rightarrow 3200 = I_R^2 \times 50 \Rightarrow I_R^2 = \frac{3200}{50} = 64 \Rightarrow I_R = 8A$$

$V_R = I_R.R = 8 \times 50 = 400V$

$\therefore\ V = 400V$ (توازي)

$$2-\ Pf = \cos\phi = \frac{I_R}{I_T} \Rightarrow 0.8 = \frac{8}{I_T} \Rightarrow I_T = 10A$$

$$3-\ X_L = 2\pi f L = 2\pi \times 100 \times \frac{1}{5\pi} = 40\Omega$$

$$I_L = \frac{V}{X_L} = \frac{400}{40} = 10A$$

$$I_T^2 = I_R^2 + (I_L - I_C)^2 \Rightarrow (10)^2 = (8)^2 + (I_C - 10)^2 \Rightarrow 100 = 64 + (I_C - 10)^2$$

$$(I_C - 10)^2 = 36 \Rightarrow I_C - 10 = 6 \Rightarrow I_C = 16A$$

$$4-\ Z = \frac{V}{I_T} = \frac{400}{10} = 40\Omega$$

$$\tan\phi = \frac{(I_C - I_L)}{I_R} = \frac{16-10}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \Rightarrow \phi = 37°$$

مثال/119 ربطت مقاومة 30Ω على التوازي مع ملف مهمل المقاومة معامل حثه الذاتي $(\frac{2}{5\pi}H)$ ثم ربطت هذه المجموعة عبر مصدر للفولطية المتناوبة فأصبح التيار في فرع الملف $(6A)$ والتيار الكلي $(10A)$ احسب:

1- مقدار فولطية المصدر وتردده 2- قياس زاوية فرق الطور بين التيار الكلي والفولطية

الحل/

$$I_T^2 = I_R^2 + I_L^2 \Rightarrow (10)^2 = I_R^2 + (6)^2 \Rightarrow 100 = I_R^2 + 36$$

$$I_R^2 = 100 - 36 = 64 \Rightarrow I_R = 8A$$

$V_R = I_R.R = 8 \times 30 = 240V$

$\therefore\ V_T = 240V$ (لان الربط توازي)

$$X_L = \frac{V}{I_L} = \frac{240}{6} = 40\Omega$$

$$X_L = 2\pi L f \Rightarrow 40 = 2\pi f \times \frac{2}{5\pi} \Rightarrow f = 50Hz$$

$$\tan\phi = \frac{-I_L}{I_R} = \frac{-6}{8} = \frac{-3}{4} \quad \Rightarrow \quad \phi = -37°$$

مسائل الرنين

مثال/120 عند أي تردد تتساوى رادة السعة لمتسعة مقدار سعتها $4\mu F$ مع رادة الحث لملف معامل حثه الذاتي $10mH$؟

الحل/

$$F_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{10\times10^{-3}\times4\times10^{-6}}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{4\times10^{-8}}} = \frac{1}{2\pi\times2\times10^{-4}} = \frac{10000}{4\pi}$$

$$\therefore\ F_r = \frac{5000}{\pi} Hz$$

مثال/121 دائرة متوالية الربط تتالف من ملف مقاومته 4Ω ومعامل حثه الذاتي $\frac{1}{\pi}H$ ومتسعة ومصدر للفولطية المتناوبة فرق جهده $200V$ بتردد $50Hz$ احسب:

1- سعة المتسعة التي تجعل تيار الدائرة اعظم ما يمكن.

2- تيار الدائرة.

الحل/

$$1-\ F_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \Rightarrow 50 = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{1}{\pi}C}} \Rightarrow 100\pi\sqrt{\frac{C}{\pi}} = 1 \Rightarrow 10^4\pi^2\times\frac{C}{\pi} = 1$$

$$\therefore\ C = \frac{1}{\pi\times10^4} = \frac{1}{\pi}\times10^{-4}F$$

$$2-\ I_r = \frac{V_T}{R} = \frac{200}{4} = 50A$$

مثال/122 دائرة رنينية متوالية الربط تحتوي متسعة ومقاومة مقدارها 4Ω ومحثاً معامل حثه الذاتي $0.5H$ فاذا وضعت فولطية متناوبة قدرها $100V$ وترددها $50Hz$ على هذه الدائرة فما مقدار ؟

1- سعة المتسعة 2- فولطية المحث وفولطية المتسعة 3- عامل النوعية.

الحل/

$$1-\ F_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \Rightarrow 50 = \frac{1}{2\pi\sqrt{0.5C}} \Rightarrow 100\pi\sqrt{0.5C} = 1$$

$$10000\pi^2\times0.5C = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{5000\pi^2} = \frac{1}{5\pi^2}\times10^{-3}F$$

$$2-\ I_r = \frac{V}{R} = \frac{100}{4} = 25A$$

$$X_L = 2\pi FL = 2\pi\times50\times0.5 = 50\pi = 50\times3.14 = 157\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi FC} = \frac{1}{2\pi\times50\times\frac{1}{5\pi^2}\times10^{-3}} = \frac{1000\pi}{20} = 50\pi = 157\Omega$$

$$V_L = IX_L = 25\times157 = 3925V \quad , \quad V_C = IX_C = 25\times157 = 3925V$$

$$QF=\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}=\frac{1}{4}\sqrt{\frac{0.5}{\frac{1}{5\pi^2}\times10^{-3}}}=\frac{1}{4}\sqrt{0.5\times5\pi^2\times10^3}=\frac{1}{4}\times50\pi=\frac{50\pi}{4}=12.5\pi$$

$$\therefore\ QF=12.5\times3.14=39.25$$

مثال/123 دائرة رنينية متوالية الربط تتألف من ملف معامل حثه الذاتي 0.1H ومقاومته 2Ω ومتسعة سعتها 40μF احسب مقدار 1- عامل النوعية وعامل القدرة في الدائرة 2- تردد الدائرة وممانعتها

الحل/

$$1-\quad QF=\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{0.1}{40\times10^{-6}}}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{4\times10^{-4}}}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{10000}{4}}=\frac{1}{2}\sqrt{2500}=25$$

$$PF=\cos\phi=\frac{R}{Z}=\frac{R}{R}=1$$

$$2-\quad F_r=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}=\frac{1}{2\pi\sqrt{0.1\times40\times10^{-6}}}=\frac{1}{2\pi\times2\times10^{-3}}=\frac{1000}{4\pi}=\frac{250}{\pi}Hz$$

$$Z=R=2\Omega$$

مثال/124 دائرة رنينية متوالية الربط تتكون من مقاومة 500Ω ومحث معامل حثه الذاتي 2H ومتسعة سعتها 0.5μF ومصدر للفولطية المتناوبة فولطيته 100V احسب :
1- التردد الزاوي الرنيني 2- التيار المنساب في الدائرة 3- عامل النوعية.

الحل/

$$1-\quad \omega=\frac{1}{\sqrt{LC}}=\frac{1}{\sqrt{2\times0.5\times10^{-6}}}=\frac{1}{10^{-3}}=1000rad/s$$

$$2-\quad I_r=\frac{V_T}{R}=\frac{100}{500}=0.2A$$

$$3-\quad QF=\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}=\frac{1}{500}\sqrt{\frac{2}{0.5\times10^{-6}}}=\frac{1}{500}\sqrt{4\times10^6}=\frac{2000}{500}=4$$

مثال/125 دائرة تيار متناوب متوالية الربط مكونة من مقاومة مقدارها 20Ω ومتسعة سعتها $\frac{4}{\pi}\mu F$ ومحث ومصدر للفولطية المتناوبة تردده 50Hz فإذا كانت ممانعة الدائرة اقل ما يمكن فاحسب ممانعة الدائرة وعامل القدرة وزاوية فرق الطور بين الفولطية الكلية والتيار ورادة الحث ورادة السعة والرادة المحصلة.

الحل/

$$Z=R=20\Omega$$

$$PF=\cos\phi=\frac{R}{Z}=\frac{R}{R}=1$$

$$\tan\phi=\frac{X_L-X_C}{R}=\frac{0}{R}=0\quad\Rightarrow\quad\phi=0$$

$$F=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}\quad\Rightarrow\quad 50=\frac{1}{2\pi\sqrt{L\times\frac{4}{\pi}\times10^{-6}}}\quad\Rightarrow\quad 100\pi\sqrt{\frac{4L}{\pi}\times10^{-6}}=1$$

$$10^4\pi^2\times\frac{4L}{\pi}\times10^{-6}=1\quad\Rightarrow\quad L=\frac{1}{4\pi\times10^{-2}}=\frac{100}{4\pi}=\frac{25}{\pi}H$$

$$X_L = 2\pi FL = 2\pi \times 50 \times \frac{25}{\pi} = 2500\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi FC} = \frac{1}{2\pi \times 50 \times \frac{4}{\pi} \times 10^{-6}} = \frac{10000}{4} = 2500 \quad , \quad X = X_L - X_C = 2500 - 2500 = 0$$

مثال/126 دائرة رنينية متوالية الربط تتالف من ملف معامل حثه الذاتي $0.1H$ ومقاومة 2Ω ومتسعة سعتها $40\mu F$ احسب مقدار:

1- عامل النوعية وعامل القدرة في الدائرة 2- تردد الدائرة وممانعتها

الحل/

$$1-\ \ QF = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{0.1}{40 \times 10^{-6}}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{10000}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{2500} = \frac{50}{2} = 25$$

$$PF = \cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{R} = 1$$

$$2-\ \ F_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{0.1 \times 40 \times 10^{-6}}} = \frac{1}{2\pi \times 2 \times 10^{-3}} = \frac{1000}{4\pi} = \frac{250}{\pi} Hz$$

$$Z = R = 2\Omega$$

مثال/127 دائرة رنينية متوالية الربط تتألف من محث صرف معامل حثه الذاتي $\frac{2}{\pi}H$ ومتسعة ذات سعة صرف ومقاومة صرف مقدارها 10Ω ومذبذب كهربائي فرق الجهد بين طرفيه $40V$ وعامل النوعية لها 20. أحسب

1- التردد الرنيني. 2- الرادتين الحثية والسعوية. 3- ممانعة الدائرة. 4- القدرة المستثمرة في الحمل.

الحل/

$$1-\ QF = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} \Rightarrow 20 = \frac{1}{10}\sqrt{\frac{\frac{2}{\pi}}{C}} \Rightarrow 200 = \sqrt{\frac{2}{\pi C}} \Rightarrow 40000 = \frac{2}{\pi C}$$

$$\therefore C = \frac{2}{40000\pi} = \frac{5}{\pi} \times 10^{-5} F$$

$$F_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{2}{\pi} \times \frac{5}{\pi} \times 10^{-5}}} = \frac{1}{2\pi \times \frac{10^{-2}}{\pi}} = \frac{100}{2} = 50Hz$$

$$2-\ X_L = 2\pi FL = 2\pi \times 50 \times \frac{2}{\pi} = 200\Omega \quad , \quad X_C = \frac{1}{2\pi FC} = \frac{1}{2\pi \times 50 \times \frac{5}{\pi} \times 10^{-5}} = 200\Omega$$

$$3-\ \ Z = R = 10\Omega$$

$$4-\ \ I = \frac{V_T}{R} = \frac{40}{10} = 4A$$

$$P_{real} = I^2R = (4)^2 \times 10 = 16 \times 10 = 160w$$

مثال/128 دائرة رنينية متوالية الربط تتألف من ملف معامل حثه الذاتي (0.1H) مقاومته (2Ω) ومتسعة ذات سعة صرف سعتها (40μF) احسب مقدار :

1- عامل الجودة وعامل القدرة في الدائرة 2- تردد الدائرة وممانعتها

الحل/

$$1-\ \ Qf=\frac{1}{R}\times\sqrt{\frac{L}{C}}=\frac{1}{2}\times\sqrt{\frac{0.1}{40\times10^{-6}}}=\frac{1}{2}\times\sqrt{2500}=\frac{1}{2}\times50=25$$

$$Pf=\cos\phi=\frac{R}{Z}=\frac{R}{R}=1$$

$$2-\ \ f_r=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}=\frac{1}{2\pi\sqrt{0.1\times40\times10^{-6}}}=\frac{1}{4\pi\times10^{-3}}=\frac{250}{\pi}Hz$$

$Z=R=2\Omega$

مثال/129 دائرة تيار متناوب متوالية الربط تحتوي على ملف معامل حثه الذاتي (200μH) ومقاومته (10Ω) ومتسعة متغيرة السعة أخذ منها سعة مقدارها (20nF) فإذا وضعت على الدائرة فولطية متناوبة مقدارها (0.1V) أصبحت هذه الدائرة في حالة رنين احسب مقدار:

1- التردد الرنيني 2- تيار الدائرة 3- عامل القدرة 4- عامل الجودة 5- الفولطية عبر المتسعة

6- الممانعة الكلية للدائرة وقياس زاوية فرق الطور بين الفولطية والتيار .

الحل/

$$1-\ \ f_r=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}=\frac{1}{2\pi\sqrt{200\times10^{-3}\times20\times10^{-9}}}=\frac{1}{2\pi\times2\times10^{-6}}=\frac{250}{\pi}Hz$$

بما ان الدائرة في حالة رنين لذلك $Z=R=10\Omega$

$$2-\ \ I=\frac{V_T}{R}=\frac{0.1}{10}=0.01A$$

$$3-\ \ Pf=\cos\phi=\frac{R}{Z}=\frac{R}{R}=1$$

$$4-\ \ Qf=\frac{1}{R}\times\sqrt{\frac{L}{C}}=\frac{1}{10}\times\sqrt{\frac{200\times10^{-6}}{20\times10^{-9}}}=\frac{1}{10}\times100=10$$

$$X_C=\frac{1}{2\pi f_r C}=\frac{1}{2\pi\times\frac{250}{\pi}\times20\times10^{-9}}=100\Omega$$

5- $V_C=I\,.X_C=0.01\times100=1V$

6- $Z=R=10\Omega\ ,\ \ \phi=0$

مثال/130 دائرة رنينية متوالية الربط تحتوي على ملف معامل حثه الذاتي (200μH) ومقاومته (10Ω) ومتسعة سعتها $20\times10^{-9}F$ فإذا وضعت على الدائرة فولطية متناوبة مقدارها 0.1V احسب:

1- التردد الرنيني 2- تيار الدائرة 3- عامل القدرة

الحل/

1-

$$F_r=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}=\frac{1}{2\pi\sqrt{200\times10^{-6}\times20\times10^{-9}}}=\frac{1}{2\pi\sqrt{4\times10^{-12}}}=\frac{1}{2\pi\times2\times10^{-6}}=\frac{2500}{\pi}Hz$$

2- $I_r = \frac{V_T}{R} = \frac{0.1}{10} = 0.01A$, 3- $PF = \cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{R} = 1$

مثال131/ دائرة رنينية متوالية الربط تتالف من مقاومة مقدارها 10Ω ومحث معامل حثه الذاتي 0.5H ومتسعة ذات سعة صرف ومصدر للفولطية المتناوبة فرق جهده 100V وتردده $\frac{100}{\pi}$Hz احسب:

1- سعة المتسعة. 2- فرق جهد المحث وفرق جهد المتسعة. 3- عامل القدرة وعامل النوعية.

الحل/

1- $F_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \Rightarrow \frac{100}{\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{0.5C}} \Rightarrow 200\sqrt{0.5C} = 1 \Rightarrow 40000 \times 0.5C = 1$

$\therefore C = \frac{1}{20000} = 5\times10^{-5}F$

2- $X_L = 2\pi FL = 2\pi \times \frac{100}{\pi} \times 0.5 = 100\Omega$, $X_C = \frac{1}{2\pi FC} = \frac{1}{2\pi \times \frac{100}{\pi} \times 5\times10^{-5}} = 100\Omega$

$I = \frac{V_T}{R} = \frac{100}{10} = 10A$

$\therefore V_L = IX_L = 10\times100 = 1000V$, $V_C = IX_C = 10\times100 = 1000V$

3- $PF = \cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{R} = 1$

$QF = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{10}\sqrt{\frac{0.5}{5\times10^{-5}}} = \frac{1}{10}\sqrt{10000} = \frac{100}{10} = 10$

مثال132/ دائرة تيار متناوب متوالية الربط تحتوي على ملف مقاومته 4Ω ومتسعة سعتها 20×10^{-6}F فاذا وضعت على الدائرة فولطية متناوبة قدرها 100V وترددها 50Hz اصبح تيار الدائرة اعظم ما يمكن ، فما مقدار؟

1- معامل الحث الذاتي للمحث 2- الفولطية عبر المحث والمتسعة 3- عامل القدرة 4- عامل الجودة

الحل/

$\because$ تيار الدائرة اعظم ما يمكن لذلك الدائرة رنينية

$F_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \Rightarrow 50 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L\times20\times10^{-6}}} \Rightarrow 2500 = \frac{1}{4\pi^2 \times 2L\times10^{-5}}$

$20000\pi^2 L\times10^{-5} = 1 \Rightarrow 0.2\pi^2 L = 1 \Rightarrow L = \frac{1}{0.2\pi^2} = \frac{5}{\pi^2}H$

$X_L = 2\pi FL = 2\pi\times50\times\frac{5}{\pi^2} = \frac{500}{\pi}\Omega$

$X_C = \frac{1}{2\pi FC} = \frac{1}{2\pi\times50\times20\times10^{-6}} = \frac{10^6}{2000\pi} = \frac{500}{\pi}\Omega$

$I = \frac{V_T}{R} = \frac{100}{4} = 25A$

$V_L = IX_L = 25\times\frac{500}{\pi} = \frac{12500}{\pi}V$, $V_C = IX_C = 25\times\frac{500}{\pi} = \frac{12500}{\pi}V$

$$PF=\cos\phi=\frac{R}{Z}=\frac{R}{R}=1$$

$$QF=\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}=\frac{1}{4}\sqrt{\frac{\frac{5}{\pi^2}}{20\times10^{-6}}}=\frac{1}{4}\sqrt{\frac{5\times10^{6}}{20\pi^2}}=\frac{1}{4}\sqrt{\frac{10^{6}}{4\pi^2}}=\frac{1}{4}\times\frac{1000}{2\pi}=\frac{125}{\pi}$$

مثال/133 دائرة رنينية متوالية الربط تحتوي على مصدر للفولطية المتناوبة فرق جهده 12V ومقاومة مقدارها 4Ω ومحث معامل حثه الذاتي $\frac{1}{\pi}H$ ومتسعة سعتها $\frac{1}{\pi}\mu F$ فما مقدار:

1- التردد الرنيني. 2- الممانعة الكلية للدائرة. 3- تيار الدائرة. 4- زاوية فرق الطور وعامل القدرة.
5- القدرة الحقيقية والقدرة الظاهرية. 6- عامل النوعية.

الحل/

$$1-\ F_r=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}=\frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{1}{\pi}\times\frac{1}{\pi}\times10^{-6}}}=\frac{1}{2\pi\times\frac{1}{\pi}\times10^{-3}}=500Hz$$

$$2-\ Z=R=4\Omega$$

$$3-\ I=\frac{V_T}{R}=\frac{12}{4}=3A$$

$$4-\ \tan\phi=\frac{X_L-X_C}{R}=\frac{0}{R}=0\quad\Rightarrow\quad\phi=0$$

$$PF=\cos\phi=\cos0=1$$

$$5-\ P_{real}=I^2R=9\times4=36w\quad,\quad P_{app}=IV_T=3\times12=36VA$$

$$6-\ QF=\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}=\frac{1}{4}\sqrt{\frac{\frac{1}{\pi}}{\frac{1}{\pi}\times10^{-6}}}=\frac{1}{4}\times1000=250$$

مثال/134 دائرة تيار متناوب متوالية الربط تحتوي على ملف مقاومته 4Ω ومتسعة ذات سعة صرف مقدارها $(20\times10^{-6}\mu F)$ فإذا وضعت على الدائرة فولطية متناوبة قدرها 100V وترددها 50Hz أصبح تيار الدائرة أعظم ما يمكن ، فما مقدار؟

1- معامل الحث الذاتي للملف 2- الفولطية عبر المحث والمتسعة 3- عامل القدرة 4- عامل النوعية

الحل/

A تيار الدائرة أعظم ما يمكن لذلك الدائرة رنينية

$$f_r=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}\quad\Rightarrow\quad50=\frac{1}{2\pi\times\sqrt{L\times20\times10^{-6}}}\quad\Rightarrow\quad2500=\frac{1}{4\pi^2\times L\times20\times10^{-6}}$$

$$200000\pi^2L\times10^{-6}=1\quad\Rightarrow\quad2\pi^2L=10\quad\Rightarrow\quad L=\frac{5}{\pi^2}=0.5H$$

$$X_L=2\pi fL=2\pi\times50\times0.5=50\pi\Omega=157\Omega$$

$$I=\frac{V}{R}=\frac{100}{4}=25A$$

$$V_L=I.X_L=25\times157=3925V$$

$V_C=V_L=3925V$ (رنين)

$$Pf = \cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{R} = 1 \qquad (Z = R)$$

$$Qf = \frac{1}{R}\times\sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{4}\times\sqrt{\frac{\frac{5}{\pi^2}}{20\times10^{-6}}} = \frac{1}{4}\times\sqrt{\frac{25}{\pi^2}\times10^4} = \frac{1}{4}\times\frac{500}{\pi} = \frac{125}{\pi} = 39.8$$

مثال/135 ملف مقاومته 10Ω ومتسعة ذات سعة صرف سعتها $50\mu F$ وضعت على الدائرة فولطية متناوبة مقدارها $100V$ على التوالي وترددها $\frac{100}{\pi}Hz$ فأصبح تيار الدائرة أعظم ما يمكن فما مقدار:

1- معامل الحث الذاتي للملف   2- الفولطية عبر المحث والمتسعة   3- عامل القدرة   4- عامل النوعية

الحل/

$$1-\ F_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \Rightarrow \frac{100}{\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L\times50\times10^{-6}}} \Rightarrow 200\sqrt{5L\times10^{-5}} = 1$$

$$40000\times5L\times10^{-5} = 1 \Rightarrow L = \frac{1}{200000\times10^{-5}} = 0.5H$$

$$2-\ X_L = 2\pi FL = 2\pi\times\frac{100}{\pi}\times0.5 = 100\Omega \ ,\ X_C = \frac{1}{2\pi FC} = \frac{1}{2\pi\times\frac{100}{\pi}\times50\times10^{-6}} = 100\Omega$$

$$I = \frac{V_T}{R} = \frac{100}{10} = 10A$$

$$V_L = IX_L = 10\times100 = 1000V \ ,\ V_C = IX_C = 10\times100 = 1000V$$

$$3-\ PF = \cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{R} = 1$$

$$4-\ QF = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{10}\sqrt{\frac{0.5}{50\times10^{-6}}} = \frac{1}{10}\sqrt{10000} = \frac{1}{10}\times100 = 10$$

مثال/136 دائرة رنينية متوالية الربط تتكون من مقاومة 50Ω ومحث ومتسعة سعتها $250\mu F$ ومصدر للفولطية المتناوبة فولطيته $200V$ وتردده ($\frac{50}{\pi}Hz$) احسب :

1- ممانعة الدائرة   2- تيار الرنين   3- معامل الحث الذاتي للمحث

4- عامل النوعية   5- ارسم مخطط الممانعة.

الحل/

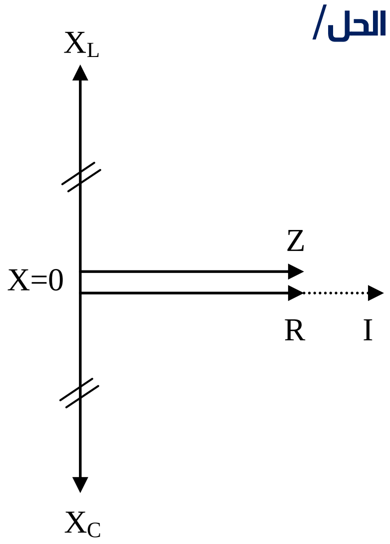
$$1-\quad Z = R = 50\Omega$$

$$2-\quad I_r = \frac{V_T}{R} = \frac{200}{50} = 4A$$

$$3-\quad X_C = \frac{1}{2\pi FC} = \frac{1}{2\pi\times\frac{50}{\pi}\times250\times10^{-6}} = \frac{1000}{25} = 40\Omega$$

$$X_L = X_C = 40\Omega$$

$$X_L = 2\pi FL \Rightarrow 40 = 2\pi\times\frac{50}{\pi}L \Rightarrow 40 = 100L$$



$\therefore\ L=\dfrac{40}{100}=0.4H$

$4-\quad QF=\dfrac{1}{R}\sqrt{\dfrac{L}{C}}=\dfrac{1}{50}\sqrt{\dfrac{0.4}{250\times10^{-6}}}=\dfrac{1}{50}\sqrt{\dfrac{10000}{25}}=\dfrac{1}{50}\sqrt{400}=\dfrac{20}{50}=0.4$

مثال/137 دائرة تيار متناوب متوالية الربط تحتوي على ملف معامل حثه الذاتي $\dfrac{4}{\pi}H$ ومقاومة 300Ω ومتسعة ومصدر للفولطية المتناوبة مقدارها $100V$ بتردد $50Hz$ فكان مقدار التيار في الدائرة $0.2A$ ومقدار الرادة السعوية 100Ω احسب مقدار :

1- مقاومة الملف ، عامل القدرة ، قياس زاوية فرق الطور بين الفولطية الكلية والتيار ، القدرة المستهلكة .

2- لو استبدلت المتسعة باخرى سعتها $(\dfrac{10^{-4}}{4\pi}F)$ فما مقدار عامل القدرة ، قياس زاوية فرق الطور بين الفولطية الكلية والتيار ، القدرة المستهلكة .

الحل/

$1-\quad Z=\dfrac{V_T}{I}=\dfrac{100}{0.2}=500\Omega$

$X_L=2\pi FL=2\pi\times50\times\dfrac{4}{\pi}=400\Omega$

$Z^2=R_T^2+(X_L-X_C)^2 \quad\Rightarrow\quad (500)^2=R_T^2+(400-100)^2$

$250000=R_T^2+90000 \quad\Rightarrow\quad R_T^2=250000-90000=160000 \quad\Rightarrow\quad R_T=400\Omega$

$PF=\cos\phi=\dfrac{R}{Z}=\dfrac{400}{500}=0.8$

$\tan\phi=\dfrac{X_L-X_C}{R_T}=\dfrac{400-100}{400}=\dfrac{300}{400}=\dfrac{3}{4} \quad\Rightarrow\quad \phi=37^\circ$

$P_{real}=I^2R=(0.2)^2\times400=0.04\times400=16w$

$2-\quad X_C=\dfrac{1}{2\pi FC}=\dfrac{1}{2\pi\times50\times\dfrac{10^{-4}}{4\pi}}=\dfrac{1}{\dfrac{10^{-2}}{4}}=400\Omega$

$\because\ X_C=X_L$

$\therefore$ الدائرة في حالة رنين

$PF=\cos\phi=\dfrac{R}{Z}=\dfrac{R}{R}=1$

$\tan\phi=\dfrac{X_L-X_C}{R_T}=\dfrac{400-400}{400}=0 \quad\Rightarrow\quad \phi=0$

$I=\dfrac{V_T}{R}=\dfrac{100}{400}=0.25A$

$P_{real}=I^2R_T=(0.25)^2\times400=0.0625\times400=25w$

مثال/138 دائرة تيار متناوب متوالية الربط تحتوي على مقاومة ومحث ومتسعة متغيرة السعة فاذا كان مقدار المقاومة المربوطة في الدائرة (40Ω) والرادة الحثية للملف (120Ω) والرادة السعوية للمتسعة (90Ω) وكانت الفولطية الموضوعة على الدائرة $(240V)$ وترددها ($\frac{500}{\pi}Hz$) فما مقدار :

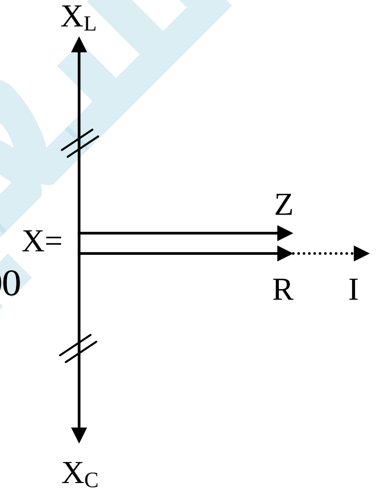
1- معامل الحث الذاتي للملف وسعة المتسعة .
2- الممانعة الكلية والتيار للدائرة وقياس زاوية فرق الطور بين الفولطية الكلية والتيار .
3- سعة المتسعة التي تجعل هذه الدائرة في حالة رنين بالتردد نفسه ثم ارسم مخطط الممانعة للدائرة الرنينية

الحل/

$$1-\quad X_L = 2\pi FL \quad \Rightarrow \quad 120 = 2\pi \times \frac{500}{\pi}L \quad \Rightarrow \quad L = \frac{120}{1000} = 0.12H$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi FC} \quad \Rightarrow \quad 90 = \frac{1}{2\pi \times \frac{500}{\pi}C} \quad \Rightarrow \quad 90000C = 1$$

$$\therefore \quad C = \frac{1}{90000} = \frac{1}{9} \times 10^{-4}F$$



$$2-\quad Z^2 = R^2 + (X_L - X_C)^2 = (40)^2 + (120-90)^2 = 1600 + 900 = 2500$$

$$\therefore \quad Z = 50\Omega$$

$$I = \frac{V_T}{Z} = \frac{240}{50} = 4.8A$$

$$\tan\phi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{120-90}{40} = \frac{30}{40} = \frac{3}{4} \quad \Rightarrow \quad \phi = 37^\circ$$

$$3-\quad F_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad \Rightarrow \quad \frac{500}{\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{0.12C}} \quad \Rightarrow \quad 1000\sqrt{0.12C} = 1$$

$$10^6 \times 0.12C = 1 \quad \Rightarrow \quad C = \frac{1}{12 \times 10^4} = \frac{1}{12} \times 10^{-4}F$$

مثال/139 ربط ملف مع مصدر للفولطية المتناوبة مقدارها $(100V)$ بتردد $(60Hz)$ فكان عامل القدرة في الدائرة (0.8) والقدرة الحقيقية فيها $(400w)$. ما مقدار؟

1- التيار الكلي ، مقاومة الملف ، الرادة الحثية للملف .
2- سعة المتسعة الواجب ربطها على التوالي مع الملف التي تجعل هذه الدائرة في حالة رنين بالتردد نفسه .

الحل/

$$1-\quad PF = \frac{P_{real}}{P_{app}} \quad \Rightarrow \quad 0.8 = \frac{400}{IV_T} \quad \Rightarrow \quad 0.8 = \frac{400}{I \times 100} \quad \Rightarrow \quad I = \frac{4}{0.8} = 5A$$

$$Z = \frac{V_T}{I} = \frac{100}{5} = 20\Omega$$

$$PF = \cos\phi = \frac{R}{Z} \quad \Rightarrow \quad 0.8 = \frac{R}{20} \quad \Rightarrow \quad R = 0.8 \times 20 = 16\Omega$$

$$Z^2 = R^2 + X_L^2 \quad \Rightarrow \quad (20)^2 = (16)^2 + X_L^2 \quad \Rightarrow \quad 400 = 256 + X_L^2$$

$$\therefore \quad X_L^2 = 400 - 256 = 144 \quad \Rightarrow \quad X_L = 12\Omega$$

$$2-\quad X_L = 2\pi FL \quad \Rightarrow \quad 12 = 2\pi \times 60L \quad \Rightarrow \quad L = \frac{12}{120\pi} = \frac{1}{10\pi} H$$

$$F_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad \Rightarrow \quad 60 = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{1}{10\pi}.C}} \quad \Rightarrow \quad 3600 = \frac{1}{4\pi^2 \times \frac{C}{10\pi}}$$

$$3600 = \frac{10}{4\pi C} \quad \Rightarrow \quad 14400\pi C = 10 \quad \Rightarrow \quad C = \frac{10}{14400\pi} = \frac{1}{1440\pi} F$$

مثال/140 دائرة تيار متناوب متوازية الربط تتألف من محث صرف ومقاومة صرف ومتسعة متغيرة السعة ومصدر للفولطية المتناوبة مقدارها 180V وكانت ممانعة الدائرة (18Ω) وعامل القدرة (0.6) جد مقدار
1- المقاومة .
2- القدرة المستهلكة وعامل القدرة في الدائرة الرنينية المتوالية الربط المؤلفة من ذات العناصر نفسها بإهمال مقاومة أسلاك ربط العناصر.

الحل/

$$1-\quad I_T = \frac{V}{Z} = \frac{180}{18} = 10A$$

$$PF = \cos\phi = \frac{I_R}{I_T} \quad \Rightarrow \quad 0.6 = \frac{I_R}{10} \quad \Rightarrow \quad I_R = 0.6 \times 10 = 6A$$

$$R = \frac{V}{I_R} = \frac{180}{6} = 30\Omega$$

$$2-\quad I_r = \frac{V}{R} = \frac{180}{30} = 6A$$

$$P_{real} = I^2R = (6)^2 \times 30 = 36 \times 30 = 1080w$$

$$PF = \cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{R} = 1$$

مثال/141 ملف معامل حثه الذاتي $\frac{4}{\pi} H$ ومقاومته 300Ω وصل على التوالي مع متسعة ذات سعة صرف مقدار سعتها $\frac{1}{10\pi} mF$ ومقاومة ومصدر للفولطية المتناوبة فرق الجهد بين قطبيه 100V بتردد 50Hz فكان مقدار التيار في الدائرة 0.2A ما مقدار المقاومة ؟ وما التردد الرنيني لنفس اجزاء هذه الدائرة وما مقدار التيار والقدرة المستهلكة في الدائرة الرنينية .

الحل/

$$Z = \frac{V_T}{I} = \frac{100}{0.2} = 500\Omega$$

$$X_L = 2\pi f L = 2\pi \times \frac{4}{\pi} \times 50 = 400\Omega \quad , \quad X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi \times 50 \times \frac{1}{10\pi} \times 10^{-3}} = 100\Omega$$

$$Z^2 = R_T^2 + (X_L - X_C)^2 \quad \Rightarrow \quad 250000 = R_T^2 + (400 - 100)^2$$

$$R_T^2 = 160000 \quad \Rightarrow \quad R_T = 400\Omega$$

$$f_r=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}=\frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{4}{\pi}\times\frac{1}{10\pi}\times10^{-3}}}=\frac{1}{2\times2\times10^{-2}}=25Hz$$

$$I=\frac{V_T}{R}=\frac{100}{400}=0.25A$$

$P=I^2R=(0.25)^2\times400=25W$

مثال 142/ دائرة تيار متناوب متوالية الربط تحتوي على مقاومة صرف مقدارها 5Ω ومحث صرف معامل حثه الذاتي $\frac{7}{22}mH$ ومتسعة ذات سعة صرف مقدار سعتها $\frac{70}{22}\mu F$ ومصدر للفولطية المتناوبة فرق الجهد بين قطبيه 100V فإذا كان تيار الدائرة اعظم ما يمكن احسب:

1- تردد الدائرة. 2- الممانعة الكلية للدائرة. 3- تيار الدائرة 4- القدرة الحقيقية والقدرة الظاهرية.
5- رادة الحث ورادة السعة والرادة المحصلة. 6- فرق الجهد عبر المحث والمتسعة والرادة المحصلة.
7- زاوية فرق الطور بين الفولطية والتيار. 8- عامل القدرة وعامل النوعية.
9- الطول الموجي للموجة الكهرومغناطيسية المنبعثة منها.

الحل/

$$1-\ F_r=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}=\frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{7}{22}\times10^{-3}\times\frac{70}{22}\times10^{-6}}}=\frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{1}{\pi}\times10^{-3}\times\frac{1}{\pi}\times10^{-5}}}$$

$$=\frac{1}{2\pi\times\frac{1}{\pi}\times10^{-4}}=5000Hz$$

$$2-\ Z=R=5\Omega$$

$$3-\ I_r=\frac{V_T}{R}=\frac{100}{5}=20A$$

$$4-\ P_{real}=I^2R=(20)^2\times5=400\times5=2000w\quad,\quad P_{app}=IV_T=20\times100=2000VA$$

$$5-\ X_L=2\pi FL=2\pi\times5000\times\frac{7}{22}\times10^{-3}=10\Omega$$

$$X_C=\frac{1}{2\pi FC}=\frac{1}{2\pi\times5000\times\frac{70}{22}\times10^{-6}}=10\Omega\quad,\quad X=X_L-X_C=10-10=0$$

$$6-\ V_L=IX_L=20\times10=200V\quad,\quad V_C=IX_C=20\times10=200V$$

$$V_X=V_L-V_C=200-200=0$$

$$7-\ \phi=0$$

$$8-\ PF=\cos\phi=\cos0=1\quad,\quad QF=\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}=\frac{1}{5}\sqrt{\frac{\frac{7}{22}\times10^{-3}}{\frac{70}{22}\times10^{-6}}}=\frac{10}{5}=2$$

$$9-\ c=F\lambda\ \Rightarrow\ \lambda=\frac{c}{F}=\frac{3\times10^{8}}{5000}=0.6\times10^{5}=60000m$$

مثال143/ ملف رادة الحث له 90Ω عند التردد $100Hz$ ولو ربط هذا الملف مع متسعة ومصدر اخر فرق جهده $100V$ وتردده $50Hz$ فانساب تيار في الدائرة مقداره $2A$ فإذا كان عامل القدرة في الدائرة 0.6 فما مقدار سعة المتسعة التي تجعل 1- خصائص الدائرة حثية. 2- خصائص الدائرة سعوية. 3- الدائرة في حالة رنين

الحل/

$$X_L = 2\pi FL \Rightarrow 90 = 2\pi \times 100L \Rightarrow L = \frac{90}{200\pi} = \frac{0.45}{\pi}H$$

$$X_L = 2\pi FL = 2\pi \times 50 \times \frac{0.45}{\pi} = 45\Omega$$

$$Z = \frac{V_T}{I} = \frac{100}{2} = 50\Omega$$

$$PF = \cos\phi = \frac{R}{Z} \Rightarrow 0.6 = \frac{R}{50} \Rightarrow R = 0.6 \times 50 = 30\Omega$$

$$Z^2 = R^2 + (X_L - X_C)^2 \Rightarrow (50)^2 = (30)^2 + (45 - X_C)^2 \Rightarrow 2500 = 900 + (45 - X_C)^2$$

$$\therefore (45 - X_C)^2 = 2500 - 900 = 1600 \Rightarrow (45 - X_C) = 40$$

1- $X_C = 45 - 40 = 5\Omega$

$$X_C = \frac{1}{2\pi FC} \Rightarrow 5 = \frac{1}{2\pi \times 50C} \Rightarrow 500\pi C = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{500\pi} = \frac{2}{\pi} \times 10^{-3}F$$

2- $-(45 - X_C) = 40 \Rightarrow X_C = 40 + 45 = 85$

$$X_C = \frac{1}{2\pi FC} \Rightarrow 85 = \frac{1}{2\pi \times 50C} \Rightarrow 8500\pi C = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{8500\pi} = \frac{1}{85\pi} \times 10^{-2}F$$

3- $F_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \Rightarrow 50 = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{0.45}{\pi}C}} \Rightarrow 2500 = \frac{1}{4\pi^2 \times \frac{0.45C}{\pi}}$

$$4500\pi C = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{45\pi} \times 10^{-2}F$$

مثال144/ دائرة تيار متناوب متوازية الربط تحتوي على متسعة ذات سعة صرف رادة السعة لها 18Ω ومقاومة صرف ومحث صرف ومصدر للفولطية المتناوبة فرق جهده $180V$ وتردده $\frac{50}{\pi}Hz$ فإذا كانت الممانعة الكلية للدائرة 18Ω وعامل القدرة في الدائرة 0.6 احسب معامل الحث الذاتي للمحث اذا كانت للدائرة:
1- خواص سعوية. 2- خواص حثية. 3- خواص مقاومة صرف.

الحل/

$$I_T = \frac{V}{Z} = \frac{180}{18} = 10A \quad , \quad I_C = \frac{V}{X_C} = \frac{180}{18} = 10A$$

$$PF = \cos\phi = \frac{I_R}{I_T} \Rightarrow 0.6 = \frac{I_R}{10} \Rightarrow I_R = 0.6 \times 10 = 6A$$

1- $I_T^2 = I_R^2 + (I_C - I_L)^2 \Rightarrow (10)^2 = (6)^2 + (10 - I_L)^2 \Rightarrow 100 = 36 + (10 - I_L)^2$

$$(10 - I_L)^2 = 100 - 36 = 64 \Rightarrow (10 - I_L) = 8 \Rightarrow I_L = 10 - 8 = 2A$$

$$X_L = \frac{V}{I_L} = \frac{180}{2} = 90\Omega$$

$$X_L = 2\pi FL \quad \Rightarrow \quad 90 = 2\pi \times \frac{50}{\pi} L \quad \Rightarrow \quad L = \frac{90}{100} = 0.9H$$

$$2\text{-} \quad -(10 - I_L) = 8 \quad \Rightarrow \quad I_L = 8 + 10 = 18$$

$$X_L = \frac{V}{I_L} = \frac{180}{18} = 10\Omega$$

$$X_L = 2\pi FL \quad \Rightarrow \quad 10 = 2\pi \times \frac{50}{\pi} L \quad \Rightarrow \quad L = \frac{10}{100} = 0.1H$$

$$3\text{-} \quad I_L = I_C = 10A$$

$$X_L = \frac{V}{I_L} = \frac{180}{10} = 18\Omega$$

$$X_L = 2\pi FL \quad \Rightarrow \quad 18 = 2\pi \times \frac{50}{\pi} L \quad \Rightarrow \quad L = \frac{18}{100} = 0.18H$$

مثال145/ دائرة تيار متناوب متوالية الربط تحتوي على ملف مقاومته 15Ω ومتسعة ذات سعة صرف ومصدر للفولطية المتناوبة تردده $50Hz$ فإذا كان فرق الجهد عبر المحث $60V$ وعبر المتسعة $100V$ وكانت القدرة المستهلكة في الدائرة $60w$.

1- احسب ممانعة الدائرة وعامل القدرة.

2- لو استبدلت المتسعة باخرى سعتها $\frac{1}{3\pi}mF$ فما مقدار زاوية فرق الطور بين الفولطية الكلية والتيار وعامل النوعية في هذه الحالة.

الحل/

$$1\text{-} \quad P_{real} = I^2 R \quad \Rightarrow \quad 60 = I^2 \times 15 \quad \Rightarrow \quad I^2 = \frac{60}{15} = 4 \quad \Rightarrow \quad I = 2A$$

$$X_L = \frac{V_L}{I} = \frac{60}{2} = 30\Omega \quad , \quad X_C = \frac{V_C}{I} = \frac{100}{2} = 50$$

$$Z^2 = R^2 + (X_L - X_C)^2 = (15)^2 + (30 - 50)^2 = 225 = 400 = 625 \quad \Rightarrow \quad Z = 25\Omega$$

$$PF = \cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5} = 0.6$$

$$2\text{-} \quad X_C = \frac{1}{2\pi \times 50 \times \frac{1}{3\pi} \times 10^{-3}} = 30\Omega$$

$$\because \; X_C = X_L$$

$\therefore$ اصبحت الدائرة في حالة رنين.

$$\tan\phi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{30 - 30}{15} = 0 \quad \Rightarrow \quad \phi = 0$$

$$X_L = 2\pi FL \quad \Rightarrow \quad 30 = 2\pi \times 50L \quad \Rightarrow \quad L = \frac{30}{100\pi} = \frac{3}{10\pi} H$$

$$QF=\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}=\frac{1}{15}\sqrt{\frac{\frac{3}{10\pi}}{\frac{1}{3\pi}\times10^{-3}}}=\frac{1}{15}\sqrt{900}=\frac{1}{15}\times30=2$$

مثال146/ ربط ملف ومقاومة صرف ومتسعة ذات سعة صرف متغيرة السعة على التوالي مع مصدر للفولطية المتناوبة مقدارها (240V) بتردد ($\frac{500}{\pi}$Hz) فإذا كانت مقاومة الملف (10Ω) ومقدار المقاومة المربوطة في الدائرة (30Ω) ومقدار رادة الحث (120Ω) ومقدار رادة السعة للمتسعة (90Ω) احسب مقدار:

1- معامل الحث الذاتي للملف وسعة المتسعة .

2- الممانعة الكلية للدائرة وتيار الدائرة وقياس زاوية فرق الطور بين الفولطية الكلية والتيار .

3- سعة المتسعة التي تجعل هذه الدائرة في حالة رنين بالتردد نفسه . ارسم مخطط الممانعة للدائرة الرنينية

4 - التيار وعامل النوعية في الدائرة الرنينية .

الحل/

1- $X_L=2\pi fL \Rightarrow 120=2\pi\times\frac{500}{\pi}\times L \Rightarrow L=0.12H$

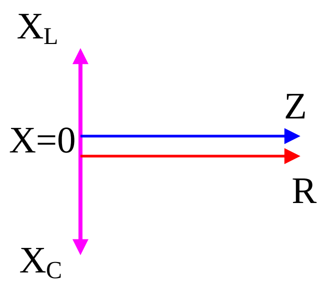
$$X_C=\frac{1}{2\pi fC} \Rightarrow 90=\frac{1}{2\pi\times\frac{500}{\pi}\times C} \Rightarrow C=\frac{1}{9}\times10^{-4}F$$

2- $R_T=R_L+R=10+30=40\Omega$

$$Z^2=R_T^2+(X_L-X_C)^2=(40)^2+(120-90)^2=1600+900=2500 \Rightarrow Z=50\Omega$$

$$I=\frac{V_T}{R}=\frac{240}{50}=4.8A \quad , \quad \tan\phi=\frac{(X_L-X_C)}{R}=\frac{120-90}{40}=\frac{30}{40}=\frac{3}{4} \Rightarrow \phi=37^\circ$$

3- $f_r=\frac{1}{2\pi\times\sqrt{LC}} \Rightarrow (\frac{500}{\pi})^2=\frac{1}{4\pi^2\times0.12C} \Rightarrow C=\frac{1}{12}\times10^4F$



4- $I=\frac{V_T}{I}=\frac{240}{40}=6A$

$$Qf=\frac{1}{R}\times\sqrt{\frac{L}{C}}=\frac{1}{40}\times\sqrt{\frac{0.12}{\frac{1}{12}\times10^4}}=\frac{1}{40}\times12\times10=3$$

مثال/147 وضع ملف مقاومته 20Ω في دائرة تيار متناوب وكانت الفولطية الآنية مُعطاة بالعلاقة : $V_{ins} = 141.4\sin(100t + 37°)$ وتيار الدائرة $4A$ احسب مقدار:

1- الفولطية المؤثرة 2- تردد الفولطية 3- زاوية فرق الطور بين الفولطية الكلية والتيار 4- ممانعة الدائرة

5- معامل الحث الذاتي للملف 6- القدرة المستهلكة بالدائرة

7- سعة المتسعة التي تربط بالدائرة لجعلها في حالة رنين بالتردد نفسه 8- التيار في الدائرة الرنينية

9- عامل النوعية. 10- ارسم مخطط الممانعة للدائرة الرنينية.

الحل/

بمقارنة المعادلة $V_{ins} = 141.4\sin(100t + 37°)$ مع المعادلة العامة $V_{ins} = V_m \sin(\omega t + \phi)$ نجد:

$$1-\ V_m = 141.4V \Rightarrow V_{eff} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{141.4}{1.414} = 100V$$

$$2-\ \omega = 100 rad/s$$

$$\because \omega = 2\pi F \Rightarrow F = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{100}{2\pi} = \frac{50}{\pi} Hz$$

$$3-\ \phi = 37°$$

$$4-\ Z = \frac{V_T}{I} = \frac{100}{4} = 25\Omega$$

$$5-\ Z^2 = R^2 + X_L^2 \Rightarrow (25)^2 = (20)^2 + X_L^2 \Rightarrow 625 = 400 + X_L^2$$

$$X_L^2 = 625 - 400 = 225 \Rightarrow X_L = 15\Omega$$

$$X_L = \omega L \Rightarrow 15 = 100L \Rightarrow L = \frac{15}{100} = 0.15H$$

$$6-\ P_{real} = I^2R = (4)^2 \times 20 = 16 \times 20 = 320w$$

$$7-\ F_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{FC}} \Rightarrow \frac{50}{\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{0.15C}} \Rightarrow 100\sqrt{0.15C} = 1 \Rightarrow 10000 \times 0.15C = 1$$

$$\therefore C = \frac{1}{1500} = \frac{1}{15} \times 10^{-2} F$$

$$8-\ I_r = \frac{V_T}{R} = \frac{100}{20} = 5A$$

$$9-\ QF = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{20}\sqrt{\frac{0.15}{\frac{1}{15}\times 10^{-2}}} = \frac{1}{20} \times 15 = \frac{3}{4} = 0.75$$

الفصل الخامس / البصريات الفيزيائية

تجربة شقي يونك

مثال1/ اذا كان البعد بين الشقين في تجربة يونك مساويا الى (0.1mm) وكان البعد بين الشقين والشاشة (1.5m) فاذا سقط ضوء احادي الطول الموجي وكانت المسافة بين هدبين متجاورين (6mm) احسب الطول الموجي للضوء المستعمل.

الحل/

$$d = 0.1mm = 0.1\times10^{-3}m \quad , \quad \Delta y = 6mm = 6\times10^{-3}m$$

$$\Delta y = \frac{L\lambda}{d} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{d\,\Delta y}{L} = \frac{0.1\times10^{-3}\times6\times10^{-3}}{1.5} = 4\times10^{-4}m$$

مثال2/ سقط ضوء احادي اللون على شقين متوازيين البعد بينهما (0.2mm)(تجربة يونك) فشوهد هداب التداخل على شاشة تبعد (100cm) عن الشقين فاذا كان البعد بين كل هدابين مضيئين متتاليين (3mm) جد الطول الموجي للضوء الساقط .

الحل/

$$d = 0.2mm = 0.2\times10^{-3}m = 2\times10^{-4}m \;,\; \Delta y = 3mm = 3\times10^{-3}m \;,\; L = 100cm = 1m$$

$$\Delta y = \frac{L\lambda}{d} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{d\,\Delta y}{L} = \frac{2\times10^{-4}\times3\times10^{-3}}{1} = 6\times10^{-7}m$$

مثال3/ استخدم ضوء أحادي اللون طول موجته 400nm في تجربة يونك فإذا كان البعد بين الشقين 1.5ملم والبعد بين هدابين متتاليين من نوع واحد هي 0.8mm احسب المسافة بين الشاشة وكل من الشقين.

الحل/

$$\lambda = 400nm = 400\times10^{-9}m = 4\times10^{-7}m \;,\; d = 1.5mm = 1.5\times10^{-3}m = 15\times10^{-4}m$$

$$\Delta y = 0.8mm = 0.8\times10^{-3} = 8\times10^{-4}m$$

$$\Delta y = \frac{L\lambda}{d} \quad \Rightarrow \quad L = \frac{d\,\Delta y}{\lambda} = \frac{15\times10^{-4}\times8\times10^{-4}}{4\times10^{-7}} = 3m$$

مثال4/ يبلغ البعد بين الشقين في تجربة يونك (0.1mm) واستخدم ضوء أحادي اللون طوله الموجي (500nm) فاذا كان البعد بين الشقين والشاشة (1.2m) احسب البعد بين الهدب المضيء الأول والهدب المركزي.

الحل/

$$d = 0.1mm = 0.1\times10^{-3}m = 10^{-4}m \quad , \quad \lambda = 500nm = 500\times10^{-9} = 5\times10^{-7}m$$

$$y_m = \frac{mL\lambda}{d} = \frac{1\times1.2\times5\times10^{-7}}{10^{-4}} = 6\times10^{-3}m$$

مثال5/ شقان المسافة بينهما 0.03mm اسقط عليهما ضوء أحادي الطول الموجي فكان الهدب المضيء الخامس على بعد 14cm عن الهدب المركزي فإذا كان بعد الشاشة عن الشقين 2m احسب طول موجة الضوء المستعمل .

الحل/

$$d = 0.03mm = 0.03\times10^{-3} = 3\times10^{-5}m \quad , \quad y_m = 14cm = 0.14m$$

$$\lambda = \frac{d\,y_m}{m\,L} = \frac{3\times10^{-5}\times0.14}{5\times2} = 42\times10^{-8}m$$

مثال6/ في تجربة يونك كان البعد بين الشقين (0.2mm) وبعد الشقين عن الشاشة (1m) فاذا سقط ضوء احادي اللون طوله الموجي (600nm) على الشقين احسب المسافة بين هدبين معتمين متتاليين .

الحل/

$$d = 0.2mm = 0.2\times10^{-3} = 2\times10^{-4}m \quad , \quad \lambda = 600nm = 600\times10^{-9} = 6\times10^{-7}m$$

$$\Delta y = \frac{L\lambda}{d} = \frac{1\times6\times10^{-7}}{2\times10^{-4}} = 3\times10^{-3}m$$

مثال7/ سقط ضوء طوله الموجي 400nm على شق ضيق يضيء شقين (تجربة يونك) المسافة بينهما 2mm فإذا كانت المسافة بين كل هدبين متتاليين 1mm فما بعد الشاشة عن كل من الشقين ؟

الحل/

$$\lambda = 400nm = 400\times10^{-9}m = 4\times10^{-7}m \quad , \quad d = 2mm = 2\times10^{-3}m$$

$$\Delta y = 1mm = 10^{-3}m$$

$$\Delta y = \frac{L\lambda}{d} \quad \Rightarrow \quad L = \frac{d\,\Delta y}{\lambda} = \frac{2\times10^{-3}\times10^{-3}}{4\times10^{-7}} = 5m$$

مثال8/ سقط ضوء أحادي اللون طوله الموجي 600nm على شقين البعد بينهما 0.3mm وبعد الشاشة عن كل من الشقين 0.5m . احسب البعد بين الهدب المعتم الثاني والهدب المعتم الثالث في نمط التداخل الناتج .

الحل/

$$\lambda = 600nm = 600\times10^{-9} = 6\times10^{-7}m \quad , \quad d = 0.3mm = 0.3\times10^{-3}m = 3\times10^{-4}m$$

$$\Delta y = \frac{L\lambda}{d} = \frac{0.5\times6\times10^{-7}}{3\times10^{-4}} = 0.001m$$

مثال9/ ضوء احادي اللون طول موجته (600nm) صادر عن شق ضيق يضيء شقين (تجربة يونك) مكونا اهداب التداخل على شاشة تبعد (120cm) عن الشقين وكان البعد بين الهداب الثاني والهدب المركزي (2cm) جد البعد بين الشقين

الحل/

$$\lambda = 600nm = 600 \times 10^{-9} m = 6 \times 10^{-7} m$$

$$L = 120cm = \frac{120}{100} = 1.2m \quad , \quad y = 2cm = 0.02m$$

$$y = \frac{m L \lambda}{d} \quad \Rightarrow \quad d = \frac{m L \lambda}{y} = \frac{2 \times 1.2 \times 6 \times 10^{-7}}{0.02} = 72 \times 10^{-6} m$$

مثال10/ في تجربة يونكَ إذا كان البعد بين الشقين والشاشة 120cm وكان البعد بين هدبين مضيئين متتاليين 3mm والطول الموجي للضوء المستخدم الأحادي اللون 500nm احسب البعد بين الشقين .

الحل/

$$L = 120cm = 1.2m \quad , \quad \Delta y = 3mm = 3 \times 10^{-3} m$$

$$\lambda = 500nm = 500 \times 10^{-9} = 5 \times 10^{-7} m$$

$$\Delta y = \frac{L \lambda}{d} \quad \Rightarrow \quad d = \frac{L \lambda}{\Delta y} = \frac{1.2 \times 5 \times 10^{-7}}{3 \times 10^{-3}} = 2 \times 10^{-4} m$$

مثال11/ استخدم شعاع ليزر طول موجته 630nm في تجربة يونك وكان البعد بين الشقين 0.2mm وبعد الشاشة عن الشقين 5m احسب البعد بين الهدب المركزي والهدب المضيء الأول .

الحل/

$$\lambda = 630nm = 630 \times 10^{-9} m \quad , \quad L = 0.2mm = 0.2 \times 10^{-3} m$$

$$y_m = \frac{m L \lambda}{d} = \frac{1 \times 5 \times 630 \times 10^{-9}}{0.2 \times 10^{-3}} = 1.575 \times 10^{-2} m$$

مثال12/ يبلغ البعد بين الشقين في تجربة يونك (0.1mm) وبين الشقين والشاشة (1.2m) فاذا سقط ضوء احادي اللون طوله الموجي (500nm) على الشقين فما البعد بين هدب التداخل .

الحل/

$$d = 0.1mm = 0.1 \times 10^{-3} m \quad , \quad \lambda = 500nm = 500 \times 10^{-9} = 5 \times 10^{-7} m$$

$$\Delta y = \frac{L \lambda}{d} = \frac{1.2 \times 5 \times 10^{-7}}{0.1 \times 10^{-3}} = 6 \times 10^{-3} m$$

مثال13/ إذا كان البعد بين الشقين 0.02cm وبعد الشاشة عنهما 100cm وبعد الهدب المضيء الثالث عن الهدب المركزي 0.45cm . احسب الطول الموجي للضوء المستخدم .

الحل/

$$d = 0.02cm = 2\times10^{-4}m \quad , \quad L = 100cm = 1m \quad , \quad y_m = 0.45cm = 45\times10^{-4}m$$

$$\lambda = \frac{d\,y_m}{m\,L} = \frac{2\times10^{-4}\times45\times10^{-4}}{3\times1} = 3\times10^{-7}m$$

مثال14/ سقط ضوء ليزر على شقين ضيقين البعد بينهما 0.8mm وبعدهما عن الشاشة 2m . فإذا كان البعد بين الهدب المركزي والمضيء الثاني يساوي 3.15mm احسب :

1- الطول الموجي للضوء المستعمل 2- تردده

الحل/

$$d = 0.8mm = 8\times10^{-4}m \quad , \quad y_m = 3.15mm = 315\times10^{-5}m$$

$$\lambda = \frac{d\,y_m}{m\,L} = \frac{8\times10^{-4}\times315\times10^{-5}}{2\times2} = 630\times10^{-9}m$$

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3\times10^{8}}{630\times10^{-9}} = 0.047\times10^{16}Hz$$

مثال15/ أجريت تجربة يونك باستخدام ضوء الصوديوم الذي يبلغ طوله الموجي 589nm فإذا كانت الشاشة تبعد 1m عن الشقين وكان البعد بين الهدب المركزي والهدب المضيء رقم 20 يساوي 11.78mm احسب البعد بين الشقين .

الحل/

$$\lambda = 589nm = 589\times10^{-9}m \quad , \quad y_m = 11.78mm = 1178\times10^{-5}m$$

$$y_m = \frac{m\,L\,\lambda}{d} \quad \Rightarrow \quad d = \frac{m\,L\,\lambda}{y_m} = \frac{20\times1\times589\times10^{-9}}{1178\times10^{-5}} = 0.001m$$

مثال16/ في تجربة يونك سقط ضوء مكون من موجتين احداهما طولها (486nm) لوحظ على الشاشة ان الهدب المعتم الرابع للموجة (486nm) يتطابق مع الهدب المضيء الثالث للموجة الثانية فما الطول الموجي للموجة الثانية.

الحل/

$$y_4 = y_3 \quad \Rightarrow \quad \frac{(m+\frac{1}{2})L\,\lambda_1}{d} = \frac{m\,L\,\lambda_2}{d} \quad \Rightarrow \quad (3+\frac{1}{2})\times486 = 3\lambda_2$$

$$3.5\times486 = 3\lambda_2 \quad \Rightarrow \quad \lambda_2 = \frac{3.5\times486}{3} = 567nm$$

مثال17/ عند استخدام ضوء طوله الموجي (600nm) في تجربة يونك كان بعد المرتبة الأولى المضيئة (0.03cm) عن الهداب المركزي وعند استبدال هذا الضوء بآخر تكونت صورة المرتبة الثانية المضيئة على بعد (0.04cm) عن الهداب المركزي . فكم هو طول موجة الضوء الثاني ؟

الحل/

$$\lambda_1 = \frac{d\,y_1}{mL} \text{ .... } (1)$$

$$\lambda_2 = \frac{d\,y_2}{mL} \text{ .... } (2)$$

$$\therefore \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\frac{d\,y_1}{mL}}{\frac{d\,y_2}{mL}} \Rightarrow \frac{600}{\lambda_2} = \frac{\frac{0.03}{1}}{\frac{0.04}{2}} \Rightarrow \frac{600}{\lambda_2} = \frac{0.03\times 2}{0.04} \Rightarrow \frac{600}{\lambda_2} = \frac{6}{4}$$

$$\therefore \lambda_2 = \frac{600\times 4}{6} = 400nm$$

مثال18/ سقط ضوء طوله الموجي (630nm) على شقين وعند استبدال هذا الضوء بآخر وجد ان صورة الرتبة الثالثة المضيئة للضوء الاول تنطبق في موقعها على صورة الرتبة الرابعة المعتمة للضوء الثاني فكم هو طول موجة الضوء الثاني؟

الحل/

$$y_3 = y_4 \Rightarrow \frac{mL\lambda_1}{d} = \frac{(m+\frac{1}{2})L\lambda_2}{d} \Rightarrow 3\times 630 = (3+\frac{1}{2})\lambda_2$$

$$\lambda_2 = \frac{3\times 630}{3.5} = 540nm$$

مثال19/ سقط ضوء طوله الموجي (600nm) على شقين وعند استبدال هذا الضوء بآخر وجد ان الصورة الثالثة المضيئة للضوء الثاني تنطبق في موقعها على الصورة الثانية المضيئة للضوء الأول فكم هو طول موجة الضوء الثاني ؟

الحل/

$$y_2 = y_3 \Rightarrow \frac{mL\lambda_1}{d} = \frac{(mL\lambda_2}{d} \Rightarrow 2\times 600 = 3\lambda_2$$

$$\lambda_2 = \frac{2\times 600}{3} = 400nm$$

مثال20/ ما طول موجة الضوء المقاسة بتجربة يونك إذا كان البعد بين الشقين (0.24mm) وبعد الشاشة عن كل من الشقين (1.6m) وبعد صورة الهداب الرابع المضيء عن الهداب المركزي المضيء (16mm).

الحل/

$$d = 0.24mm = 0.24\times10^{-3}m = 24\times10^{-5}m \quad , \quad y_m = 16mm = 16\times10^{-3}m$$

$$\lambda = \frac{d\,y}{m\,L} = \frac{24\times10^{-5}\times16\times10^{-3}}{4\times1.6} = 6\times10^{-7}m$$

مثال21/ إذا كان البعد بين الهداب المضيء الأول والهداب المضيء العاشر في تجربة يونك (24mm) وكان البعد بين الشقين المتوازيين (0.15mm) والشاشة تبعد عن حاجز الشقين بمقدار (0.5m) . كم هو تردد الضوء المستعمل؟

الحل/

$$\Delta y = 24mm = 24\times10^{-3}m \quad , \quad d = 0.15mm = 0.15\times10^{-3}m = 15\times10^{-5}m$$

$$y_1 = \frac{m\,L\,\lambda}{d} = \frac{L\,\lambda}{d}$$

$$y_{10} = \frac{m\,L\,\lambda}{d} = \frac{10L\,\lambda}{d}$$

$$\Delta y = y_{10} - y_1 \quad \Rightarrow \quad 24\times10^{-3} = \frac{10L\,\lambda}{d} - \frac{L\,\lambda}{d} \quad \Rightarrow \quad 24\times10^{-3} = \frac{9L\,\lambda}{d}$$

$$\therefore\ \lambda = \frac{24\times10^{-3}d}{9L} = \frac{24\times10^{-3}\times15\times10^{-5}}{9\times0.5} = 8\times10^{-7}m$$

$$c = F\lambda \quad \Rightarrow \quad F = \frac{c}{\lambda} = \frac{3\times10^{8}}{8\times10^{-7}} = 0.375\times10^{15}Hz$$

مثال22/ اضيء شقان ضيقان متوازيان المسافة بينهما (1mm) بضوء مركب من موجتين الطول الموجي لهما (400nm) و (600nm) فتولدت أهداب التداخل على شاشة تبعد (2m) عن الشقين فكم هو البعد بين الهدب المضيئة للطول الموجي الأول عن الهدب المضيئة للطول الموجي الثاني ؟

الحل/

$$d = 1mm = 10^{-3}m \quad , \quad \lambda_1 = 400nm = 400\times10^{-9} = 4\times10^{-7}m$$

$$\lambda_2 = 600nm = 6\times10^{-7}m$$

$$\Delta y = \Delta y_2 - \Delta y_1 = \frac{L\lambda_2}{d} - \frac{L\lambda_1}{d} = (\lambda_2 - \lambda_1)\frac{L}{d} = (6\times10^{-7} - 4\times10^{-7})\times\frac{2}{10^{-3}}$$

$$\therefore\ \Delta y = 2\times10^{-7}\times2\times10^{3} = 4\times10^{-4}m$$

مثال/23 اضيء شقان متوازيان بوساطة ضوء مركب من موجتين الطول الموجي لأحدهما (600nm) فتولد طراز التداخل على شاشة فكان الهداب المظلم الرابع للطول الموجي (600nm) منطبق على الهداب المضيء الخامس للطول الموجي الاخر . جد طول موجة الضوء الثاني .

الحل/

$$y_4 = y_5 \quad \Rightarrow \quad \frac{(m+\frac{1}{2})L\lambda_1}{d} = \frac{mL\lambda_2}{d} \quad \Rightarrow \quad (3+\frac{1}{2})\times 600 = 5\lambda_2$$

$$\therefore \ \lambda_2 = \frac{3.5\times 600}{5} = 420nm$$

مثال/24 في تجربة يونك كان البعد بين الشقين (1mm) ويبعدان عن الشاشة (80cm) . أضيئت بضوء أحادي اللون طول موجته (600nm) فتولدت أهداب التداخل على الشاشة احسب :

1- بعد الهدب المضيء الثالث عن الهدب المركزي   2- بعد الهدب المعتم الثالث عن الهدب المركزي.

الحل/

$$d = 1mm = 10^{-3}m \quad , \quad L = 80cm = 0.8m \quad , \quad \lambda = 600nm = 600\times 10^{-9} = 6\times 10^{-7}m$$

$$1- \quad y_m = \frac{mL\lambda}{d} = \frac{3\times 0.8\times 6\times 10^{-7}}{10^{-3}} = 14.4\times 10^{-4}m$$

$$2- \quad y_m = \frac{(m+\frac{1}{2})L\lambda}{d} = \frac{(2+\frac{1}{2})\times 0.8\times 6\times 10^{-7}}{10^{-3}}$$

$$= \frac{2.5\times 0.8\times 6\times 10^{-7}}{10^{-3}} = 12\times 10^{-4}m$$

مثال/25 اذا كان البعد بين مركزي كل هدبين متتاليين في تجربة يونك (1mm) عند استخدام ضوء طوله الموجي (600nm) فكم يصبح البعد بين هذه الهدب لو استخدم ضوء طوله الموجي (480nm) .

الحل/

$$\Delta y_1 = \frac{L\lambda_1}{d} \text{.......... (1)}$$

$$\Delta y_2 = \frac{L\lambda_2}{d} \text{.......... (2)}$$

$$\therefore \ \frac{\Delta y_1}{\Delta y_2} = \frac{\frac{L\lambda_1}{d}}{\frac{L\lambda_2}{d}} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{\Delta y_2} = \frac{600}{480} \quad \Rightarrow \quad \Delta y_2 = \frac{480}{600} = 0.8mm$$

مثال26/ استخدم ضوء أحمر طول موجته (780nm) في تجربة يونك ذات الشقين فتكونت صورة للمرتبة الاولى على بعد معين من الهداب المركزي . ما مقدار الطول الموجي لضوء يستخدم في نفس التجربة ليكون صورة للمرتبة الثانية منطبقة على هدب المرتبة الأولى للضوء الأحمر ؟

الحل/

$$y_1 = y_2 \Rightarrow \frac{mL\lambda_1}{d} = \frac{mL\lambda_2}{d} \Rightarrow \frac{1\times L\times 780}{d} = \frac{2L\lambda_2}{d} \Rightarrow 780 = 2\lambda_2$$

$$\therefore\ \lambda_2 = \frac{780}{2} = 390\text{nm}$$

مثال27/ سقط ضوء طوله الموجي (600nm) على شقين في تجربة يونك مصحوبا بضوء آخر فوجد ان الرتبة الرابعة للضوء الاول تنطبق في موقعها مع الرتبة الخامسة للضوء الثاني . فكم هو طول موجة الضوء الثاني؟

الحل/

$$y_4 = y_5 \Rightarrow \frac{mL\lambda_1}{d} = \frac{mL\lambda_2}{d} \Rightarrow \frac{4L\times 600}{d} = \frac{5L\lambda_2}{d} \Rightarrow 4\times 600 = 5\lambda_2$$

$$\therefore\ \lambda_2 = \frac{4\times 600}{5} = 480\text{nm}$$

مثال28/ اذا كان البعد بين الشقين في تجربة يونك (0.1mm) وبعد الشاشة عن كل من الشقين (50cm) احسب بعد الهداب المضيء الاول عن الهدب المركزي اذا علمت ان طول موجة الضوء الساقط (400µm).

الحل/

$$d = 0.1\text{mm} = 0.1\times 10^{-3}\text{m} \quad , \quad L = 50\text{cm} = 0.5\text{m}$$

$$\lambda = 400\mu\text{m} = 400\times 10^{-6}\text{m} = 4\times 10^{-4}\text{m}$$

$$y_m = \frac{mL\lambda}{d} = \frac{1\times 0.5\times 4\times 10^{-4}}{0.1\times 10^{-3}} = 2\text{m}$$

مثال29/ ضوء طوله الموجي (430nm) استعمل لاضاءة شقين ضيقين متوازيين فظهر نمط التداخل على شاشة تبعد (1.5m) عنهما ، البعد بين كل هدابين مضيئين متتاليين (2.15mm) . احسب البعد بين الشقين .

الحل/

$$\lambda = 430\text{nm} = 430\times 10^{-9} = 43\times 10^{-8}\text{m} \quad , \quad \Delta y = 2.15\text{mm} = 2.15\times 10^{-3} = 215\times 10^{-5}\text{m}$$

$$\Delta y = \frac{L\lambda}{d} \Rightarrow d = \frac{L\lambda}{\Delta y} = \frac{1.5\times 43\times 10^{-8}}{215\times 10^{-5}} = \frac{15}{5}\times 10^{-4} = 3\times 10^{-4}\text{m}$$

مثال30/ اذا كانت المسافة الفاصلة بين الشقين في تجربة يونك (100) مرة بقدر الطول الموجي للضوء الساقط على الشقين وكانت المسافة بين الشاشة والشقين تساوي (50cm) جد البعد بين الهدب المضيء ذي المرتبة الأولى والثانية؟

الحل/

$d = 100\lambda \quad , \quad L = 50cm = 0.5m$

$$\Delta y = \frac{L\lambda}{d} = \frac{0.5\lambda}{100\lambda} = 5\times10^{-3}m$$

مثال31/ شقان البعد بينهما (0.03mm) سقط عليهما ضوء احادي الطول الموجي فتكونت صورة للهدب الخامس على بعد (14cm) عن الهدب المركزي المضيء فاذا كان بعد الشاشة عن الشقين (2m) احسب طول موجة الضوء الساقط .

الحل/

$d = 0.03mm = 0.03\times10^{-3}m = 3\times10^{-5}m \quad , \quad y_m = 14cm = 0.14m$

$$\lambda = \frac{d\,y_m}{m\,L} = \frac{3\times10^{-5}\times0.14}{5\times2} = 42\times10^{-8}m$$

مثال32/ جد الطول الموجي لضوء أحادي اللون صادر عن شق ضيق يضيء شقين متوازيين البعد بينهما (0.22mm) مكونا هُداب تداخل على شاشة تبعد (110cm) عن الشقين وكان البعد بين مركزي كل هدابين متتاليين (2.5mm).

الحل/

$d = 0.22mm = 0.22\times10^{-3} = 22\times10^{-5}m \quad , \quad L = 110cm = 1.1m$

$\Delta y = 2.5mm = 2.5\times10^{-3}m$

$$\Delta y = \frac{L\lambda}{d} \Rightarrow \lambda = \frac{d\,\Delta y}{L} = \frac{22\times10^{-5}\times2.5\times10^{-3}}{1.1} = 5\times10^{-7}m$$

مثال33/ سقط ضوء احادي اللون على شقين متوازيين البعد بينهما (0.2mm) (تجربة يونك) فشوهد هداب التداخل على شاشة تبعد (100cm) عن الشقين فاذا كان البعد بين كل هدابين مضيئين متتاليين (3mm) جد طول موجة الضوء المستعمل .

الحل/

$d = 0.2mm = 0.2\times10^{-3}m \quad , \quad L = 100cm = 1m \quad , \quad \Delta y = 3mm = 3\times10^{-3}m$

$$\Delta y = \frac{L\lambda}{d} \Rightarrow \lambda = \frac{d\,\Delta y}{L} = \frac{0.2\times10^{-3}\times3\times10^{-3}}{1} = 0.6\times10^{-6}m = 6\times10^{-7}m$$

مثال34/ جد الطول الموجي لضوء أحادي اللون صادر عن شق يضيء شقين متوازيين البعد بينهما (0.22mm) مكونا أهداب التداخل على شاشة تبعد (110cm) عن الشقين وكان البعد بين مركز الهدب المركزي والمضيء الخامس 12.5mm.

الحل/

$$d = 0.22mm = 0.22\times10^{-3} = 22\times10^{-5}m \quad , \quad L = 110cm = 1.1m$$

$$y_m = 12.5mm = 12.5\times10^{-3} = 125\times10^{-4}m$$

$$\lambda = \frac{d\,y_m}{m\,L} = \frac{22\times10^{-5}\times125\times10^{-4}}{5\times1.1} = 5\times10^{-7}m$$

مثال35/ في تجربة يونك اثبت: اذا قل البعد بين الشقين الى النصف تضاعفت الابعاد بين الهُدب

الحل/

$$\Delta y = \frac{L\lambda}{d} \Rightarrow \Delta y \alpha \frac{1}{d} \Rightarrow \frac{\Delta y_2}{\Delta y_1} = \frac{d_1}{d_2}$$

$$\because\ d_2 = \frac{1}{2}d_1$$

$$\therefore \frac{\Delta y_2}{\Delta y_1} = \frac{d_1}{\frac{1}{2}d_1} \Rightarrow \frac{\Delta y_2}{\Delta y_1} = 2 \Rightarrow \Delta y_2 = 2\Delta y_1$$

مثال36/ سقط ضوء تردده (5×10^{14}Hz) على شقين البعد بينهما (0.3mm) (تجربة يونك) وكان بعد الشاشة عنهما (1.5m) فما البعد بين هُدبين متتاليين؟

الحل/

$$d = 0.3mm = 0.3\times10^{-3}m$$

$$c = F\lambda \Rightarrow \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3\times10^8}{5\times10^{14}} = 0.6\times10^{-6}m$$

$$\Delta y = \frac{L\lambda}{d} = \frac{1.5\times0.6\times10^{-6}}{0.3\times10^{-3}} = 3\times10^{-3}m$$

مثال37/ في تجربة يونك للتداخل ينبعث من الشقين ضوء طوله الموجي (550nm) وتتكون اهداب التداخل على شاشة تبعد (25cm) عن كل من الشقين فاذا كان البعد بين كل هدابين مضيئين متتاليين (0.5mm) فما البعد بين الشقين؟

الحل/

$$\lambda = 550nm = 550\times10^{-9} = 55\times10^{-8}m \quad , \quad L = 25cm = 0.25m \quad , \quad \Delta y = 0.5mm = 0.5\times10^{-3}m$$

$$\Delta y = \frac{L\lambda}{d} \Rightarrow d = \frac{L\lambda}{\Delta y} = \frac{0.25\times55\times10^{-8}}{0.5\times10^{-3}} = 27.5\times10^{-5}m$$

مثال38/ سقط ضوء طول موجته (750nm) على شقين متقاربين فكان البعد بين هدبين متتاليين (0.5cm) ثم سقط ضوء آخر تردده (5×1014Hz) فكم يصبح البعد بين كل هدبين متتاليين لهذا الضوء؟

الحل/

$$\lambda_1 = 750nm = 750\times10^{-9} = 75\times10^{-8} \quad , \quad \Delta y = 0.5cm = 5\times10^{-3}m$$

$$\lambda_2 = \frac{c}{f_2} = \frac{3\times10^8}{5\times10^{14}} = 6\times10^{-7}m$$

$$\Delta y_1 = \frac{L\lambda_1}{d} \text{......... (1)}$$

$$\Delta y_2 = \frac{L\lambda_2}{d} \text{......... (2)}$$

$$\therefore \frac{\Delta y_1}{\Delta y_2} = \frac{\frac{L\lambda_1}{d}}{\frac{L\lambda_2}{d}} \Rightarrow \frac{5\times10^{-3}}{\Delta y_2} = \frac{75\times10^{-8}}{6\times10^{-7}}$$

$$\Delta y_2 = \frac{5\times10^{-3}\times6\times10^{-7}}{75\times10^{-8}} = 4\times10^{-3}m$$

مثال39/ سقط ضوء طوله الموجي 600nm على شقين ضيقين متوازيين (تجربة يونك) وعند استبدال هذا الضوء بآخر وجد أن الرتبة الثانية المضيئة للضوء الأول تنطبق في موقعها على الرتبة الثالثة المضيئة للضوء الثاني فما هو طول موجة الضوء الثاني ؟

الحل/

$$\because \ y_2 = y_3 \Rightarrow \frac{mL\lambda_1}{d} = \frac{mL\lambda_2}{d} \Rightarrow \frac{2L\times600}{d} = \frac{3L\lambda_2}{d}$$

$$\therefore 1200 = 3\lambda_2 \Rightarrow \lambda_2 = \frac{1200}{3} = 400nm$$

مثال40/ سقط ضوء طوله الموجي 600nm على شقين ضيقين متوازيين (تجربة يونك) وعند استبدال هذا الضوء بآخر وجد أن الرتبة الرابعة المضيئة للضوء الثاني تنطبق في موقعها على الرتبة الثالثة المضيئة للضوء الأول فما هو طول موجة الضوء الثاني ؟

الحل/

$$\because \ y_3 = y_4 \Rightarrow \frac{mL\lambda_1}{d} = \frac{mL\lambda_2}{d} \Rightarrow \frac{3L\times600}{d} = \frac{4L\lambda_2}{d}$$

$$\therefore 1800 = 4\lambda_2 \Rightarrow \lambda_2 = \frac{1800}{4} = 450nm$$

مثال41/ سقط ضوء على شقين ضيقين متوازيين (تجربة يونك) وعند استبدال هذا الضوء بآخر طوله الموجي 500nm وجد أن الرتبة الثامنة المظلمة للضوء الثاني تنطبق في موقعها على الرتبة الخامسة المضيئة للضوء الأول فما هو طول موجة الضوء الاول ؟

الحل/

$$\because \; y_5 = y_8 \Rightarrow \frac{m L \lambda_1}{d} = \frac{(m+\frac{1}{2}) L \lambda_2}{d} \Rightarrow \frac{5L\lambda_1}{d} = \frac{(7+\frac{1}{2})L \times 500}{d}$$

$$\therefore \; 5\lambda_1 = 7.5 \times 500 \Rightarrow \lambda_1 = \frac{7.5 \times 500}{5} = 750nm$$

مثال42/ سقط ضوء مركب من لونين على شقين (تجربة يونك) ووجد أن الصورة المضيئة السابعة للضوء الأول تنطبق في موقعها على الصورة المضيئة الرابعة للضوء الثاني فما هو طول موجة الضوء الثاني إذا علمت أن طول موجة الضوء الأول 400nm.

الحل/

$$\because \; y_7 = y_4 \Rightarrow \frac{m L \lambda_1}{d} = \frac{m L \lambda_2}{d} \Rightarrow \frac{7L \times 400}{d} = \frac{4L\lambda_2}{d}$$

$$\therefore \; \lambda_2 = \frac{7 \times 400}{4} = 700nm$$

مثال43/ في تجربة يونك كان البعد بين الشقين 0.02cm فعلى أي بعد يجب وضع الشاشة عندما يتكون الهدب المضيء الثالث والذي يبعد عن الهدب المركزي 0.6cm علما بان طول موجة الضوء المستخدم في التجربة 5×10^{-5}cm ؟ (0.8m)

الحل/

$$d = 0.02cm = 0.02 \times 10^{-2} m = 2 \times 10^{-4} m \quad , \quad y_m = 0.6cm = 6 \times 10^{-3} m$$

$$\lambda = 5 \times 10^{-5} cm = 5 \times 10^{-7} m$$

$$y_m = \frac{m L \lambda}{d} \Rightarrow L = \frac{d\, y_m}{m \lambda} = \frac{2 \times 10^{-4} \times 6 \times 10^{-3}}{3 \times 5 \times 10^{-7}} = 0.8m$$

مثال44/ سقط ضوء طوله الموجي 450nm على شقين ضيقين متوازيين (تجربة يونك) وعند استبدال هذا الضوء بآخر وجد أن الرتبة الخامسة المظلمة للضوء الثاني تنطبق في موقعها على الرتبة الرابعة المضيئة للضوء الأول فما هو طول موجة الضوء الثاني ؟

الحل/

$$\because \; y_4 = y_5 \Rightarrow \frac{m L \lambda_1}{d} = \frac{(m+\frac{1}{2}) L \lambda_2}{d} \Rightarrow \frac{4L \times 450}{d} = \frac{(4+\frac{1}{2})L \times \lambda_2}{d}$$

$$\therefore \; 4 \times 450 = 4.5\lambda_2 \Rightarrow \lambda_2 = \frac{4 \times 450}{4.5} = 400nm$$

مثال/45 في تجربة يونك عند استخدام ضوء بنفسجي كان البعد بين هدابين مضيئين متتاليين 1.2mm ولما استخدم ضوء احمر كان البعد 2.4mm احسب النسبة بين الطول الموجي للضوء الأول إلى الطول الضوء الثاني ($\frac{1}{2}$)

الحل/

$$\Delta y_1 = \frac{L\lambda_1}{d} \text{.......... } (1)$$

$$\Delta y_2 = \frac{L\lambda_2}{d} \text{.......... } (2)$$

$$\therefore \frac{\Delta y_1}{\Delta y_2} = \frac{\frac{L\lambda_1}{d}}{\frac{L\lambda_2}{d}} \Rightarrow \frac{1.2}{2.4} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{1}{2}$$

مثال/46 سقط ضوء ذو طول موجي 500nm على شقين ضيقين فتكون نمط التداخل على شاشة بحيث كان الهدب المضيء الثالث يبعد مسافة قدرها 7.5mm عن الهدب المركزي . كم تصبح تلك المسافة إذا ابدل الضوء بآخر طوله الموجي 400nm وبقيت الشاشة والشقين على حالهما ؟

الحل/

$$y_m = \frac{mL\lambda}{d}$$

$$7.5 = \frac{3L \times 500}{d} \text{........... } (1)$$

$$y_m = \frac{3L \times 400}{d} \text{........... } (2)$$

$$\frac{7.5}{y_m} = \frac{\frac{3L \times 500}{d}}{\frac{3L \times 400}{d}} \Rightarrow \frac{7.5}{y_m} = \frac{5}{4} \Rightarrow 5y_m = 4 \times 7.5$$

$$\therefore y_m = \frac{4 \times 7.5}{5} = 6mm$$

مثال 47/ في تجربة يونك كان البعد بين الشقين 0.25mm وطول موجة الضوء المستعمل 500nm وبعد الشاشة عن الشقين 1.2m احسب:
1- بعد الهدب المضيء الثالث عن الهدب المركزي
2- البعد بين هدابين متتاليين مضيئين أو مظلمين

الحل/

$$d = 0.25mm = 25\times10^{-5}m \quad , \quad \lambda = 500nm = 5\times10^{-7}m$$

$$y_m = \frac{mL\lambda}{d} = \frac{3\times1.2\times5\times10^{-7}}{25\times10^{-5}} = 0.72\times10^{-2}m$$

$$\Delta y = \frac{L\lambda}{d} = \frac{1.2\times5\times10^{-7}}{25\times10^{-5}} = 2.4\times10^{-3}m$$

مثال 48/ سقط ضوء أحادي اللون على شقين البعد بينهما 0.5mm ويبعدان 1m عن الشاشة . فإذا كان البعد بين الهدب المركزي والمضيء الأول 1mm احسب : (500nm ,1.5mm ,56.3°)
1- الطول الموجي وتردد الضوء المستخدم 2- البعد بين الهدب المعتم الثاني والهدب المركزي

الحل/

$$d = 0.5mm = 5\times10^{-4}m \quad , \quad y_m = 1mm = 10^{-3}m$$

$$\lambda = \frac{d\,y_m}{mL} = \frac{5\times10^{-4}\times10^{-3}}{1\times1} = 5\times10^{-7}m$$

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3\times10^{8}}{5\times10^{-7}} = 0.6\times10^{15}Hz$$

$$y_m = \frac{(m+\frac{1}{2})L\lambda}{d} = \frac{(1+\frac{1}{2})\times1\times5\times10^{-7}}{5\times10^{-4}} = 1.5\times10^{-3}m$$

مثال 49/ ما مقدار زاوية حيود صورة المرتبة الثالثة في محزز حيود عدد حزوزه 8000line/cm إذا كان طول موجة الضوء الساقط عليه 250nm .

الحل/

$$\lambda = 250nm = 250\times10^{-7} = 25\times10^{-6}cm$$

$$d = \frac{W}{N} = \frac{1}{8000} = 125\times10^{-6}cm$$

$$d\sin\theta = m\lambda \quad \Rightarrow \quad \sin\theta = \frac{m\lambda}{d} = \frac{3\times25\times10^{-6}}{125\times10^{-6}} = 0.6 \quad , \quad \therefore \theta = 37^\circ$$

مثال50/ ما مقدار زاوية حيود الصورة الخامسة المضيئة في محزز حيود عدد حزوزه 6000line/cm إذا كان تردد الضوء الساقط عليه $1.5\times10^{15}Hz$.

الحل/

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3\times10^8}{1.5\times10^{15}} = 2\times10^{-7}\,m = 2\times10^{-5}\,cm$$

$$d = \frac{W}{N} = \frac{1}{6000} = \frac{1}{6}\times10^{-3}\,cm$$

$$d\sin\theta = m\lambda \quad\Rightarrow\quad \sin\theta = \frac{m\lambda}{d} = \frac{5\times2\times10^{-5}}{\frac{1}{6}\times10^{-3}} = 0.6 \quad\Rightarrow\quad \theta = 37^\circ$$

مثال51/ سقط ضوء أحادي اللون طوله الموجي 625nm على محزز حيود فكانت زاوية حيود صورة المرتبة الأولى 30^o ما طول موجة ضوء آخر يستخدم مع نفس المحزز ليكون صورة للمرتبة الثانية بزاوية حيود 53^o .

الحل/

$$\lambda = 625nm = 625\times10^{-7}\,cm$$

$$d\sin\theta = m\lambda \quad\Rightarrow\quad d = \frac{m\lambda}{\sin\theta} = \frac{1\times625\times10^{-7}}{\sin30^\circ} = \frac{625\times10^{-7}}{0.5} = 125\times10^{-6}\,cm$$

$$d\sin\theta = m\lambda \quad\Rightarrow\quad \lambda = \frac{d\sin\theta}{m} = \frac{125\times10^{-6}\times\sin53^\circ}{2} = \frac{125\times10^{-6}\times0.8}{2} = 5\times10^{-5}\,cm$$

محزز الحيود:

مثال52/ استعمل محزز حيود عدد حزوزه (10000line/cm) فكان قياس زاوية حيود صورة الرتبة الرابعة في الطيف الناتج (53^o) . احسب مقدار تردد الضوء الساقط .

الحل/

$$d = \frac{W}{N} = \frac{1}{10000} = 10^{-4}\,cm$$

$$d\sin\theta = m\lambda \quad\Rightarrow\quad \lambda = \frac{d\sin\theta}{m} = \frac{10^{-4}\sin53^\circ}{4} = \frac{10^{-4}\times0.8}{4} = 2\times10^{-5}\,cm = 2\times10^{-7}\,m$$

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3\times10^8}{2\times10^{-7}} = 1.5\times10^{15}\,Hz$$

مثال53/ استعمل محزز حيود عدد حزوزه (5000lin/cm) لقياس الطول الموجي لضوء فكان قياس زاوية حيود الرتبة الثانية في الطيف الناتج (30°) . ما طول موجة الضوء ؟

الحل/

$$d = \frac{W}{N} = \frac{1}{5000} = 2\times10^{-4}\,cm$$

$$d\sin\theta = m\lambda \quad\Rightarrow\quad \lambda = \frac{d\sin\theta}{m} = \frac{2\times10^{-4}\sin 30^\circ}{2} = 5\times10^{-5}\,cm$$

مثال54/ محزز للحيود عدد حزوزه (4000line/cm) اسقط عليه ضوء احادي اللون طول موجته (625nm) جد زاوية حيود المرتبة المضيئة الثانية ؟ وما هي اعلى مرتبة لصورة الحيود بهذا الضوء؟

الحل/

$$d = \frac{W}{N} = \frac{1}{4000} = 25\times10^{-5}\,cm \quad , \quad \lambda = 625nm = 625\times10^{-7}\,cm$$

$$d\sin\theta = m\lambda \quad\Rightarrow\quad \sin\theta = \frac{m\lambda}{d} = \frac{2\times625\times10^{-7}}{25\times10^{-5}} = 50\times10^{-2} = 0.5$$

$$\therefore\ \theta = 30^\circ$$

$$d\sin\theta = m\lambda \quad\Rightarrow\quad 25\times10^{-5}\sin 90^\circ = m\times625\times10^{-7} \quad\Rightarrow\quad m = \frac{25\times10^{-5}}{625\times10^{-7}} = 4$$

مثال55/ ما درجة محزز الحيود إذا كانت زاوية الحيود للمرتبة الثانية (30°) وطول موجة الضوء المستعمل (500nm) ؟

الحل/

$$\lambda = 500nm = 500\times10^{-7} = 5\times10^{-5}\,cm$$

$$d\sin\theta = m\lambda \quad\Rightarrow\quad d = \frac{m\lambda}{\sin\theta} = \frac{2\times5\times10^{-5}}{\sin 30^\circ} = \frac{10^{-4}}{0.5} = 2\times10^{-4}\,cm$$

$$d = \frac{W}{N} \quad\Rightarrow\quad 2\times10^{-4} = \frac{1}{N} \quad\Rightarrow\quad N = \frac{1}{2\times10^{-4}} = 5000line/cm$$

مثال56/ ما طول موجة الضوء الأحادي اللون الذي يمكن حسابه بوساطة محزز حيود درجته (4000line/cm) اذا كانت زاوية حيود المرتبة الثالثة (37°) علما ان (sin37°=0.6).

الحل/

$$d = \frac{W}{N} = \frac{1}{4000} = 25\times10^{-5}\,cm$$

$$d\sin\theta = m\lambda \quad\Rightarrow\quad \lambda = \frac{d\sin\theta}{m} = \frac{25\times10^{-5}\sin 37^\circ}{3} = \frac{25\times10^{-5}\times0.6}{3} = 5\times10^{-5}\,cm$$

مثال57/ ما تردد ضوء أحادي باستعمال محزز حيود درجته (4000line/cm) وزاوية حيود المرتبة الثالثة (37°)؟ وما زاوية حيود المرتبة الخامسة ؟

الحل/

$$d = \frac{W}{N} = \frac{1}{4000} = 25\times10^{-5}\,cm$$

$$d\sin\theta = m\lambda \quad\Rightarrow\quad \lambda = \frac{d\sin\theta}{m} = \frac{25\times10^{-5}\sin 37^\circ}{3} = \frac{25\times10^{-5}\times0.6}{3} = 5\times10^{-5}\,cm$$

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3\times10^{8}}{5\times10^{-5}} = 0.6\times10^{13}\,Hz$$

$$d\sin\theta = m\lambda \quad\Rightarrow\quad \sin\theta = \frac{m\lambda}{d} = \frac{5\times5\times10^{-5}}{25\times10^{-5}} = 1 \quad\Rightarrow\quad \theta = 90^\circ$$

مثال58/ سقطت اشعة ضوئية متوازية ذات طول موجي (4×10^{-7}m) على شقين متتاليين في المحزز فاذا كانت زاوية حيود الهدب المضيء الثالث عن الهدب المركزي (30°) فاحسب درجة المحزز.

الحل/

$$\lambda = 400nm = 400\times10^{-7} = 4\times10^{-5}\,cm$$

$$d\sin\theta = m\lambda \quad\Rightarrow\quad d = \frac{m\lambda}{\sin\theta} = \frac{3\times4\times10^{-5}}{\sin 30^\circ} = \frac{12\times10^{-5}}{0.5} = 24\times10^{-5}\,cm$$

$$d = \frac{W}{N} \quad\Rightarrow\quad 24\times10^{-5} = \frac{1}{N} \quad\Rightarrow\quad N = \frac{1}{24\times10^{-5}} =$$

مثال59/ محزز حيود يولد صورة الرتبة الثانية بزاوية حيود (30°) ، فإذا كان طول موجة الضوء الساقط (625nm) فما عدد الحزوز في السنتمتر ؟

الحل/

$$\lambda = 625nm = 625\times10^{-7}\,cm$$

$$d\sin\theta = m\lambda \quad\Rightarrow\quad d = \frac{m\lambda}{\sin\theta} = \frac{2\times625\times10^{-7}}{\sin 30^\circ} = \frac{2\times625\times10^{-7}}{0.5}$$

$$\therefore\ d = 4\times625\times10^{-7} = 2500\times10^{-7}\,cm = 25\times10^{-5}\,cm$$

$$\because\ d = \frac{W}{N} \quad\Rightarrow\quad 25\times10^{-5} = \frac{1}{N} \quad\Rightarrow\quad N = \frac{1}{25\times10^{-5}} = 4000 line/cm$$

مثال60/ محزز حيود عدد حزوزه (10000line/cm) يكون صورة للمرتبة الأولى بزاوية حيود (53°) احسب:
1- طول موجة الضوء المستعمل   2 - أعلى رتبة يمكن رؤيتها   3- عدد الهدب المضيئة المتكونة.

الحل/

$$d = \frac{W}{N} = \frac{1}{10000} = 10^{-4}\,\text{cm}$$

$$d\sin\theta = m\lambda \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{d\sin\theta}{m} = \frac{10^{-4}\sin 30^\circ}{1} = 5\times10^{-5}\,\text{cm}$$

$$d\sin\theta = m\lambda \quad \Rightarrow \quad m = \frac{d\sin\theta}{\lambda} = \frac{10^{-4}\sin 90^\circ}{5\times10^{-5}} = \frac{10}{5} = 2$$

$$n = 2m+1 = 2\times2+1 = 5$$

مثال61/ ما عدد الهدب المضيئة المتولدة باستعمال محزز حيود درجته (4000line/cm) ، اذا كان تردد الضوء المستعمل (5×10^{14}Hz) ؟

الحل/

$$d = \frac{W}{N} = \frac{1}{4000} = 25\times10^{-5}\,\text{cm}$$

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3\times10^{8}}{5\times10^{14}} = 0.6\times10^{-6} = 6\times10^{-7}\,\text{m} = 6\times10^{-5}\,\text{cm}$$

$$d\sin\theta = m\lambda \quad \Rightarrow \quad m = \frac{d\sin\theta}{\lambda} = \frac{25\times10^{-5}\sin 90^\circ}{6\times10^{-5}} = 4$$

$$n = 2m+1 = 2\times4+1 = 9$$

مثال62/ استخدم ضوء أحادي الموجة طول موجته (400nm) مع محزز حيود فتولدت صورة للمرتبة الثانية بزاوية حيود (53°) ما طول موجة ضوء يستخدم مع نفس المحزز ليكون صورة للمرتبة الرابعة بزاوية حيود (53°)؟

الحل/

$$d\sin\theta = m\lambda \quad \Rightarrow \quad d = \frac{m\lambda}{\sin\theta} = \frac{2\times4\times10^{-5}}{\sin 53^\circ} = \frac{8\times10^{-5}}{0.8} = 10^{-4}\,\text{cm}$$

$$d\sin\theta = m\lambda \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{d\sin\theta}{m} = \frac{10^{-4}\sin 53^\circ}{4} = \frac{10^{-4}\times0.8}{4} = 2\times10^{-5}\,\text{cm}$$

مثال63/ اذا كان معامل انكسار الزجاج (1.5) مر فيه ضوء طول موجته بالهواء (600nm) ما هو طول موجة ذلك الضوء في الزجاج .

الحل/

$$n = \frac{\lambda}{\lambda_n} \quad \Rightarrow \quad \lambda_n = \frac{\lambda}{n} = \frac{600}{1.5} = 400\,\text{nm}$$

مثال64/ سقطت حزمة متوازية من ضوء احادي اللون طول موجته (400nm) على لوح افقي شفاف للضوء فكانت زاوية الاستقطاب للحزمة بالانعكاس (53^o) جد طول موجة الضوء النافذ من الحزمة الى وسط اللوح .

الحل/

$$n = \tan\theta_p \quad \Rightarrow \quad n = \tan 53^\circ = \frac{4}{3}$$

$$n = \frac{\lambda}{\lambda_n} \quad \Rightarrow \quad \lambda_n = \frac{\lambda}{n} = \frac{400}{\frac{4}{3}} = 300\text{nm}$$

الفصل السادس / الفيزياء الحديثة

مثال65/ دالة الشغل للنحاس (4.5eV) ، ما مقدار الطاقة الحركية العظمى (بالجول) للالكترونات المنبعثة عند سقوط ضوء تردده (1.5×10^{15}Hz) على سطح النحاس ؟ ($h=6.63\times10^{-34}$J.s).

الحل/

$$w = 4.5\text{eV} = 4.5\times1.6\times10^{-19}\text{J} = 7.2\times10^{-19}\text{J}$$

$$E = hf = 6.63\times10^{-34}\times1.5\times10^{15} = 9.945\times10^{-19}\text{J}$$

$$KE_{max} = E - w = 9.945\times10^{-19} - 7.2\times10^{-19} = 2.745\times10^{-19}\text{J}$$

مثال66/ سقط شعاع تردده (9×10^{14}Hz) على فلز تردد العتبة له (4×10^{14}Hz) فما الطاقة الحركية العظمى للإلكترون المنبعث من سطح الفلز؟

الحل/

$$KE_{max} = E - w \quad \Rightarrow \quad KE_{max} = hf - hf_o \quad \Rightarrow \quad KE_{max} = (f - f_o)h$$

$$\therefore \quad KE_{max} = (9\times10^{14} - 4\times10^{14})\times6.63\times10^{-34} = 5\times10^{14}\times6.63\times10^{-34} = 33.15\times10^{-20}\text{J}$$

مثال67/ فوتون مقدار زخمه (3.315×10^{-4}kg.m/s) احسب مقدار: 1- طوله الموجي 2- طاقته ؟

الحل/

$$1- \quad \lambda = \frac{h}{P} = \frac{6.63\times10^{-34}}{3.315\times10^{-4}} = 2\times10^{-30}\text{m}$$

$$2- \quad E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{2\times10^{-30}} = 9.945\times10^{4}\text{J}$$

مثال68/ حزمة ضوئية طولها الموجي (600nm) اسقطت على سطح فلز الطول الموجي لعتبته (663nm) ما مقدار؟
1- طاقة الفوتون الساقط ودالة الشغل للفلز
2- الطاقة الحركية العظمى للالكترونات المنبعثة وجهد الإيقاف اللازم له.

الحل/

$$\lambda = 600nm = 600\times10^{-9} = 6\times10^{-7}m \quad , \quad \lambda_o = 663nm = 663\times10^{-9}m$$

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{6\times10^{-7}} = 3.315\times10^{-19}J$$

$$w = \frac{hc}{\lambda_o} = \frac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{663\times10^{-9}} = 3\times10^{-19}J$$

$$KE_{max} = E - w = 3.315\times10^{-19} - 3\times10^{-19} = 0.315\times10^{-19}J$$

$$V_s = \frac{KE_{max}}{e} = \frac{0.315\times10^{-19}}{1.6\times10^{-19}} = 0.196V$$

مثال69/ اذا كان جهد الإيقاف في تجربة الانبعاث الكهروضوئي يساوي (2V) لإشعاع طول موجته (200nm) فما الطول الموجي لعتبة السطح البعاث؟
$(e=1.6\times10^{-19}C\ ,\ m_e=9.1\times10^{-31}kg\ ,\ h=6.63\times10^{-34}J\ ,\ c=3\times10^{8}m/s)$

الحل/

$$\lambda = 200nm = 200\times10^{-9} = 2\times10^{-7}m$$

$$KE_{max} = V_s e = 2\times1.6\times10^{-19} = 3.2\times10^{-19}J$$

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{2\times10^{-7}} = 9.945\times10^{-19}J$$

$$KE_{max} = E - w \quad\Rightarrow\quad w = E - KE_{max} = 9.945\times10^{-19} - 3.2\times10^{-19} = 6.745\times10^{-19}J$$

$$w = \frac{hc}{\lambda_o} \quad\Rightarrow\quad \lambda_o = \frac{hc}{w} = \frac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{6.745\times10^{-19}} = 3\times10^{-7}m$$

مثال70/ فوتون طاقته $(8\times10^{-16}J)$ اسقط على سطح فلز ، ما مقدار : 1- الطول الموجي للفوتون
2- زخم الفوتون 3- الطاقة الحركية العظمى للإلكترون المنبعث اذا علمت أن جهد الإيقاف اللازم له (0.16V).

الحل/

$$1-\quad E = \frac{hc}{\lambda} \quad\Rightarrow\quad \lambda = \frac{hc}{E} = \frac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{8\times10^{-16}} = 2.48\times10^{-10}m \approx 2.5\times10^{-10}m$$

$$2-\quad P = \frac{h}{\lambda} = \frac{6.63\times10^{-34}}{2.5\times10^{-10}} = 2.652\times10^{-24}kg.m/s$$

$$3-\quad KE_{max} = V_s e = 0.16\times1.6\times10^{-19} = 0.256\times10^{-19}J$$

مثال71/ ما هو زخم الفوتون الذي طول موجته (0.002nm) ؟ وما هي طاقته ؟ ثم جد سرعة الالكترون الذي يملك طاقة حركية مساوية لطاقة هذا الفوتون .
$(m_e=9.11\times10^{-31}kg\ ,\ h=6.63\times10^{-34}J\ ,\ c=3\times10^{8}m/s)$

الحل/

$$\lambda = 0.002nm = 0.002\times10^{-9} = 2\times10^{-12}\,m$$

$$P = \frac{h}{\lambda} = \frac{6.63\times10^{-34}}{2\times10^{-12}} = 3.315\times10^{-22}\,kg.m/s$$

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{2\times10^{-12}} = 9.945\times10^{-14}\,J$$

$$KE_{max} = E = 9.945\times10^{-14}\,J$$

$$KE_{max} = \frac{1}{2}m_e v_{max}^2 \quad\Rightarrow\quad 9.945\times10^{-14} = \frac{1}{2}\times9.11\times10^{-31}v_{max}^2$$

$$19.89\times10^{-14} = 9.11\times10^{-31}v_{max}^2 \quad\Rightarrow\quad v_{max}^2 = \frac{19.89\times10^{-14}}{9.11\times10^{-31}} = 2.18\times10^{17} = 21.8\times10^{16}$$

$$\therefore\ v_{max} = 4.66\times10^{8}\,m/s$$

مثال72/ ضوء طاقة الفوتون فيه (6.215eV) اسقط على سطح فلز ما مقدار؟

1- طاقة الفوتون بالجول 2- الطول الموجي للفوتون

3- الطاقة الحركية العظمى للإلكترون المنبعث اذا علمت ان دالة الشغل للفلز (4.5eV).

الحل/

$$1-\quad E = 6.215\,eV = 6.215\times1.6\times10^{-19} = 9.944\times10^{-19}\,J$$

$$2-\quad E = \frac{hc}{\lambda} \quad\Rightarrow\quad \lambda = \frac{hc}{E} = \frac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{9.944\times10^{-19}} = \frac{19.89\times10^{-26}}{9.944\times10^{-19}} = 2\times10^{-7}\,m$$

$$3-\quad w = 4.5\,eV = 4.5\times1.6\times10^{-19} = 7.2\times10^{-19}\,J$$

$$KE_{max} = E - w = 9.944\times10^{-19} - 7.2\times10^{-19} = 2.744\times10^{-19}\,J$$

مثال73/ يبلغ جهد الإيقاف لمادة ما (0.3V) حين يقاس بوساطة إسقاط ضوء طوله الموجي $(4\times10^{-7}m)$ على سطح المادة . فما مقدار دالة الشغل لهذه المادة ؟

الحل/

$$KE_{max} = V_s e = 0.3\times1.6\times10^{-19} = 0.48\times10^{-19}\,J$$

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{4\times10^{-7}} = 4.97\times10^{-19}\,J$$

$$KE_{max} = E - w \quad\Rightarrow\quad w = E - KE_{max} = 4.97\times10^{-19} - 0.48\times10^{-19} = 4.49\times10^{-19}\,J$$

مثال74/ عجل الكترون خلال فرق جهد مقداره $(\frac{91}{8}V)$ ، احسب مقدار الطول الموجي المصاحب له .
$(m_e=9.1\times10^{-31}kg\ ,\ h=6.63\times10^{-34}J\ ,\ c=3\times10^{8}m/s)$

الحل/

$$KE_{max}=Ve=\frac{91}{8}\times1.6\times10^{-19}=18.2\times10^{-19}J$$

$$KE_{max}=\frac{1}{2}m_e v^2 \Rightarrow v^2=\frac{2KE_{max}}{m}=\frac{2\times18.2\times10^{-19}}{9.1\times10^{-31}}=4\times10^{12}$$

$$\therefore\ v=2\times10^{6}m/s$$

$$\lambda=\frac{h}{m_e v}=\frac{6.63\times10^{-34}}{9.1\times10^{-31}\times2\times10^{6}}=\frac{6.63}{18.2}\times10^{-9}=0.36\times10^{-9}m$$

مثال75/ اذا كان مقدار دالة الشغل للبوتاسيوم $(3.2\times10^{-19}J)$ ، سقط ضوء طوله الموجي $(3.7\times10^{-7}m)$ على سطح البوتاسيوم ما مقدار ؟ 1- الطاقة الحركية العظمى للإلكترون المنبعث من السطح
2- جهد القطع 3- سرعة الالكترونات الضوئية المنبعثة من السطح

الحل/

$$E=\frac{hc}{\lambda}=\frac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{3.7\times10^{-7}}=\frac{19.89}{3.7}\times10^{-19}=5.37\times10^{-19}J$$

$$1-\quad KE_{max}=E-w=5.37\times10^{-19}-3.2\times10^{-19}=2.17\times10^{-19}J$$

$$2-\quad V_s=\frac{KE_{max}}{e}=\frac{2.17\times10^{-19}}{1.6\times10^{-19}}=1.35V$$

$$KE_{max}=\frac{1}{2}m_e v_{max}^2 \Rightarrow v_{max}^2=\frac{2KE_{max}}{m_e}=\frac{2\times2.17\times10^{-19}}{9.11\times10^{-31}}=\frac{4.34}{9.11}=0.47\times10^{12}$$

$$\therefore\ v_{max}=0.68\times10^{6}m/s$$

مثال76/ تعجل الكترون بفرق جهد (45.5V) فما الطول الموجي المصاحب له؟

الحل/

$$KE_{max}=e\,\Delta V=1.6\times10^{-19}\times45.5=72.8\times10^{-19}J$$

$$KE_{max}=\frac{1}{2}m_e v^2 \Rightarrow v^2=\frac{2KE_{max}}{m_e}=\frac{2\times72.8\times10^{-19}}{9.1\times10^{-31}}=16\times10^{12}$$

$$\therefore\ v=4\times10^{6}m/s$$

$$\lambda=\frac{h}{m_e v}=\frac{6.63\times10^{-34}}{9.1\times10^{-31}\times4\times10^{6}}=\frac{6.63}{36.4}\times10^{-9}=0.18\times10^{-9}m$$

مثال77/ عجل الكترون خلال فرق جهد مقداره (182V) احسب مقدار:

1- الطول الموجي المصاحب له   2- زخم الالكترون

الحل/

$$1- \quad KE_{max} = Ve = 182\times1.6\times10^{-19}\,J$$

$$KE_{max} = \frac{1}{2}m_e v^2 \quad \Rightarrow \quad v^2 = \frac{2KE_{max}}{m_e} = \frac{2\times182\times1.6\times10^{-19}}{9.1\times10^{-31}} = 64\times10^{12}$$

$$\therefore \ v = 8\times10^{6}\,m/s$$

$$\lambda = \frac{h}{m_e v} = \frac{6.63\times10^{-34}}{9.1\times10^{-31}\times8\times10^{6}} = \frac{6.63}{72.8}\times10^{-9} = 0.09\times10^{-9}\,m$$

$$2- \quad P = \frac{h}{\lambda} = \frac{6.63\times10^{-34}}{0.09\times10^{-9}} = 73.66\times10^{-25}\,kg.m/s$$

مثال78/ اذا كانت الطاقة الحركية العظمى للإلكترون المنبعث (2.75×10^{-19}J) عند سقوط ضوء على سطح فلز زخم الفوتون فيه (3.32×10^{-27}kg.m/s) . احسب مقدار دالة الشغل للفلز.

الحل/

$$\lambda = \frac{h}{P} = \frac{6.63\times10^{-34}}{3.32\times10^{-27}} = 2\times10^{-7}\,m$$

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{2\times10^{-7}} = 9.945\times10^{-19}\,J$$

$$KE_{max} = E - w \quad \Rightarrow \quad w = E - KE_{max} = 9.945\times10^{-19} - 2.75\times10^{-19} = 7.195\times10^{-19}\,J$$

مثال79/ فوتون طوله الموجي (0.2×10^{-9}m) جد مقدار زخمه .

الحل/

$$P = \frac{h}{\lambda} = \frac{6.63\times10^{-34}}{0.2\times10^{-9}} = 33.15\times10^{-25}\,kg.m/s$$

مثال80/ فوتون طوله الموجي (0.3315nm) جد: 1- زخمه   2- طاقته

الحل/

$$\lambda = 0.3315nm = 0.3315\times10^{-9}\,m$$

$$1- \quad P = \frac{h}{\lambda} = \frac{6.63\times10^{-34}}{0.3315\times10^{-9}} = 20\times10^{-25}\,kg.m/s$$

$$2- \quad E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{0.3315\times10^{-9}} = 6\times10^{-16}\,J$$

مثال81/ سقط ضوء طول موجته يساوي ($2\times10^{-7}m$) على سطح مادة دالة شغلها تساوي ($5.395\times10^{-19}J$) فانبعثت الكترونات ضوئية من السطح جد مقدار :
1- الانطلاق الاعظم للالكترونات المنبعثة من سطح المادة.
2- طول موجة دي بروولي المرافقة للالكترونات الضوئية ذات الانطلاق الاعظم.

الحل/

$$1-\quad E=\frac{hc}{\lambda}=\frac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{2\times10^{-7}}=9.945\times10^{-19}\,J$$

$$KE_{max}=E-w=9.945\times10^{-19}-5.395\times10^{-19}=4.55J$$

$$KE_{max}=\frac{1}{2}m_e v_{max}^2\quad\Rightarrow\quad v_{max}^2=\frac{2KE}{m_e}=\frac{2\times4.55}{9.11\times10^{-31}}=\frac{9.1}{9.11}\times10^{31}=0.9\times10^{31}$$

$$\therefore\ v_{max}=3\times10^{15}\,m/s$$

$$2-\quad \lambda=\frac{h}{m_e v}=\frac{6.63\times10^{-34}}{9.11\times10^{-31}\times3\times10^{15}}=0.24\times10^{-18}\,m$$

مثال82/ سقط ضوء طول موجته يساوي ($3\times10^{-7}m$) على سطح معدن فوجد ان جهد القطع اللازم لايقاف الالكترونات الضوئية المنبعثة ذات الطاقة الحركية العظمى يساوي ($1.658V$) . احسب مقدار طول موجة العتبة لهذا المعدن.

الحل/

$$E=\frac{hc}{\lambda}=\frac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{3\times10^{-7}\,m}=6.63\times10^{-19}\,J$$

$$KE_{max}=V_s e=1.658\times1.6\times10^{-19}=2.65\times10^{-19}\,J$$

$$KE_{max}=E-w\quad\Rightarrow\quad w=E-KE_{max}=6.63\times10^{-19}-2.65\times10^{-19}=3.98\times10^{-19}\,J$$

$$\lambda_o=\frac{hc}{w}=\frac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{3.98\times10^{-19}}=\frac{19.89}{3.98}\times10^{-7}=4.99\times10^{-7}\,m$$

مثال83/ اذا كانت دالة الشغل للنحاس ($7.2\times10^{-19}J$) ، ما مقدار الطاقة الحركية العظمى للالكترون المنبعث عند سقوط ضوء طول موجته (2×10^{-7})m على سطح النحاس.

الحل/

$$E=\frac{hc}{\lambda}=\frac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{2\times10^{-7}}=9.945\times10^{-19}\,J$$

$$KE_{max}=E-w=9.945\times10^{-19}-7.2\times10^{-19}=2.745\times10^{-19}\,J$$

مثال84/ سقط ضوء طوله الموجي (3×10^{-7}m) على معدن الصوديوم ، فاذا كانت دالة الشغل للصوديوم تساوي (3.9×10^{-19}J) ما مقدار الطاقة الحركية العظمى للالكترونات الضوئية المنبعثة.

الحل/

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{3\times10^{-7}} = 6.63\times10^{-19}\,J$$

$$KE_{max} = E - w = 6.63\times10^{-19} - 3.9\times10^{-19} = 2.73\times10^{-19}\,J$$

مثال85/ يتحرك الكترون بانطلاق مقداره (663m/s) جد :

1- طول موجة دي برولي المرافقة للالكترون.

2- اقل خطأ في موضع الالكترون اذا كان الخطأ في انطلاقه يساوي (0.04%) من انطلاقه الاصلي.

الحل/

$$1-\quad \lambda = \frac{h}{m_e v} = \frac{6.63\times10^{-34}}{9.11\times10^{-31}\times663} = 0.001m$$

$$\Delta v = 0.04\% v = \frac{0.04}{100}\times663 = 6.63\times0.04 m/s$$

$$\Delta x\Delta p = \frac{h}{4\pi} \quad\Rightarrow\quad \Delta x = \frac{h}{4\pi\Delta p} = \frac{h}{4\pi m\Delta v} = \frac{6.63\times10^{-34}}{4\times3.14\times9.11\times10^{31}\times6.63\times0.04}$$

$$\therefore\ \Delta x = \frac{1}{4.576} = 0.218m$$

مثال86/ فوتون طوله الموجي (0.3nm) فما: 1- زخمه   2- طاقته مقدرة بالإلكترون فولط

الحل/

$$\lambda = 0.3nm = 0.3\times10^{-9}\,m$$

$$1-\quad P = \frac{h}{\lambda} = \frac{6.63\times10^{-34}}{0.3\times10^{-9}} = 22.1\times10^{-25}\,kg.m/s$$

$$2-\quad E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{0.3\times10^{-9}} = 6.63\times10^{-16}\,J$$

$$\therefore\ E = \frac{6.63\times10^{-16}}{1.6\times10^{-19}} = 4.14\times10^{3} = 4140eV$$

مثال87/ اسقط اشعاع طوله الموجي (400nm) على سطح فلز احسب:
1- الطاقة الحركية العظمى للالكترون المنبعث اذا كانت دالة الشغل (4.5×10^{-19}J) .
2- جهد الايقاف اللازم له.

الحل/

$$\lambda = 400nm = 400\times10^{-9} = 4\times10^{-7}\,m$$

$$1-\quad E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{4\times10^{-7}} = 4.97\times10^{-19}\,J$$

$$KE_{max} = E - w = 4.97\times10^{-19} - 4.5\times10^{-19} = 0.47\times10^{-19}\,J$$

$$2-\quad V_s = \frac{KE_{max}}{e} = \frac{0.47\times10^{-19}}{1.6\times10^{-19}} = 0.29V$$

مثال88/ سقط ضوء طول موجته (300nm) على سطح فلز إقتران الشغل له (3.43×10^{-19}J) جول احسب :
1- جهد القطع .
2- أكبر طول موجي يستطيع تحرير إلكترونات من هذا السطح .

الحل/

$$\lambda = 300nm = 300\times10^{-9} = 3\times10^{-7}\,m$$

$$1-\quad E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{3\times10^{-7}} = 6.63\times10^{-19}\,J$$

$$KE_{max} = E - w = 6.63\times10^{-19} - 3.43\times10^{-19} = 3.2\times10^{-19}\,J$$

$$V_s = \frac{KE_{max}}{e} = \frac{3.2\times10^{-19}}{1.6\times10^{-19}} = 2V$$

$$2-\quad \lambda_o = \frac{hc}{w} = \frac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{3.43\times10^{-19}} = 5.798\times10^{-7}\,m$$

مثال89/ أسقط ضوء تردده (0.8×10^{15}Hz) على سطح فلز الصوديوم ، إذا كانت دالة الشغل للصوديوم تساوي (2.5eV) ، فاحسب ما يأتي :
1- تردد العتبة للصوديوم .   2- الطاقة الحركية العظمى للإلكترونات المنبعثة من سطح الفلز.

الحل/

$$w = 2.5\,eV = 2.5\times1.6\times10^{-19} = 4\times10^{-19}\,J$$

$$1-\quad w = hf_o \;\Rightarrow\; f_o = \frac{w}{h} = \frac{4\times10^{-19}}{6.63\times10^{-34}} = 0.6\times10^{15}\,Hz$$

$$2-\quad E = hf = 6.63\times10^{-34}\times0.8\times10^{15} = 5.304\times10^{-19}\,J$$

$$KE_{max} = E - w = 5.304\times10^{-19} - 4\times10^{-19} = 1.304\times10^{-19}\,J$$

مثال 90/ مصدر ضوئي يبعث حزمة ضيقة متوازية أحادية اللون طول موجتها (600nm) ، أسقطت الحزمة عموديا على محزز للحيود يحتوي على (5000line/cm) . ما أعلى مرتبة مضيئة للطيف المتولد تظهر على الشاشة ؟

الحل/

$$\lambda = 600nm = 600\times10^{-7} cm = 6\times10^{-5} cm$$

$$d = \frac{W}{N} = \frac{1}{5000} = 2\times10^{-4} cm$$

$$d\sin\theta = m\lambda \quad \Rightarrow \quad 2\times10^{-4}\sin 90^\circ = m\times6\times10^{-5}$$

$$m = \frac{2\times10^{-4}}{6\times10^{-5}} = \frac{10}{3} = 3$$

الفصل الثامن (الاطياف الذرية والليزر)

مثال 91/ ما فرق الجهد الواجب وضعه على قطبي أنبوبة الأشعة السينية لكي تبعث اقصر طول موجي مقداره $(3\times10^{-11}m)$.

الحل/

$$\lambda_{min} = \frac{hc}{Ve} \quad \Rightarrow \quad V = \frac{hc}{e\lambda_{min}} = \frac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{1.6\times10^{-19}\times3\times10^{-11}} = 4.14\times10^{4} = 41400V$$

مثال 92/ ما أعظم تردد للأشعة السينية المتولدة بشعاع الكتروني معجل بفرق جهد $(3.75\times10^{8}V)$؟

الحل/

$$f_{max} = \frac{Ve}{h} = \frac{3.75\times10^{8}\times1.6\times10^{-19}}{6.63\times10^{-34}} = \frac{6}{6.63}\times10^{23} = 0.9\times10^{23} Hz$$

مثال 93/ احسب مقدار فرق الجهد اللازم تسليطه على قطبي أنبوبة الأشعة السينية لكي ينبعث فوتون بأقصر طول موجي $(3.315\times10^{-2}nm)$.

الحل/

$$\lambda = 3.315\times10^{-2} nm = 3.315\times10^{-2}\times10^{-9} = 3.315\times10^{-11} m$$

$$\lambda_{min} = \frac{hc}{Ve} \quad \Rightarrow \quad V = \frac{hc}{e\lambda_{min}} = \frac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{1.6\times10^{-19}\times3.315\times10^{-11}} = 3.75\times10^{4} = 37500V$$

مثال94/ ما اقصر طول موجي للأشعة السينية المتولدة من اصطدام الكترونات معجلة بفولطية (6.63KV)؟

الحل/

$$\lambda_{min} = \frac{hc}{Ve} = \frac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{6.63\times10^{3}\times1.6\times10^{-19}} = 1.875\times10^{-10}\,m$$

مثال95/ اصطدم الكترون بالهدف الفلزي في أنبوبة الأشعة السينية فولد أشعة سينية ترددها (16×10^{17}Hz) فما مقدار فرق الجهد المعجل؟

الحل/

$$f_{max} = \frac{Ve}{h} \Rightarrow V = \frac{hf_{max}}{e} = \frac{6.63\times10^{-34}\times16\times10^{17}}{1.6\times10^{-19}} = 6.63\times10^{3} = 6630V$$

مثال96/ ما مقدار الزيادة في طول موجة الفوتون المستطار (في تأثير كومبتن) إذا ارتد باتجاه معاكس لاتجاه سقوطه؟

الحل/

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c}(1-\cos\theta) = \frac{6.63\times10^{-34}}{9.11\times10^{-31}\times3\times10^{8}}(1-\cos180^\circ)$$

$$= 0.24\times10^{-11}(1-(-1)) = 0.48\times10^{-11}\,m$$

مثال97/ ما طول موجة الفوتون المستطار في تأثير كومبتن اذا كان طول موجة الفوتون الساقط (0.03nm) عندما يرتد الفوتون باتجاه معاكس لاتجاه سقوطه؟

الحل/

$$\lambda = 0.03nm = 0.03\times10^{-9} = 3\times10^{-11}\,m$$

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c}(1-\cos\theta) \Rightarrow \lambda' - 3\times10^{-11} = \frac{6.63\times10^{-34}}{9.11\times10^{-31}\times3\times10^{8}}(1-\cos180^\circ)$$

$$\lambda' - 3\times10^{-11} = 0.24\times10^{-11}\times2 \Rightarrow \lambda' - 3\times10^{-11} = 0.48\times10^{-11}$$

$$\lambda' = 0.48\times10^{-11} + 3\times10^{-11} = 3.48\times10^{-11}\,m$$